MODELE DIGITALE ALTIMETRICE ŞI GEOSTATISTICĂ

Constantin Nitu, Vasile Craciunescu

Modelele digitale altimetrice şi geostatistica sunt studiate şi tratate împreună, deoarece au mai multe puncte comune, în special metodele de interpolare spaţială**.**

1 Modele digitale altimetrice

Forma terenului este percepută ca o suprafaţă care variază continuu, care poate fi reprezentată prin curbe de aceeaşi valoare a altitudinii (curbe de nivel sau izohipse). Orice reprezentare digitală (numerică) a variaţiei continue a reliefului în spaţiu este denumită ***model digital altimetric*** (MDA sau DEM) sau model digital al terenului (MDT). Şi alte mărimi ***Z*** pot fi modelate cu metodele aplicate altitudinii, cum ar fi presiunea, temperatura, aciditatea solului, poluarea terestră etc. În acest caz se studiază în general reprezentarea valorilor oricărei variabile tematice ***Z*** pe o zonă continuă (Niţu, C., 1992).

De exemplu, cotele trebuie cunoscute în punctele caracteristice ale reliefului (vârf, pe linii caracteristice, pe talveg – firul văii, pe liniile de creastă, pe şa etc.). Se pot reprezenta pe hartă punctele şi să se scrie valoarea cotei în fiecare punct. Dar cine citeşte sau face măsurători pe hartă se descurcă greu. Este mai bine dacă relieful se reprezintă prin curbe de nivel sau izohipse. De asemenea ar fi bine ca relieful să se reprezinte şi în perspectivă şi prin alte metode, de exemplu prin umbre. Se pot obţine şi alte produse derivate, ca de exemplu harta cu curbe de egală pantă.

În esenţă, MDA poate consta din: ● un set de puncte cu coordinate ***X,Y*** şi ***Z***; ● un set limitat de asemenea puncte şi coeficienţii unor funcţii de interpolare a valorii ***Z*** a oricărui punct din zona dată; ● coeficienţii unor funcţii de interpolare a valorii ***Z***; ● valorile ***Z*** ale nodurilor unei reţele regulate sau neregulate de puncte; ● valorile ***Z*** ale curbelor şi coordonatele ***X*** şi ***Y*** ale punctelor succesive ale fiecărei curbe; ● combinaţii ale acestor cazuri.

1.1 Utilizări importante ale MDA

Dintre utilizările MDA se amintesc:

● memorarea sau stocarea cotelor în baze de date zonale, naţionale sau globale;
● determinarea volumelor la decopertare şi umplere la proiectarea drumurilor, barajelor sau altor lucrări inginereşti;
● afişarea tridimensională a formei terenului pentru scopuri de vizualizare (arhitectura peisajului);
● analiza vizibilitatii (pe o directie, în toate direcţiile);

- planificarea traseelor drumurilor, a pozițiilor barajelor sau liniilor electrice;
- analize statistice geomorfologice şi comparații ale tipurilor de teren;
- calculul pantei, aspectului (direcției de pantă maximă), şiroirii şi eroziunii;
- ca fundal pentru afişarea altor informații tematice;
- furnizare de date pentru modele de simulare a imaginii, a simulării deplasării pe teren, a simulării zborului deasupra unei porțiuni de teren etc.;
- substituirea cotei ***Z*** cu alte variabile precum costul, populația, zgomotul, poluarea, aciditatea solului, adâncimea pânzei de apă freatică, presiunea aerului la sol, temperatura, nivelul de consum al unor produse etc.

1.2 Metode de reprezentare a MDA

Se pot evidenția următoarele clase şi subclase de reprezentare a MDA:

A. ***Metode matematice***:

I. ***Globale*** - serii Fourier sau polinoame de diferite ordine;

II. ***Locale*** - elemente areale (parcele) regulate şi neregulate;

B. ***Metode imagine***:

I . ***Modele de linii*** - felieri orizontale/verticale/linii critice (linii de creastă, cute anticlinale, talveguri ale albiilor cursurilor de apă, linii de tărm, linii de ruptură);

II. ***Modele de puncte***:

II.1 ***Rețea sau grilă rectangulară regulată cu densitate uniformă şi variabilă*** (matrici de cote);

II.2 ***Rețea neregulată***, folosind triangulația (rețea de triunghiuri oarecare sau - TIN) sau analiza proximității.

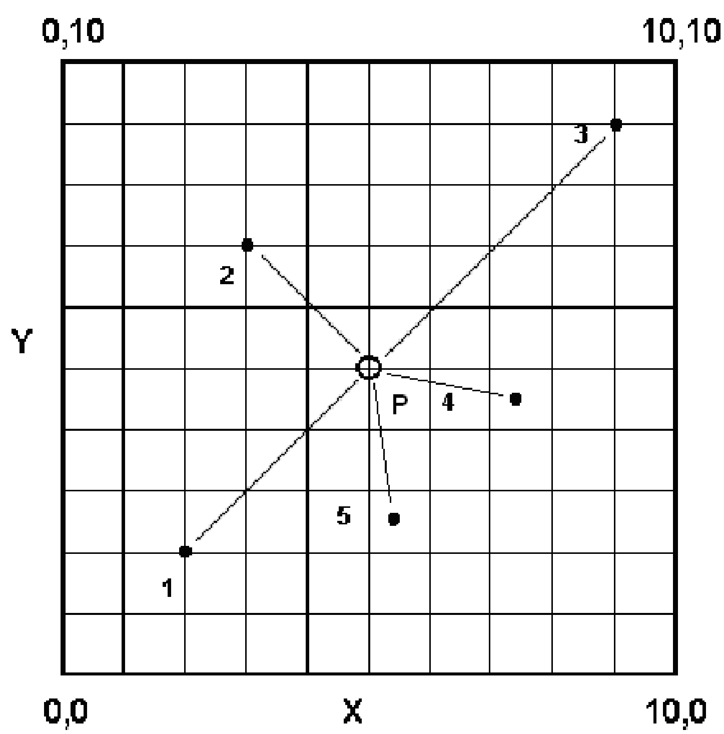

Fig. 1 Poziția unui punct *P* între mai multe puncte

1.3 Determinarea prin interpolare a valorii Z

Uneori este necesară determinarea cotei unui punct de pe hartă sau din teren, situat între mai multe puncte vecine (fig. 7.1). Punctul ***P*** se află între punctele notate cu cifrele 1, 2, 3, 4 şi 5, în aceste cinci puncte cunoscându-se valorile cotei ***Z***. Din aceste puncte este posibil ca unele să nu influenţeze cota punctului ***P***.

Metodele de interpolare presupun folosurea unor funcţii matematice şi a unor date iniţiale. Aceste metode vor fi tratate în partea a doua a capitolului.

1.4 Surse de date şi metode de eşantionare pentru MDA

Datele ***Z*** (de exemplu cote) în puncte de coordonate ***X,Y*** ale suprafeţei terestre sunt obţinute, de regulă, din determinări cu receptoare GPS, din aerofotogramele stereoscopice, folosind aparate fotogrammetrice analogice, analitice sau digitale. Valorile Z sunt obţinute şi prin digitizarea hărtilor existente, din ridicări topografice pe suprafaţa terestră, prin măsurarea cu sonarul sau cu un sistem radar etc. Pentru alte mărimi Z (presiune, temperatură, densitatea unui fenomen etc.) sunt folosite metode de culegere a datelor specifice domeniului respectiv.

Există numeroase metode de alegere a punctelor pentru MDA, în care se determină cota, cunoscute şi ca metode de eşantionare, ca de exemplu:

a) ***selective*** - punctele sunt alese înainte de măsurare sau în timpul măsurării;

b) ***adaptive*** - punctele redundante sunt înlăturate pe timpul măsurării;

c) ***progresive*** - analiza datelor dictează cum va fi făcută selecţia (analiza şi selecţia sunt făcute împreună, stabilindu-se o serie de subreţele succesive de densităţi din ce în ce mai mari, plecând de la grile de densitate mai mică a punctelor noduri, în funcţie de curbura terenului, calculată din diferenţele cotelor între perechile de puncte vecine);

d) ***compuse*** - ca şi la metodele ***progresive***, mai întâi sunt stabilite zonele de schimbare semnificativă a cotelor, apoi la selecţie se ţine seama şi de microrelief, aplicând primele metode combinate pe zone (metodă bună pentru teren cu forme moderate, cu caracteristici morfologice distincte).

1.5 Produse derivate din MDA

A) Bloc-diagrame, profile şi imagini ale orizontului

Aceste forme de reprezentare a MDA sunt preferate pentru vizualizare şi pot arăta variaţia asociată cu oricare variabilă cantitativă (***Z***) într-o zonă. Pachetele SURFER, IDRISI, ArcGIS, ERMapper, ASPEX etc. au proceduri ce pot afişa mulţimi regulate şi neregulate de date ***X, Y*** şi ***Z*** în forma tridimensională ca desene liniare sau repezentări raster ale umbrelor. Utilizatorul trebuie să specifice un unghi de vedere, rotirea planului orizontal ***OXY***, scările pe axe etc.

