

**R O M Â N I A**  
**MINISTERUL APĂRĂRII**

**ACADEMIA TEHNICĂ MILITARĂ**

*Maior inginer* **TOMOIAGĂ TIBERIUS SEPTIMIU**

# **TEZĂ DE DOCTORAT**

*Conducător de doctorat:*

*gl. bg.(r) prof. univ. dr. ing.* **NIȚU CONSTANTIN**

**BUCUREȘTI**  
**2007**



**R O M Â N I A**  
**MINISTERUL APĂRĂRII**

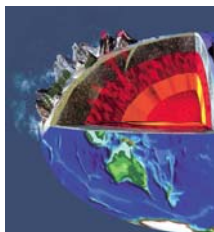


**ACADEMIA TEHNICĂ MILITARĂ**

***Maior inginer* TOMOIAGĂ TIBERIUS SEPTIMIU**

# **TEZĂ DE DOCTORAT**

***TEMĂ:* “CONTRIBUȚII PRIVIND DETERMINAREA  
ONDULAȚIILOR GEOIDULUI FOLOSIND  
MODELELE GEOPOTENȚIALE GLOBALE  
ȘI DATE GRAVIMETRICE LOCALE”**



***Conducător de doctorat:***

***gl. bg.(r) prof. univ. dr. ing. NIȚU CONSTANTIN***

Teză elaborată în vederea obținerii titlului științific de  
“DOCTOR” în domeniul fundamental “ȘTIINȚE INGINEREȘTI”,  
domeniul “INGINERIE GEODEZICĂ”, specializarea „Geodezie, fotogrammetrie, cartografie și teledetecție”

**BUCUREȘTI**  
**2007**



## MULȚUMIRI

Această lucrare reprezintă rezultatul a opt ani dedicați studiului geodeziei fizice, de-a lungul cărora s-au succedat alternativ momente plăcute și mai puțin plăcute, atât sub aspect profesional și științific, cât și sub aspect personal. Peste toate acestea am trecut cu bine cu sprijinul mai multor oameni față de care voi rămâne profund îndatorat și cărora le adresez cele mai calde și sincere mulțumiri.

În mod deosebit doresc să mulțumesc conducătorului meu științific, domnul gl. bg. (r) prof. univ. dr. ing. Constantin Nițu, pentru numeroasele sfaturi și indicații oferite și pentru răbdarea, căldura și amabilitatea pe care le-a manifestat față de mine în tot acest timp.

De asemenea, îi sunt recunoscător domnului col. (r) prof. univ. dr. ing. Corneliu Serediuc și domnului mr. dr. ing. Mirel Marinescu pentru sprijinul acordat pe întreaga perioadă de pregătire și elaborare a tezei de doctorat.

Calde mulțumiri aduc membrilor comisiei de doctorat formată din:

- col. prof. univ. dr. ing. Dan Postolea, președinte;
- gl. bg. (r) prof. univ. dr. ing. Constantin Nițu, conducător științific;
- col. (r) prof. univ. dr. ing. Niculae Răducanu, membru;
- prof. univ. dr. ing. Cornel Păunescu, membru;
- conf. univ. dr. ing. Constantin Marcu, membru,

care au avut bunăvoința să citească și să aprecieze această lucrare, făcând observații utile și pertinente.

Cu respect mulțumesc domnului col. dr. ing. Liviu Coșereanu – comandantul Agenției de Cercetare pentru Tehnică și Tehnologii Militare, pentru sprijinul acordat pe toată perioada pregătirii și elaborării tezei de doctorat.

În același cadru al recunoașterii ajutorului primit, autorul mulțumește colegilor care prin prietenia și preocupările lor individuale au contribuit la crearea unui climat benefic activității de studiu și cercetare științifică în Colectivul de Geodezie din care face parte.

În încheiere doresc să-i mulțumesc soției mele care m-a sprijinit în permanență pe tot parcursul lung și dificil al elaborării prezentei lucrări.



## REZUMAT

În lucrare se prezintă o metodă de determinare a undulațiilor unui geoid gravimetric pe baza măsurărilor gravimetrice locale și a modelelor geopotențiale globale. Această metodă este tratată teoretic și verificată practic, una din contribuțiile acestei teze fiind determinarea unui geoid gravimetric local pentru teritoriul României. De asemenea, au fost prezentate aspectele legate de utilizarea undulațiilor geoidului gravimetric în combinație cu altitudinile obținute din măsurători prin GPS. O altă contribuție constă în pachetul de programe elaborat în scopul efectuării tuturor calculelor din cadrul studiului de caz.