B) Estimarea volumului (pamântului) decopertat şi de umplere

Mai întâi este construit un MDA prin ridicări topografice înainte de începerea lucrărilor de teren şi apoi un al doilea îmbunătătit, care arată precis profilele şi alte detalii. Pe noul MDA pot fi indicate porţiunile ce se decopertează sau se umplu şi pot fi calculate prîn integrare numerică volumele pământului ce se decopertează sau cu care se completează adânciturile, lucru folositor la planificarea realizării lucrărilor de artă.

C) **Hărti cu izocurbe (curbe de nivel, izohipse)**

Prîn reclasificarea celulelor matricelor de altitudini în clase de înălţimi (după echidistanţă) şi tipărirea izocurbelor cu diferite culori, tipuri de linii sau tonuri de gri, pot fi obţinute hărţi cu izohipse.

Curbele de nivel pot fi realizate folosind determinarea prîn interpolare a punctelor de cotă cunoscută, prîn „navigare" cu algoritmi speciali în matricea cotelor. Aici sunt determinate valorile ***X*** şi ***Y*** ale punctelor succesive ale curbei. Dacă datele iniţiale sunt neregulate sau destul de depărtate în spaţiul geometric, determinarea curbelor poate fi precedată de interpolarea înălţimilor unei grile mai fine. Produsul final poate fi obţinut la imprimantă, la un ploter vectorial sau la un fotoploter raster.

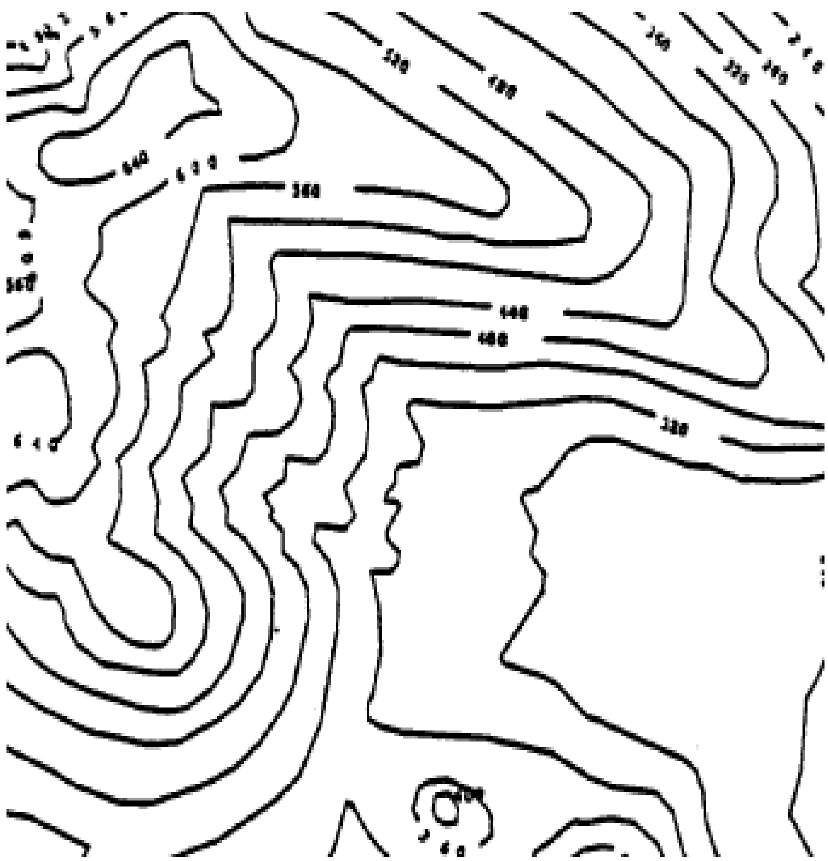

Fig. 2 Harta curbelor de nivel

Hărțile cu curbe de nivel pot fi generate şi direct dîn modele TÎN prîn intersectarea planurilor orizontale (de cotă constantă) cu laturile rețelei. De regulă, este folosită şi o structură secundară de date ale crestelor şi talvegurilor, ca un ghid pentru punctele de început ale fiecărei curbe.

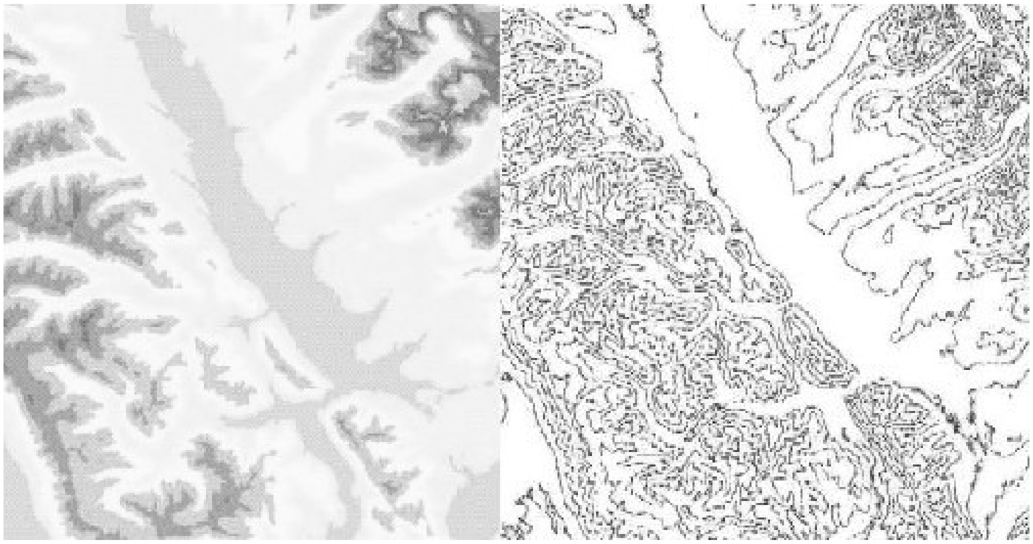

Fig. 3 Două tipuri de reprezentări ale MDA

D) Hărți cu zone văzute şi nevăzute (hărți de vizibilitate)

Abilitatea de a determina intervizibilitatea dîn teren a punctelor este importantă pentru multe discipline. Pentru a determina intervizibilitatea dîn hărțile clasice cu izohipse nu este uşor, deoarece trebuie desenate numeroase profile.

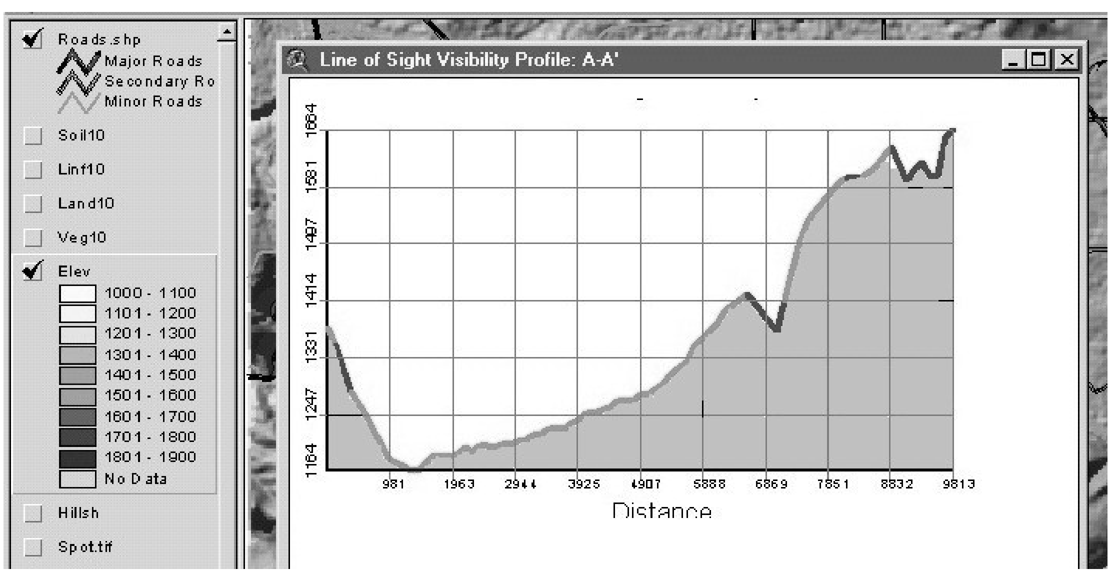

Fig. 4 Reprezentarea unui profil cu o extensie ArcView

Cu proceduri specifice fiecărui pachet de programe este uşor să se construiască prin calcul profile pe orice direcție, folosind fie rețele rectangulare regulate de puncte cu cote, fie rețele de triunghiulare. Cu algoritmi de reprezentare a liniilor ascunse pot fi obținute imagini cu zonele nevăzute. Este dată poziția din care trebuie calculată vizibilitattea (punct de vedere).

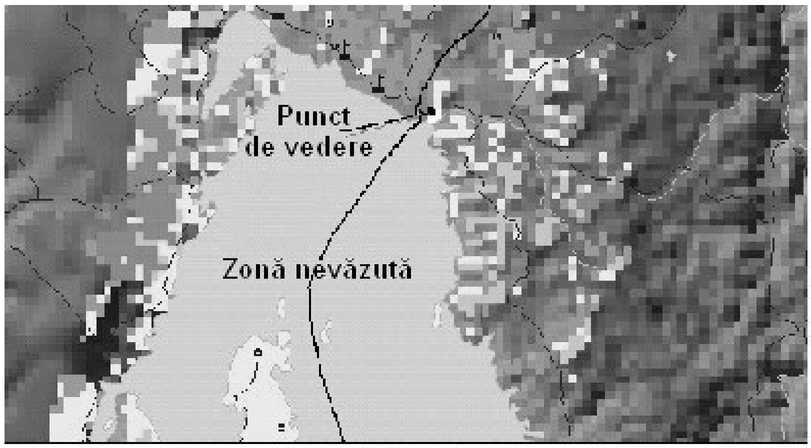

Fig. 5 Reprezentarea zonei nevăzute suprapusă pe o imagine

Punctele (celulele) ce nu se văd sunt marcate, fiind realizată o hartă simplă doar cu o variabilă ***Z*** ce poate lua doar două valori, respectiv 0 (nu se vede) sau 1 (se vede). Această hartă se combină cu harta generală obținută din alte straturi sau chiar cu o imagine (fig. 7.5).

E) Hărți ale pantei, direcției de pantă maximă, convexității şi concavității

Panta este definită de înclinarea unui plan tangent la suprafața modelată de MDA în orice punct dat şi are două componente - gradientul sau tangenta unghiului de înclinare şi aspectul, adică azimutul direcției de pantă maximă. Gradientul (în %) şi aspectul (în grade) sunt primele două derivate ale funcției suprafeței.

Derivatele de ordinul al doilea ale acestei suprafețe dau convexitatea şi concavitatea (convexitatea negativă), variația modificării pantei (în grade la 100 m). Sunt determinate local valorile derivatelor suprafeței pentru fiecare celulă din matricea altitudinilor, folosind o fereastră (submatrice sau kernel) de 3 x 3 celule care este mutată succesiv peste hartă. Este determinată o funcţtie cuadrică cu 6 parametri din cele nouă celule din fereastră, folosind diferențele finite şi nu metoda celor mai mici patrate. Pentru a afişa rezultatele este utilizat un tabel de căutare sau conversie (look-up table), pentru a repartiza claselor nuanțe corespunzătoare de culoare sau de gri. Pentru hărțile direcției de pantă maximă sunt definite în mod uzual nouă clase, 8 pentru azimute ce aparțîn celor 8 octante şi una pentru teren plat orizontal.

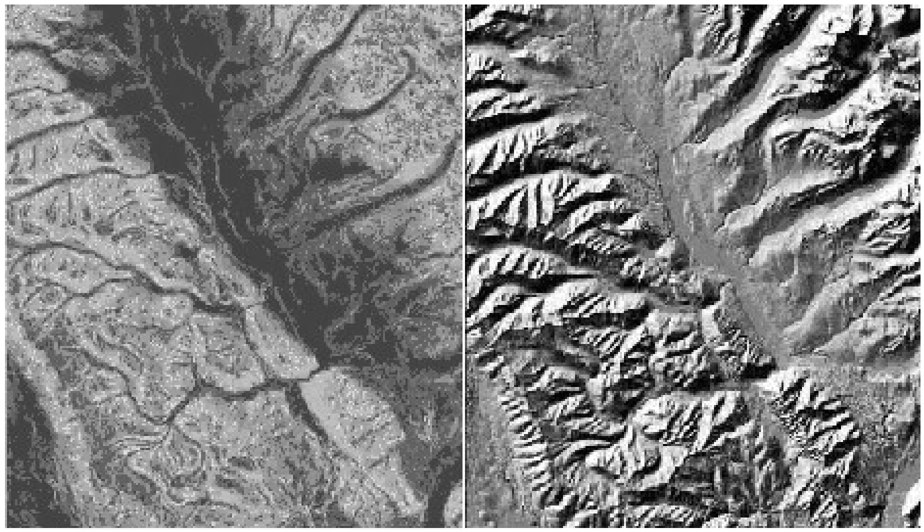

Fig. 6 Imaginea pantelor (stânga) şi imaginea zonelor umbrite (dreapta)

În hărțile derivate din matricile de altitudini există şi mult zgomot (mai multe erori) decât în suprafața originală, deoarece în general rugozitatea creşte o dată cu creşterea ordinului derivatei.

F) Hărti ale umbrelor reliefului

Există multe metode manuale pentru îmbunătătirea calității vizuale a hărților, în special reprezentarea reliefului în zonele montane. La cartografierea digitală, acest proces poate fi automatizat prin folosirea scărilor de gri şi a tehnicilor de generare a tonului continuu.

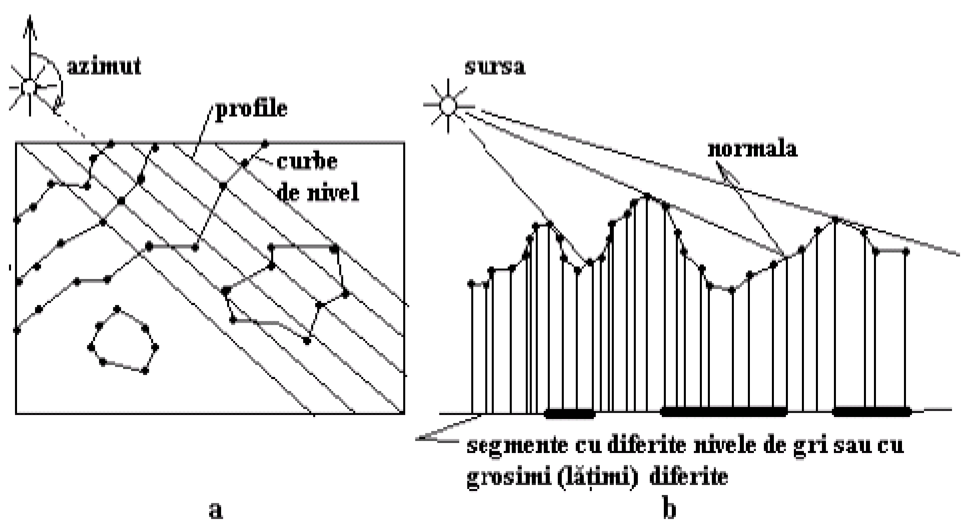

Fig. 7 Principiul reprezentării prin haşurare (umbrire)

Harta cu umbrele reliefului calculate dintr-o matrice de altitudiini diferă de fotografiile aeriene prin:

- este afişată geometria suprafeţei, nu obiectele de pe această suprafaţă („acoperirea terenului”);
- poziţia sursei de lumină poate varia, dar este aleasă, de regulă, la 45 de grade faţă de planul orizontal, pe direcţia nord-vest;
- nu este arătat detaliul „fin", deoarece modelul (suprafeţei) terenului a fost netezit şi generalizat.

Pentru a realiza o hartă cu umbrele reliefului, trebuie estimate orientarea unui element dat al suprafeţei (respectiv componentele pantei) şi un model de reflectare a luminii de către un element al suprafeţei când este iluminat de o sursă de lumină plasată la 45 de grade înălţime, spre nord-est (şi variante pentru alte studii). Strălucirea aparentă a elementului de suprafaţă depinde de orientarea sa faţă de sursa de lumină şi de material. Uneori valorile reflectanţei sunt obţinute dintr-un tabel de conversie (look-up table), unde pantele sunt convertite în reflectanţe.

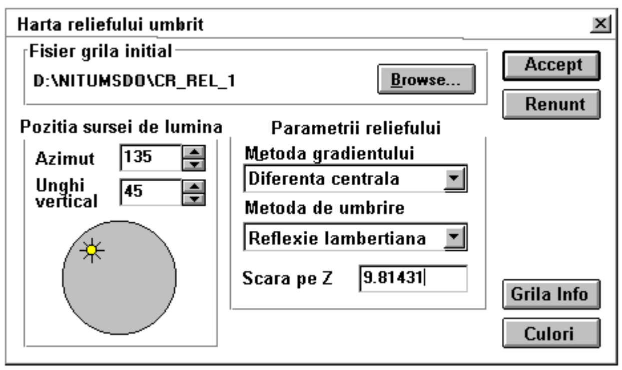

Fig. 8 Fereastra de alegere a parametrilor de vedere

Pot fi generate şi trei vederi separate, cu poziţii diferite ale punctului de iluminare (fig. 7.9), din combinarea celor trei imagini rezultate, considerate ca imagini RGB, rezultând o imagine color, În figură cele trei linii de jos sunt roşu, verde li albastru (RGB).

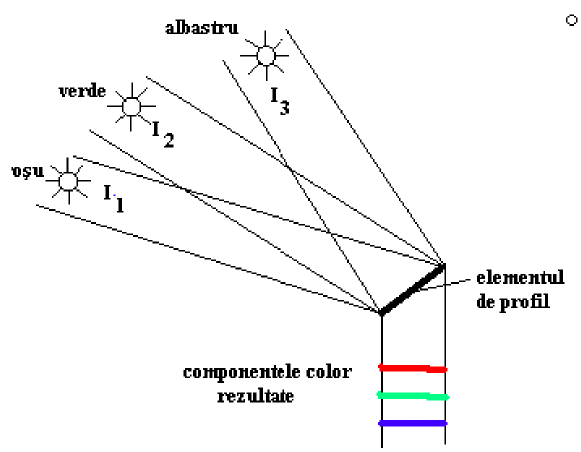

Fig. 9 Principiul umbririi în culori

Din motive de reprezentare grafică, în figura 7.10 este arătată o imagine alb-negru a umbrelor terenului, suprapusă peste imaginea 2,5 D a suprafeței aceleiaşi zone.