## ABSTRACT

The thesis presents a method for geoid undulations determination using local gravimetric measurements and Global Geopotential Models. This method is covered from both theoretical and practical aspects, one of the major contributions of this thesis being the computation of a local gravimetric geoid for Romania. Also, the aspects regarding the combination of geoid and GPS heights have been covered. Another contribution is a software package created for all computations made for the case study.

**Cuvinte cheie:** geodezie fizică, anomalie gravimetrică, Stokes, undulație a geoidului, geoid gravimetric, geoid geometric, rețele combinate geoid/nivelment/GPS





# CUPRINS

MULȚUMIRI.....	i
REZUMAT.....	iii
CUPRINS .....	v
Lista figurilor .....	vii
Lista tabelelor .....	ix
Lista simbolurilor .....	xi
Lista de acronime și abrevieri.....	xiii
CAPITOLUL 1: INTRODUCERE .....	1
1.1. GENERALITĂȚI .....	1
1.2. STADIUL ACTUAL.....	6
1.2.1 La nivel mondial .....	6
1.2.2 În țara noastră.....	7
1.3. OBIECTIVELE LUCRĂRII .....	8
1.4. STRUCTURA TEZEI .....	9
CAPITOLUL 2: DATE UTILIZATE PENTRU DETERMINAREA GEOIDULUI GRAVIMETRIC .....	11
2.1. MODELUL DIGITAL ALTIMETRIC AL TERENULUI (MDAT).....	11
2.1.1 Generalități.....	11
2.1.2 Modalități de obținere .....	12
2.1.3 Estimarea preciziei modelelor digitale altimetrice ale terenului .....	15
2.1.3.1 Reprezentarea erorilor modelului digital altimetric sub formă de câmpuri aleatoare.....	15
2.1.3.1.a. Distanța de corelație spațială .....	16
2.1.3.1.b. Metode de reprezentare a erorilor sub formă de câmpuri aleatoare.....	17
2.1.4 Influența terenului în determinarea geoidului .....	19
2.1.4.1 Efectul direct (corecția de relief) .....	21
2.1.4.2 Efectul indirect.....	23
2.2. DATE GRAVIMETRICE .....	24
2.2.1 Anomaliile Faye (în aer liber) - $\Delta g_F$ .....	24
2.2.2 Anomaliile Bouguer .....	25
2.2.2.1 Anomaliile Bouguer incomplete - $\Delta g_{BI}$ .....	25
2.2.2.2 Anomaliile Bouguer complete - $\Delta g_{BC}$ .....	25
2.2.2.3 Anomaliile Bouguer perfecționate (simple) - $\Delta g_{BP}$ .....	25
2.2.3 Metode de culegere a datelor gravimetrice.....	26
2.2.3.1 Măsurători gravimetrice terestre.....	26
2.2.3.2 Anomaliile gravității obținute prin măsurători pe platforme marine .....	26
2.2.3.3 Anomaliile gravității derivate din altimetria satelitară .....	27
2.2.3.4 Anomaliile gravității obținute din gradiometria satelitară .....	27
2.2.3.5 Alte metode .....	29
2.2.4 Estimarea preciziei datelor gravimetrice.....	30
2.2.4.1 Surse de erori.....	30
2.2.4.2 Algoritmi de detectare a erorilor .....	31
2.2.4.3 Funcțiile de covarianță ale anomaliilor locale ale gravității .....	35
2.2.4.3.a. Funcția de covarianță determinată pe baza datelor .....	36
2.2.4.3.b. Funcția de covarianță determinată pe baza funcțiilor de densitate spectrală .....	37
2.3. MODELE GEOPOTENȚIALE GLOBALE (MGG) .....	38
2.3.1 MGG satelitare.....	39
2.3.2 MGG combinate.....	40
2.3.3 MGG adaptate .....	41
CAPITOLUL 3: DETERMINAREA GEOIDULUI PRIN METODE GRAVIMETRICE .....	42
3.1. GEOID, CVASIGEOID ȘI SISTEME DE ALTITUDINI .....	42
3.1.1 Geoid și cvasigeoid .....	42
3.1.1.1 Metode astronomico - geodezice .....	44
3.1.1.2 Metode satelitare pasive .....	45
3.1.1.3 Metode satelitare active .....	47
3.1.1.4 Metoda gravimetrică.....	47
3.1.1.5 Metode combinate.....	47
3.1.1.5.1 Metoda interpolării deviației verticalei .....	48
3.1.1.5.2 Metoda colocației .....	49