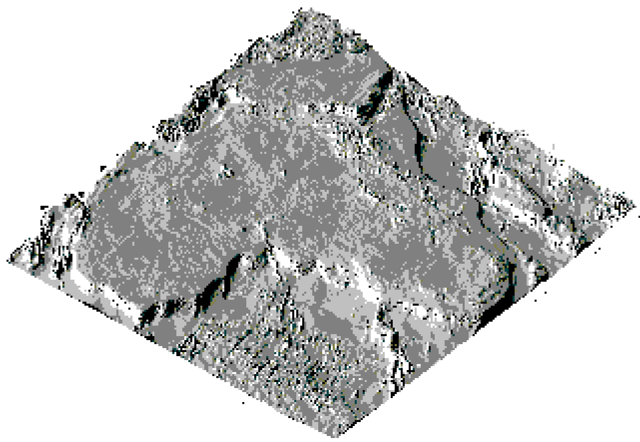

Fig. 10 Imaginea umbrelor suprapusă peste imaginea 2,5D a suprafeței

2 Geostatistică

Statistica spațială studiază populațiile statistice cu dispunere a eşantioanelor într-un anumit spațiu. Când spațiul de dispunere este spațiul bidimensional sau tridimensional terestru, disciplina de studiu se numeşte geostatistică. În cadrul acestui domeniu ne vom ocupa doar de câteva metode de interpolare, aplicabile multor fenomene geografice. Sunt prezentate acele metode de interpolare din geostatistică folosite mult în SIG şi în cartografierea tematică. Mult mai multe informații de statistică geografică puteți gasi la situl AI-GEOSTATS (http://curie.ei.jrc.it/ai-geostats.htm).

2.1 Interpolarea spațială

Pentru început sunt necesare câteva definiții. O mozaicare a unui plan este umplerea planului prin repetarea unor figuri (poligoane), astfel ca figurile să nu se acopere şi să nu existe goluri. Împărțirea zonei plane este împărțirea teserală (capitolul al treilea), iar datele referitoare la subzone se numesc date teserale. Numărul $\boldsymbol{n}$ de laturi ale poligonului acoperitor este $\boldsymbol{3} \leq \boldsymbol{n} \leq \infty$, dar practic ne limităm la triunghiuri, patrulatere, pentagoane şi hexagoane. Aceste poligoane pot fi regulate sau neregulate. Operațiunea de mozaicare sau parchetare aparține matematicii teserale. Harta cu județele țării poate fi considerată ca o zonă de unități teserale neregulate.

Operațiunea duală a unei mozaicări (parchetări - tessellation) este o altă mozaicare, obținută prin unirea centrelor poligoanelor vecine din mozaicarea originală şi care au o frontieră comună. De exemplu, mozaicul dual al unui mozaic de triunghiuri echilaterale este un mozaic de hexagoane regulate.

Dată fiind o mulțime de două sau mai multe puncte distincte în număr finit în planul euclidian, toate pozițiile din acel spațiu sunt asociate cu cele mai apropiate puncte din mulțimea dată. Rezultatul este o mozaicare a planului într-o mulțime de regiuni asociate cu elementele mulțimii de puncte, care e denumită diagramă plană ordinară Voronoi. Regiunile sunt denumite poligoane Voronoi ordinare.

Dată fiind o diagramă Voronoi unde generatoarele (punctele $\boldsymbol{p_i}$) în număr de trei sau mai multe, dar în număr finit, necolineare, sunt unite toate pe perechi de puncte ale căror poligoane Voronoi au o frontieră comună. Rezultă o a doua mozaicare. Dacă această mozaicare constă numai din triunghiuri, este denumită triangulație Delaunay.

Interpolarea spațială implică găsirea unei funcții $\boldsymbol{f(x, y)}$ care reprezintă intreaga suprafață a valorilor $\boldsymbol{Z}$ asociate cu puncte $\boldsymbol{P(x, y)}$ dispuse neregulat. În plus, această funcție face o predicție a valorilor $\boldsymbol{Z}$ pentru alte poziții dispuse regulat.

O asemenea funcție este cunoscută ca ***funcție de interpolare***. Există două tipuri de funcții de interpolare, ***exacte*** şi ***aproximative*** (netezirea datelor). Se deosebesc şi funcțiile de interpolare ***locale*** şi ***globale***. Metodele exacte fac ca într-un punct în care se dă o valoare $\boldsymbol{Z}$, dacă se aplică şi aici interpolarea, se determină exact acea valoare Z. Cu alte cuvinte, analizând probabilistic, în acel punct ponderea este infinită, iar probabilitatea de determinare a cotei devine 1 (eveniment cert). De fapt, o metodă este exactă doar atunci când se cunoaşte dinainte expresia funcției $\boldsymbol{Z}$, dacă aceasta există. Chiar şi unele metode exacte pot folosi un factor de netezire, în acest caz metodele trecând de la o grupă la alta.

Dacă se ia cazul reliefului, este imposibil ca suprafaţa acestuia să fie exprimată printr-o funcţie exactă. Metodele probabilistice constau în determinarea unei funcţii de interpolare folosind un număr limitat de puncte în care se cunosc valorile ***X, Y*** şi ***Z***. O reprezentare analitică a suprafeţei se poate obţine doar pentru o zonă limitată, dar punctele cu valori ***Z*** trebuie să fie dispuse în punctele şi pe liniile caracteristice. Ca mod de aplicare, se pot determina mai întâi valorile ***Z*** în punctele unei grile (reţele) rectangulare regulate, a cărei densitate poate fi aleasă de către utilizator, în funcţie de mărimea de interpolat, caracteristicile calculatorului şi ale memoriei externe unde se depun datele etc. În figura 7.11 se vede o altă reprezentare a grilei de puncte cu valori ***Z*** cunoscute.

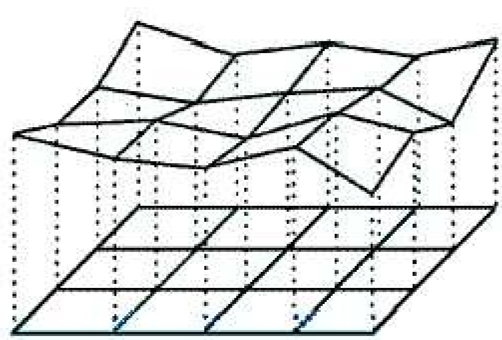

Fig. 11 Reprezentare 2,5D a grilei regulate de puncte

Dintre metodele exacte se pot aminti: interpolarea cu ponderea egală cu valoarea inversă a distanţei (fără specificarea factorului de netezire); kriging (fără specificarea efectului erorii nugget - pepită); metoda celui mai apropiat vecin; metoda funcţiei bazei radiale; metoda Shepard modificată (fără specificarea factorului de netezire); metoda prin triangularizare cu interpolare liniară; metoda vecinului natural

.Metodele de interpolare prin netezire sau aproximative presupun folosirea unui factor de netezire, aşa cum se va vedea la fiecare metodă. Acest tip de interpolare reduce efectele variabilităţii la scară mică între datele ***Z*** din punte vecine. Aceste metode nu consideră că în punctul în care se cunoaşte valoarea ***Z*** ponderea este infinită, respectiv probabilitatea să fie egală cu 1. Ca interpolatoare cu netezire pot fi considerate metodele: interpolarea cu ponderea egală cu valoarea inversă a distanţei (cu specificarea factorului de netezire); kriging (cu specificarea efectului erorii nugget - pepită); regresiei polinomiale; funcţiei bazei radiale; Shepard modificată (cu specificarea factorului de netezire); a polinoamelor locale; a mediei glisante.

2.1.1 O metodă clasică – metoda diferenţelor finite

Metoda de interpolare constă dintr-o serie de iteraţii de operaţiuni de „netezire" a suprafeţei. Sunt calculate diferenţele finite de diferite ordine şi se aplică o formulă de interpolare bidimensională. Valorile ***Z*** originale cunoscute în puncte date prin coordonatele ***X,Y*** rămân neschimbate. Există trei opţiuni care pot fi alese pentru oprirea iteraţiilor, când este realizată o condiţie din cele specificate.

Prima opțiune specifică numărul maxim de iterații pe care rutina trebuie să le realizeze asupra datelor geografice înainte de oprire. A doua opțiune specifică toleranța de convergență (diferenta maximă a mărimilor calculate din două iterații succesive, exprimată în procente din precizia cotei). A treia opțiune este toleranța *absolută* de convergență, care opreşte iterațiile când diferența maximă a mărimilor calculate din două iterații succesive este mai mică decât o valoare specificată. Valoarea este dată în unități ale altitudinilor reprezentate pe hartă, de exemplu în metri.