3.1.1.5.3 Metoda utilizării anomaliilor gravimetrice satelitare și terestre.....	51
3.1.1.5.4 Metoda cologației combinată cu metoda Stokes .....	52
3.1.1.5.5 Metoda Molodensky .....	53
3.1.1.6 Legătura dintre geoid și cvasigeoid respectiv dintre sistemul de altitudini ortometric și normal .....	55
<b>3.1.2 Sisteme de altitudini .....</b>	<b>55</b>
3.1.2.1 Consecințele neparalelismului suprafețelor de nivel .....	55
3.1.2.2 Numere geopotențiale .....	57
3.1.2.3 Altitudinile dinamice .....	57
3.1.2.4 Altitudinile ortometrice .....	58
3.1.2.5 Altitudinile normale .....	59
3.1.2.6 Altitudinile elipsoidale .....	60
3.1.2.7 Calculul altitudinilor și corecțiile acestora .....	60
3.1.2.7.1 Discretizarea.....	60
3.1.2.7.2 Altitudinile dinamice .....	60
3.1.2.7.3 Altitudinile ortometrice .....	61
3.1.2.7.4 Altitudinile normale .....	61
<b>3.2. FORMULA LUI STOKES.....</b>	<b>61</b>
<b>3.3. ALGORITMUL „REMOVE - RESTORE” .....</b>	<b>67</b>
<b>CAPITOLUL 4: ESTIMAREA PRECIZIEI ONDULAȚIILOR GEOIDULUI.....</b>	<b>69</b>
<b>4.1. INFLUENȚA ERORILOR DATELOR UTILIZATE ASUPRA ONDULAȚIILOR GEOIDULUI.....</b>	<b>69</b>
<b>4.2. ESTIMAREA PRECIZIEI ONDULAȚIILOR GEOIDULUI.....</b>	<b>72</b>
4.2.1 Propagarea internă a erorilor datelor.....	73
4.2.2 Compararea undulațiilor geoidului gravimetric cu cele ale geoidului geometric obținute prin GPS/nivelment .....	74
<b>4.2.3 Compensarea rețelelor combinate GPS/nivelment/geoid .....</b>	<b>75</b>
4.2.3.1 Considerații generale.....	75
4.2.3.2 Modelul general al compensării .....	76
4.2.3.3 O abordare pur deterministică a compensării .....	79
4.2.3.4 O abordare „colocativă” a compensării .....	83
4.2.3.5 Teste statistice în rețelele combinate GPS/nivelment/geoid.....	88
<b>CAPITOLUL 5: STUDIU DE CAZ .....</b>	<b>92</b>
<b>5.1. INTRODUCERE .....</b>	<b>92</b>
<b>5.2. DELIMITAREA ZONELOR .....</b>	<b>94</b>
<b>5.3. DATELE UTILIZATE ÎN DETERMINĂRILE EFECTUATE ÎN CADRUL STUDIULUI DE CAZ .....</b>	<b>95</b>
5.3.1 Datele gravimetrice.....	95
5.3.2 Modelul digital altimetric.....	97
5.3.3 Modelul geopotențial global EGM96 .....	99
<b>5.4. INFLUENȚA TERENULUI ASUPRA ONDULAȚIILOR GEOIDULUI .....</b>	<b>101</b>
5.4.1 Corecțiile de relief .....	101
5.4.2 Efectul indirect.....	103
<b>5.5. CALCULUL ANOMALIILOR GRAVITĂȚII.....</b>	<b>105</b>
5.5.1 Prelucrări ale datelor în punctele rețelei .....	105
5.5.2 Prelucrări ale datelor din punctele gridului .....	109
<b>5.6. ESTIMAREA PRECIZIEI DATELOR ÎNȚIALE .....</b>	<b>112</b>
5.6.1 Sistemul de referință orizontal (datum-ul orizontal) .....	112
5.6.2 Sistemul de altitudini .....	116
5.6.3 Modelul digital altimetric.....	117
5.6.4 Anomaliile Bouger furnizate de BGI.....	120
5.6.5 Modelul geopotențial global EGM96 .....	122
<b>5.7. DETERMINAREA COMPONENTELOR DE LUNGIME MARE DE UNDĂ PE BAZA MODELULUI GEOPOTENȚIAL GLOBAL EGM96 .....</b>	<b>122</b>
<b>5.8. DETERMINAREA ONDULAȚIILOR GEOIDULUI FOLOSIND METODA STOKES ȘI ALGORITMUL „REMOVE - RESTORE” .....</b>	<b>125</b>
<b>5.9. ESTIMAREA PRECIZIEI ONDULAȚIILOR GEOIDULUI.....</b>	<b>134</b>
<b>5.10. PROGRAME UTILIZATE LA EFECTUAREA CALCULELOR ȘI LA REALIZAREA REPREZENTĂRIILOR GRAFICE.....</b>	<b>146</b>
<b>CAPITOLUL 6: CONCLUZII .....</b>	<b>148</b>
Anexe .....	157
Bibliografie.....	205