2.1.2 Metoda potrivirii unei suprafețe

Metoda foloseşte valorile ***X,Y*** si ***Z*** din punctele vecine punctului unde trebuie interpolată valoarea ***Z***. Vechile valori ***Z*** ale punctelor cunoscute pot fi şi ele modificate. Vecinătatea este dată de raza ***R*** de valoare aleasă a unui cerc cu centrul în punctul $\boldsymbol{P_0}$ de interpolat. Valoarea minimă a razei este, de regulă, de 1,5 ori mai mare decât latura grilei de puncte ce se determină (raza de scanare pentru aflarea punctelor vecine trebuie să fie destul de mare pentru a cuprinde un număr minim cerut de puncte şi este şi în funcție de tipul variabilei de interpolat - cotă, accelerație gravitațională, declinație magnetică, presiune etc.). Uneori, în locul cercului poate fi folosită o elipsă de selecție.

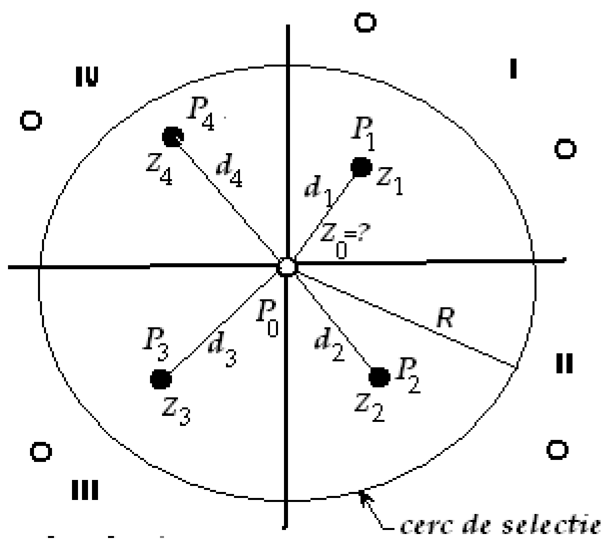

Fig. 12 Puncte selectate în cele patru cadrane

Se poate cere să existe cel puțin un punct în fiecare cadran sau in fiecare octant. Se poate stabili si un număr maxim de puncte pe cadran sau pe octant, de la 1 la 99. Ponderea unui punct este inversul unei puteri ***u*** a distanței de la punctul cu cotă dată până la punctul de interpolat (de exemplu, pentru punctual $\boldsymbol{P_1}$, ponderea este $\boldsymbol{1/(d_1^u)}$). Cele două metode de interpolare folosesc date ponderate.

Metoda determină cele mai potrivite suprafețe care să treacă prin puncte sau cât mai aproape de puncte, folosind o suprafață polinomială, ai cărei coeficienți sunt determinați cu metoda sumei minime a pătratelor erorilor, cunoscută ca metoda celor mai mici pătrate. La calculul ponderii, puterea ***u*** a distanței poate varia de la 1 la 9. Dacă sunt luate în consideraţie toate punctele la determinarea ecuaţiei suprafeţei, metodele se numesc globale. Dacă ecuaţia suprafeţei este valabilă numai pentru un punct, metoda se nzmeşte locală.

2.2 Metode exacte de interpolare

2.2.1 Interpolarea cu ponderea egală cu valoarea inversă a distanţei

Metoda poate intra în ambele grupe, în funcţie de faptul dacă se consideră sau nu un factor de netezire. Pentru aceasta, unei valori Z_i cunoscute i se atribuie ponderea ***1/ (d***$_i$***)***^{u}.

Se vede clar că metoda e una exactă, respectându-se condiţia ca ponderea să fie infinită când cota interpolatşp în punct coincide cu valoarea ***Z*** cunoscută în acel punct. Una din caracteristicile metodei este generarea unor curbe cu valori ***Z*** constante rotunlite în vecinătatea punctelor în care se cunosc valorile ***Z*** (curbe numite în literatura americană ca „bull's-eyes" (ochi de taur). Pentru a reduce acest efect, se poate folosi un factor sau parametru de netezire. Valorile finale ***Z*** vor fi netezite.

Funcţia matematică de interpolare este

$$\hat{Z}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{Z_i}{h_{ij}^{\beta}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{h_{ij}^{\beta}}} \qquad (1)$$

EMBED MSPhotoEd.3

unde

$$h_{ij} = \sqrt{d_{ij}^2 + \delta^2}$$

respectiv d_{ij} este distanţa între un punct „***j***" şi un punct vecin „***i***" , Z_j este valoarea determinată prin interpolare, Z_i este valoarea în punctul vecin, iar ***ó*** este un parametru de netezire.

Aici se vede că ponderea este $1/(h_{ij})^u$, iar exponentul ***u*** determină cât de repede scade valoarea cu creşterea distanţei de la un punct vecin. Dacă ***u*** are valoarea 0, rezultă o suprafaţă plană, cu valoarea ***Z*** medie neponderată a valorilor punctelor vecine. Dacă ***u*** creşte, metoda se transformă în cea a celui mai apropiat vecin şi suprafaţa rezultată este una poligonală. Poligoanele furnizează cele mai apropiate observaţii de punctul în care trebuie determinată valoarea. Pentru ***u*** se pot accepta valori practice pozitive apropiate de zero (de exemplu sub formă exponenţială 1.5e-025) şi valori foarte mari (de exemplu 1.e+025), dar în mod obişnuit sunt acceptate valorile 1, 2 sau 3.

Parametrul de netezire δ permite utilizatorului să asocieze datelor de intrare sau iniţiale o anumită incertitudine. Cu cât valoarea acestui parametru este mai mare, scade influenţa oricărei valori ***Z*** vecine.

2.2.2 Metoda Kriging

Metoda Kriging (după D.G. Krige) este o metodă geostatistică ce s-a dovedit utilă în rezolvarea multor probleme. Metoda produce reprezentări cartografice cu aspect vizual plăcut. Metoda încearcă să scoată în evidență tendințele din datele *Z* inițiale, aşa încât, de exemplu, se înlătură efectul de înconjurare cu curbe perfect rotunde a punctelor cu valori ***Z*** mari.

La folosirea metodei este avut în vedere şi un model al variogramei. Variograma caracterizează fiecare set de date. Pentru însuşirea noțiunii sunt necesare concepții statistice avansate. Variograma este o măsură a modului de modificare a valorilor față de medie. Principiul subliniat este acela că în medie, două observații alăturate sunt cu mult mai similare decât două observații îndepărtate. Deoarece procesele de subliniere a datelor au adesea orientări preferențiale, valorile se pot modifica mai rapid într-o direcție decât în alta. În acest fel variograma este o funcție de direcție.

Kriging este de fapt o metoda a mediei ponderate de determinare a valorilor ***Z*** în punctele unei grile, ponderile fiind determinate pe baza poziției datelor şi a gradului de continuitate spațială prezent în date, prin determinarea semivariogramei. Ponderile sunt determinate astfel încât eroarea medie a estimării este zero şi varianța estimării este minimă (principiul sumei minime a patratelor erorilor sau principiul celor mai mici patrate).

Variograma este o funcție tridimensională. Există două variabile independente (direcția $\boldsymbol{\theta}$ şi distanța de separare ***h***) şi o variabilă dependentă (valoarea $\boldsymbol{\gamma(\theta,h)}$ a variogramei). Când este specificată o variogramă pentru metoda kriging, se specifică unele valori ca pragul, domeniul şi nugget (pepită - parte a varianței unei variabile regionalizate care nu are componentă spațială), dar se specifică şi informația privind anizotropia. Datele variogramei formează tot o rețea (sunt definite tot pe o rețea). Rețeaua variogramei este memorată ca şi datele ***Z***.

Variograma (graficul ***XY***) este un sector radial (felie de tort) de la grila variogramei, care poate fi imaginată ca o suprafață „aparte" (particulară). Aceasta este necesar deoarece este dificil să se deseneze suprafața tridimensională. Acceptând ideea, este posibil să se deseneze şi să se lucreze cu variograma direcțională experimentală într-o formă familiară, de grafic ***XY***. O asemenea variogramă este asociată cu o direcție. Ultimul model de variogramă trebuie să fie aplicat tuturor direcțiilor. Când se constrânge modelul, utilizatorul începe cu mai multe sectoare, dar trebuie ca la urmă să integreze mental sectoarele într-un model final 3D.

Metoda de interpolare Kriging poate fi exactă sau aproximativă, în funcție de parametrii aleşi de utilizator. În metodă sunt cuprinse anizotropia şi tendințele scoase în evidență într-o manieră eficientă şi naturală.

Există două tipuri de Kriging – Kriging punctual şi Kriging bloc. Ambele tipuri de Kriging geneează o grilă interpolată. Metoda Kriging punctual estimează valorile punctelor în nodurile grilei. Kriging bloc estimează valoarea medie a blocurilor rectangulare centrate în nodurile grilei. Blocurile au dimensiunile şi forma unei celule a grilei. Kriging bloc estimează valoarea medie a unui bloc, generează curbe nenetezite. Deoarece Kriging bloc nu estimează valoarea într-un punct, nu este un interpolator perfect. Acest lucru se întâmplă chiar dacă observațiile cad exact într-un nod al grilei, metoda estimând pentru acel nod altă valoare apropiată de cea dată.

2.2.3 Metoda celui mai apropiat vecin

Metoda celui mai apropiat vecin asignează unui punct de coordonate ***X,Y*** valoarea ***Z*** a celui mai apropiat punct din toate ponctele vecine. Aici rezultatul are o interpretare geometrică aparte. Mai multe puncte primesc aceeaşi cotă, ceea ce duce la aproximarea reliefului cu o serie de poliedre cu un contur oarecare, baza unui poliedru fiind un poligon Thiessen. .

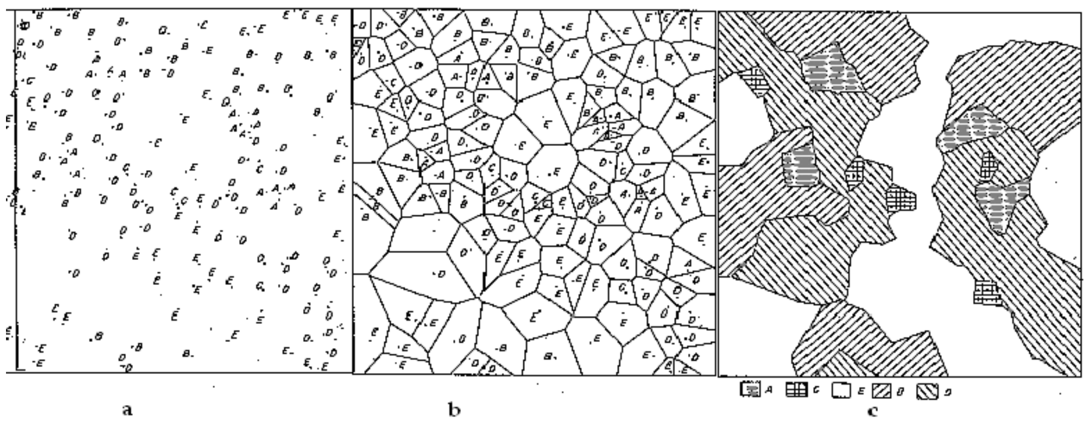

Fig. 13 Pozițiile punctelor cu valorile Z (a). poligoanele Thiessen (b) şi harta finală (c)

Este cel mai bine când valorile ***Z*** sunt măsuratori pe o scară nominală, de exemplu tipul de sol (exprimat prin cifre). Sunt făcute predicții ale valorilor atributelor pentru poziții neeşantionate, folosind un singur punct, cel mai apropiat.

Metoda permite completarea cu date a zonelor unde datele lipsesc. Şi aici, ca la toate metodele, nu participă la interpolare toate punctele cu valori ***Z***, ci numai cele care intră într-o „elipsă de căutare (selecție)" definită de utilizator, de cele mai multe cazuri un cerc de selecție cu raza dată. Unele programe permit şi aici, ca şi la alte metode, definirea unor linii sau zone de ruptură, peste care nu se mai aleg puncte.

2.2.4 Metoda funcției bazei radiale

Metoda de interpolare cu funcția bazei radiale realizează o suprafață netedă. Dintre funcțiile posibile, cea optimă este considerată a fi funcția multicuadrică. Metoda este una exactă. Puteți introduce un factor de netezire şi aici. Există multe tipuri de funcții. Funcțiile nucleu de bază sunt similare variogramelor de la metoda Kriging.

Iată câteva funcții:

a) Multiquadrică inversă $\boldsymbol{B(h) = 1/[(h^2 + R^2)^{0.5}]}$
b) Multilogaritmică $\boldsymbol{B(h) = \log(h^2 + R^2)}$
c) Multicuadrică $B(h) = (h^2 + R^2)^{0.5}$ (2)

d) Spline natural cubic $\boldsymbol{B(h) = (h^2 + R^2)^{3/2}}$
e) Spline placă subţire $\boldsymbol{B(h) = (h^2 + R^2)\log(h^2 + R^2)}$

unde: ***h*** este distanţa relativă anizotropică, rescalată, de la punctul în care se interpolează valoarea ***Z*** şi un nod în care se cunoaşte valoarea ***Z***, iar ***R*** este un factor de netezire ales de utilizator. Valoarea implicită pentru $\boldsymbol{R^2}$ este calculată în unii algoritmi ca raportul dintre lungimea diagonalei plane a setului de puncte cu date ***Z*** şi produsul **25XN**, unde ***N*** este numărul de puncte.

2.2.5 Metoda Shepard modificată

Metoda foloseşte interpolarea prin cele mai mici pătrate după inversul distanței, fiind similară cu metoda mediei ponderate după inversul distanței la o putere oarecare. Folosirea celor mai mici pătrate elimină efectul de rotunjire a liniilor în jurul unui nod. Poate fi o metodă exactă sau una aproximativă, în funcție de parametrii introduşi de utilizator.

Se poate alege pentru început calculul unei suprafețe cuadrice locale prin cele mai mici pătrate, în fiecare punct dat (vecinii cuadrici). Un parametru al vecinilor cuadrici specifică dimensiunea vecinătății locale prin numărul de vecini locali. Vecinătatea locală este definită de un cerc de rază dată, astfel încât să includă vecinii în număr destul de mare.

Valorile interpolate sunt generate folosind o medie ponderată cu distanța. Ecuațiile de erori sau de corecții provin din funcția cuadrică aleasă, scriind câte o ecuație de erori pentru fiecare punct vecin, ponderea ecuației fiind inversul distanței. Dimensiunea vecinătății locale se specifică prin parametrul număr de vecini. Vecinătatea locală este un cerc de rază convenabilă, dar în anumite condiții poate fi şi o elipsă.

2.2.6 Triangularizare cu interpolare liniară

Metoda de triangularizare urmată de interpolare liniară foloseşte toate punctele cu valori ***X***,***Y*** şi ***Z*** date şi cu ele se construiesc triunghuri formate din puncte vecine, astfel ca întreaga suprafață să fie acoperită cu treiunghiuri. Un caz particular este cel al triangularizării Delauney (Nițu, C. ş.a., 2002). Punctele sunt astfel unite câte două, încât o latură nu poate trece peste alt triunghi. Premiza duce la o metodă exactă de interpolare.

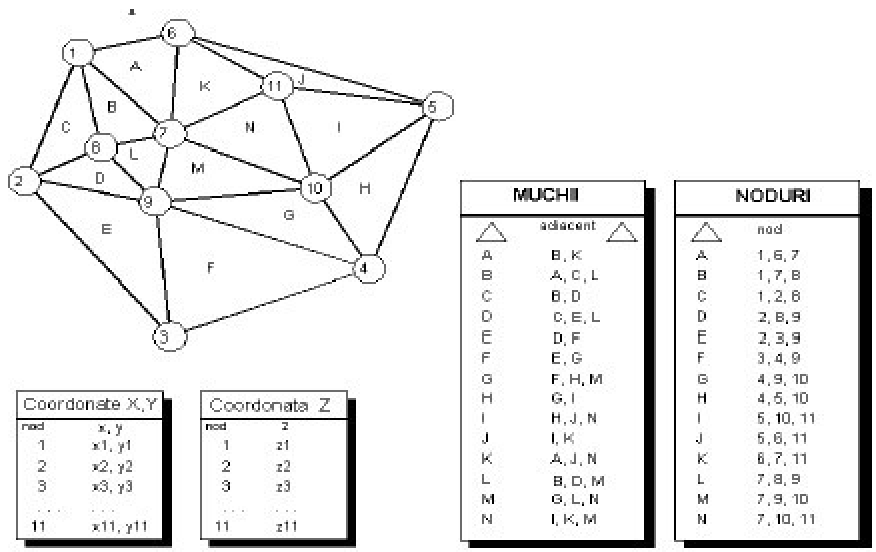

Fig. 14 Rețeaua TIN şi structura datelor (liste de date)

Fiecare triunghi defineşte un plan, astfel că triunghiul este fața superioară a unui paralelipiped cu baza inferioară pe planul orizontal de valoare ***Z*** nulă. Cota fiecărui punct din interiorul triunghiului rezultă din interpolarea liniară față de valorile ***Z*** în cele trei vârfuri ale triunghiului.

2.2.7 Metoda vecinului natural

Metoda vecinului natural este foarte simplă. Fie o mulțime de poligoane Thiessen, mulțimea duală a unei triangulații Delaunay (Nițu, C. ş.a., 2002). Dacă mulțimii de puncte i se mai adaugă un nou punct, poligoanele Thiessen se modifică. De fapt, doar unele poligoane se vor micşora şi niciunul nu se va mări. Zona asociată cu poligonul Thiessen țintă dintr-un poligon existent este denumită „zonă de împrumut". Algoritmul de interpolare a vecinului **natural** foloseşte o mediere ponderată a datelor ***Z*** vecine, unde ponderile sunt proporționale cu „aria zonei de împrumut".

Metoda exclude extrapolarea în afara conturului poligonal exterior al punctelor date cu valori ***Z*** sau al poligoanelor Thiessen.

2.3 Metode aproximative de interpolare

Dintre metodele de interpolare cu netezire sau aproximative se amintesc doar cele care nu au fost descrise mai sus, respectiv regresia polinomială, interpolarea cu poligoane locale şi metoda mediei glisante.

2.3.1 Metoda regresiei polinomiale

Metoda regresiei polinomiale se foloseşte mai ales pentru definirea sau scoaterea în evidenţă a tendinţei generale a valorilor $\boldsymbol{Z}$ pentru o anumită zonă. De fapt nu este o metodă de interpolare preopriu-zisă, deoarece nu determină o predicţie a valorii $\boldsymbol{Z}$ necunoscute.

Polinoamele pot fi de diferite grade, care să reprezinte geometric diferite suprafeţe: un plan; o suprafaţă biliniară (şa); o suprafaţă cuadrică; o suprafaţă cubică; o altă suprafaţă definită de utilizator. Puterile maxime ale variavilelor $\boldsymbol{X}$ şi $\boldsymbol{Y}$ în ecuaţia polinomială pot fi parametri ale căror valori se aleg de către utilizator.

Ecuaţia generală a suprafeţei spaţiale de ordinul $\boldsymbol{n+m}$ este

$$Z=A_{00}+A_{10}X+A_{01}Y+A_{11}XY+A_{20}X^2+A_{11}XY+A_{02}Y^2+A_{30}X^3+A_{21}X^2Y + A_{12}XY^2+A_{03}Y^3+\ldots+A_{MN}X^MY^N \quad (3),$$

scrisă intenţionat dezvoltată, în care A_{ij} reprezintă coeficienţii ($\boldsymbol{i=1,M,\ j=1,N}$).

2.3.2 Interpolarea polinomială locală

Interpolarea polinomială locală foloseşte ecuaţii polinomiale pentru fiecare puncr cu valoarea $\boldsymbol{Z}$ de determinat şi metoda celor mai mici patrate. Forma polinoamelor poate fi:

-de ordinul I: $F(X,Y) = a + bX + cY$;
-de ordinul al doilea: $F(X,Y) = a + bX + cY + dXY + eX^2 + fY^2$; (4)
-de ordinul al treilea:
$F(X,Y) = a + bX + cY + dXY + eX^2 + fY^2 + gX^2Y + hXY^2 + kX^3 + mY^3$
……

Ponderarea se face cu valori diferite, notate de exemplu cu $\boldsymbol{P_{XX}}$, $\boldsymbol{P_{XY}}$, $\boldsymbol{P_{YX}}$ şi $\boldsymbol{P_{YY}}$, calculate cu relaţiile:

$$\begin{aligned} P_{XX} &= (\cos\phi)/R_1 \\ P_{XY} &= (\sin\phi)/R_1 \\ P_{YX} &= (\sin\phi)/R_2 \\ P_{YY} &= (\cos\phi)/R_2 \end{aligned} \qquad (5)$$

unde

$\boldsymbol{\phi}$ este unghiul elipsei de căutare (selecţie);
$\boldsymbol{R_1}$ este raza de căutare 1 (o axă a elipsei);
$\boldsymbol{R_2}$ este raza de căutare 2 (cealaltă axă a elipsei).

Se definesc şi valorile intermediare $\boldsymbol{A_{XX}}$, $\boldsymbol{A_{XY}}$, şi $\boldsymbol{A_{YY}}$, cu relaţiile:

$$A_{XX} = T_{XX}^2 + T_{YX}^2$$
$$A_{YY} = 2(T_{XX}T_{XY} + T_{YX}T_{YY}) \quad (6)$$
$$A_{YY} = T_{YY}^2 + T_{XY}^2$$

Valorile A_{XX}, A_{XY}, şi A_{YY} sunt funcţii doar de parametrii elipsei de căutare. Acestea sunt aceleaşi pentru tot setul de date şi pentru toate punctele în care trebuie determinată valoarea Z. Dacă se dau punctul în poziţia (X_i, Y_i) şi un punct în poziţia (X_0, Y_0), cu mărimile dX şi dY

$$dX = X_i - X_0$$
$$dY = Y_i - Y_0 \quad (7)$$

se calculează mărimea R_i,

$$R_i = (A_{XX}dX^2 + A_{XY}dXdY + A_{YY}dY^2)^{1/2} \quad (7.8)$$

şi în final ponderea W_i pentru punctul i

$$W_i = (1 - R_i)^p \quad (9),$$

unde p este puterea sau exponentul, iar i este punctul din mulţimea de puncte cu valori date din cele N puncte $\{P(X_i,Y_i,Z_i),\ i = 1,2,\ldots\ldots, N\}$.

Parametrii locali calculaţi prin metoda celor mai mici patrate se obţin prin minimizarea sumei patratelor erorilor

$$\min \sum_{i=1}^{N} W_i[F(X_i, Y_i) - Z_i)]^2 \quad (10).$$

2.3.3 Metoda mediei glisante

Metoda mediei glisante atribuie valori Z prin medierea valorilor Z_i ale punctelor vecine din elipsa de selecţie. Şi aici trebuie specificate elipsa de selecţie pentru puncte vecine cu centrul în punctul cu valoarea Z de determinat şi numărul minim de puncte care se aleg în elipsă. Se face media aritmetică a valorilor Z din punctele vecine selectate. Dacă există mai puţine puncte decât numărul minim de puncte specificat, punctului nu i se atribuie valoare sau, cu alte cuvinte, i se atribuie valoarea vidă (blanc).

Metoda nu este recomandată pentru generarea izoliniilor din mulţimi mici şi moderate de date, ci pentru multe date punctuale. La programarea unor algoritmi de interpolare poate exista şi opţiunea de utilizare a întregii mulţimi de puncte cu valori Z date, în fiecare punct a cărei valoare Z trebuie determinată. Şi aici, elipsa sau cercul de selecție pot fi împărțite în sectoare, pentru care pot fi utilizate trei reguli de căutare: specificarea până la un număr anumit de sectoare (cadrane, octante, 16 sectoare sau 32 de sectoare); în fiecare sector să fie un anumit număr de puncte; ***Z*** ia valoarea blanc dacă numărul de puncte dintr-un sector este infuficient.

2.4 Elipsa de selecție

Se foloseşte o elipsă de selecție în locul unui cerc de selecție pentru anumite valori specifice unor fenomene fizice care uneori au o intensitate specifică unei anumite direcții, de exemplu în lungul unor cursuri din bazine hidrografice, în lungul unor căi de comunicaştii, în lungul unei linii de şărm etc. În cazul unei elipse de căutare sau de selecție trebuie specificate ca parametri valorile orientării axei mari a elipsei şi ale lungimilor axelor. În figura de mai jos este dată elipsa pentru a = 2, b = 1, orientarea ϕ = 45^o

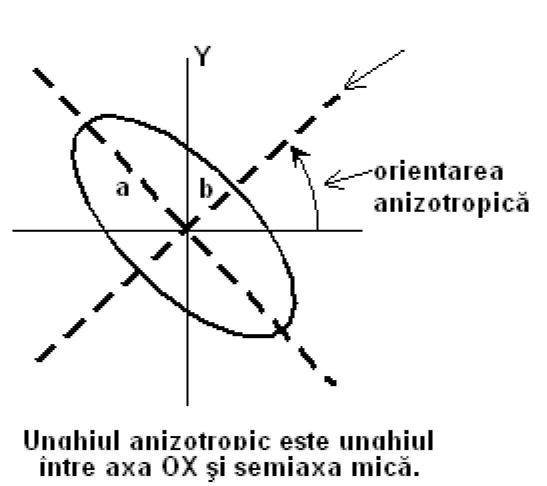

Fig. 15 Elipsa de selecție

2.5 Modele de variograme

Se dau mai jos câteva modele de variograme care pot fi folosite cu succes la anumite metode de interpolare. Uneori nu este necesară decât o variogramă sau grafic în plan care reprezintă o dreaptă (cu parametrii scară şi lungime). Pentru o variogramă pot fi folosiți anumiți parametri. În figurile de mai jos se dau formele grafice şi expresiile analitice.

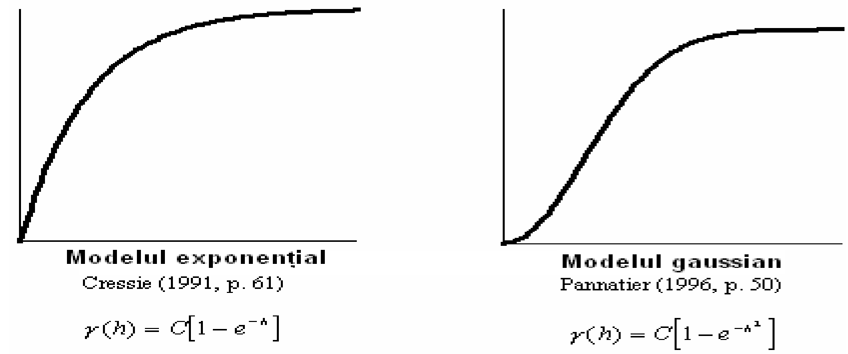

Fig. 16 Modelul exponențial şi modelul gaussian de variogramă

În figuri ***γ (h)*** reprezintă variograma, ***C*** este scara pentru componenta structurată a variogramei, iar ***h*** este distanța relativă de rescalare anizotropică.

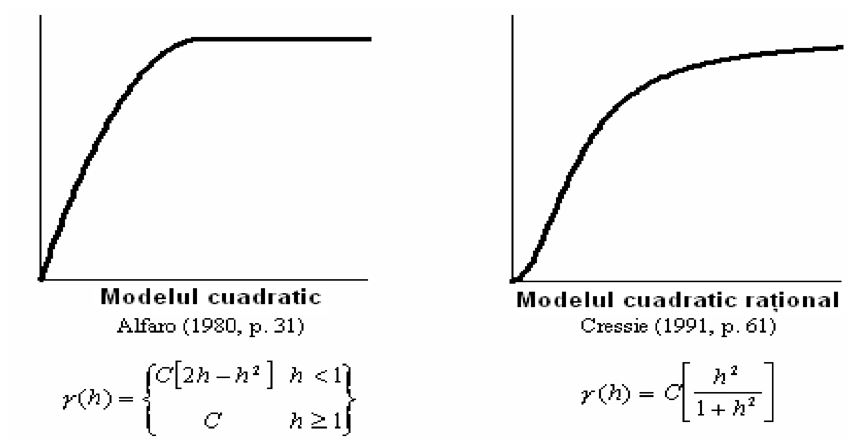

Fig. 17 Modelele cuadratice de variograme

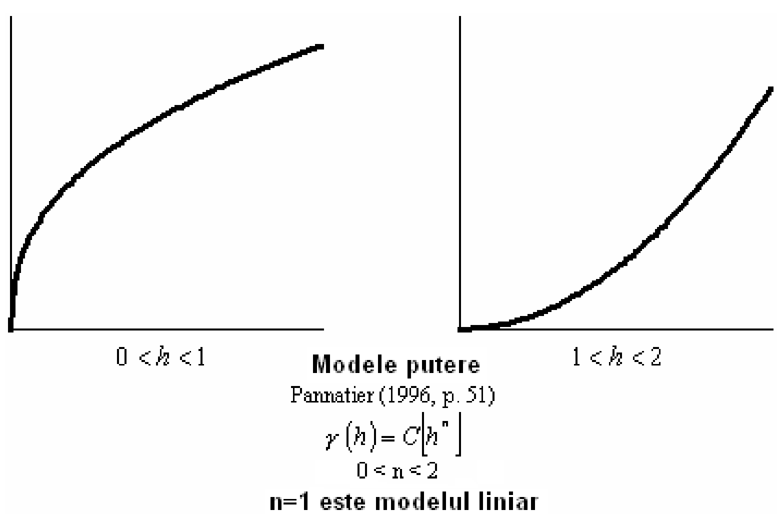

Fig. 18 Modelele putere de variograme

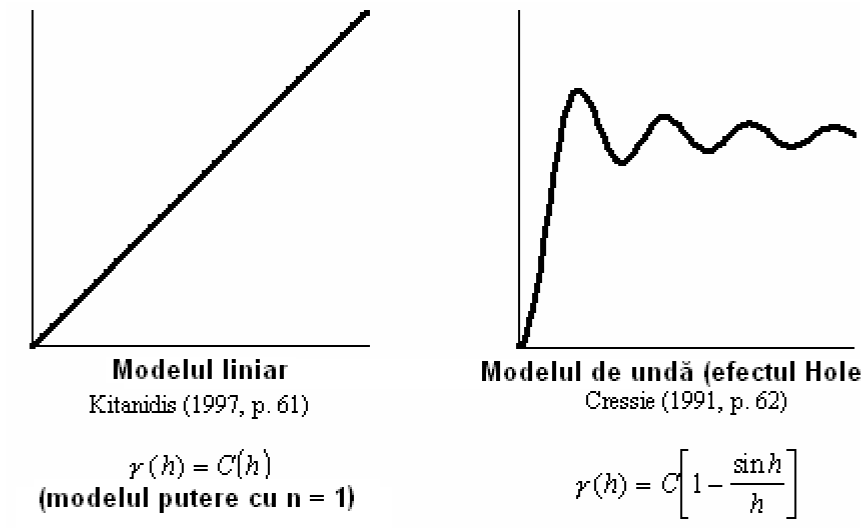

Fig. 19 Modelul liniar şi modelul de undă

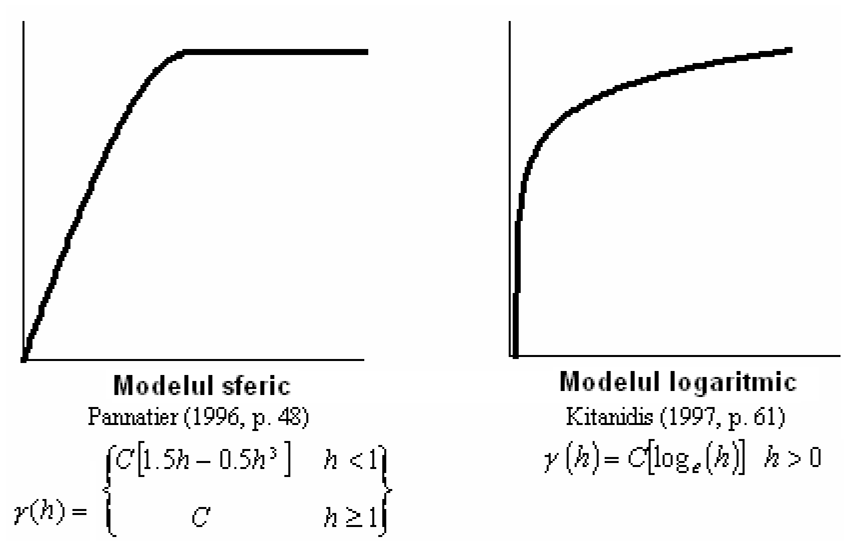

Fig. 20 Modelele sferic şi logaritmic de variogramă

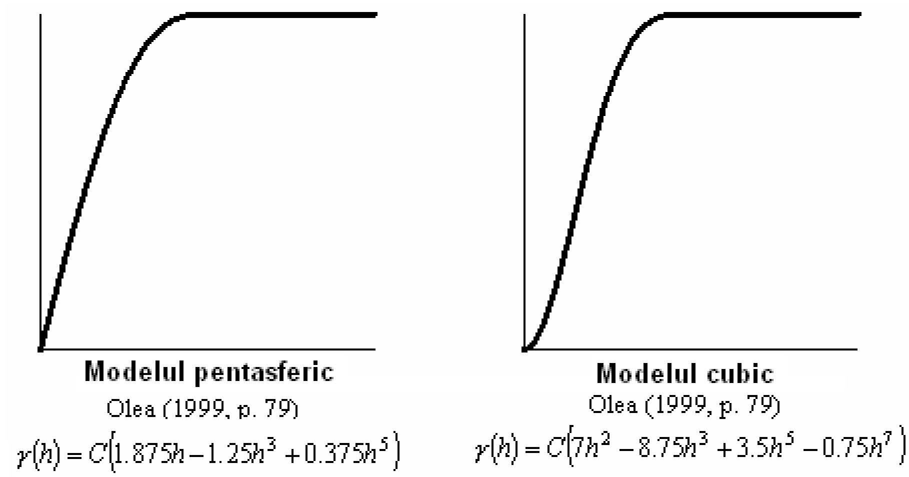

Fig. 21 Modelul pentasferic şi modelul cubic de variogramă

Bibliografie

Cressie, N. A. C. (1991). Statistics for Spatial Data, John Wiley and Sons, Inc., New York, 900 pp.

Davis, John C. (1986). Statistics and Data Analysis in Geology, John Wiley and Sons, New York

Deutsch, C.V., Journel, A. G. (1992). GSLIB - Geostatistical Software Library and User's Guide, Oxford University Press, New York, 338 pp.

Draper, N., Smith, H. (1981). Applied Regression Analysis, second edition, Wiley-Interscience, 709 pp

Franke, R., Nielson, G. (1980). Smooth Interpolation of Large Sets of Scattered Data, International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 15, p. 1691-1704

Guibas, L., J. Stolfi (1985). Primitives for the Manipulation of General Subdivisions and the Computation of Voronoi Diagrams, ACM Transactions on Graphics, v. 4, n. 2, p. 74-123

Isaaks, E. H., Srivastava, R. M. (1989). An Introduction to Applied Geostatistics, Oxford University Press, New York, 561 pp.

Lawson, C. L. (1977). Software for C1 surface interpolation, Mathematical Software III, J. Rice (ed.), Academic Press, New York, p. 161-193

Journel, A.G., Huijbregts, C. (1978). Mining Geostatistics, Academic Press, 600 pp.

Journel, A.G. (1989). Fundamentals of Geostatistics in Five Lessons, American Geophysical Union, Washington D.C.

Nitu, C. (1992). Contributii privind realizarea unui pachet de programe pentru constructia automatizata a gartilor, teza de doctorat, Academia Twhnica Militara, Bucuresti

Nitu, C. et all (2002). Sisteme informationale geografice si cartografie computerizata, Editura Universitatii din Bucuresti, p. 184-195

Renka, R. J. (1988), Multivariate Interpolation of Large Sets of Scattered Data, ACM Transaction on Mathematical Software, v. 14, n. 2, p. 139-148.

Sibson, R. (1980). A Vector Identity for the Dirichlet Tessilation, Math. Proc. Cambridge Phil. Soc., v. 87, p. 151-155

Sibson, R. (1981). A Brief Description of Natural Neighbor Interpolation, Interpreting Multivariate Data, V. Barnett editor, John Wiley and Sons, New York, p. 21-36
Shepard, D. (1968), A two dimensional interpolation function for irregularly spaced data, Proc. 23rd Nat. Conf. ACM, p. 517-523