## Lista figurilor

Figura 1. 1: Geoidul la nivel global (ESA, 2006) .....	2
Figura 1. 2: Diferențele dintre geoid și elipsoid (ESA, 2006) .....	2
Figura 1. 3: Referințele altimetrice naționale la nivel european .....	3
Figura 1. 4: Sisteme altimetrice utilizate la nivel european .....	4
Figura 1. 5: Diferențe între referințele naționale și UELN (cm) .....	5
Figura 1. 6: Influențe asupra accelerației gravitaționale „g” (ESA, 2006) .....	6
 Figura 2. 1: Evoluția sistemelor SLR .....	14
Figura 2. 2: Parametrii semi-variogramei .....	17
Figura 2. 3: Diverse modele de reducere a gravității .....	21
Figura 2. 4: Evoluția Modelelor Geopotențiale Globale .....	29
Figura 2. 5: Algoritm pentru determinarea erorilor grosolane .....	31
Figura 2. 6: Blocul de predicție și cel cu măsurători .....	31
Figura 2. 7: Gridul altimetric .....	32
 Figura 3. 1: Geometria soluțiilor problemei valorilor la limită ale potențialului date de Stokes și Molodensky (relația dintre undulația geoidului - $N$ , altitudinea ortometrică - $H$ , anomalia altitudinii - $\zeta$ și altitudinea normală - $H'$ ) .....	43
Figura 3. 2: Consecințele neparalelismului suprafețelor de nivel asupra determinărilor nivelitice pe linii și poligoane de mari dimensiuni (după Ghițău, 1983) .....	56
Figura 3. 3: Calota sferică utilizată în calcule cu formula Stokes .....	63
Figura 3. 4: Ondulațiile geoidului gravimetric .....	65
Figura 3. 5: Algoritmul „Remove - Restore” .....	68
 Figura 4. 1: Influența rezoluției gridului altimetric asupra corecției de relief .....	71
Figura 4. 2: Relația geoid – sistem de referință verticală local .....	72
Figura 4. 3: Modelul general al compensării unei rețele combinate GPS/nivelment/geoid .....	78
Figura 4. 4: Schema logică a procesului de compensare într-o abordare deterministică .....	82
Figura 4. 5: Schema logică a procesului de compensare într-o abordare „colocativă” .....	86
Figura 4. 6: Schema logică a procesului de compensare într-o abordare „colocativă” (continuare) .....	87
 Figura 5. 1: Algoritmul urmărit în cadrul acestui studiu de caz (Microsoft Visio 2003) .....	93
Figura 5. 2: Limitele zonelor de lucru (ArcInfo 9.1 - ArcMap) .....	94
Figura 5. 3: Dispunerea punctelor rețelei gravimetrice militare (ArcInfo 9.1 - ArcMap) .....	95
Figura 5. 4: Dispunerea punctelor gridului cu anomalii Bouguer al BGI (ArcInfo 9.1 - ArcMap) .....	96
Figura 5. 5: Modelul digital altimetric al terenului în zona I (Erdas 9.0 – VirtualGIS) .....	98
Figura 5. 6: Histograma valorilor altitudinilor modelului digital altimetric al terenului (ArcInfo 9.1 - Arc) .....	98
Figura 5. 7: Statistici ale modelului digital altimetric al terenului (Erdas 9.0 - Viewer) .....	99
Figura 5. 8: Histograma valorilor corecțiilor de relief (ArcInfo 9.1 – Geostatistical Analyst) .....	102
Figura 5. 9: Distribuția corecțiilor de relief funcție de altitudine (Microsoft Excel 2003) .....	102
Figura 5. 10: Zonarea corecțiilor de relief (ArcInfo 9.1 - ArcMap) .....	103
Figura 5. 11: Histograma valorilor efectului indirect (ArcInfo 9.1 – Geostatistical Analyst) .....	104
Figura 5. 12: Distribuția efectului indirect funcție de altitudine (Microsoft Excel 2003) .....	104

Figura 5. 13: Zonarea efectului indirect al terenului (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	105
Figura 5. 14: Histograma valorilor anomaliiilor Faye determinate în punctele rețelei (ArcInfo 9.1 – Geostatistical Analyst).....	107
Figura 5. 15: Zonarea anomaliiilor Faye determinate în punctele rețelei (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	107
Figura 5. 16: Histograma valorilor anomaliiilor Bouger determinate în punctele rețelei (ArcInfo 9.1 – Geostatistical Analyst).....	108
Figura 5. 17: Zonarea anomaliiilor Bouger determinate în punctele rețelei (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	109
Figura 5. 18: Histograma valorilor anomaliiilor Bouger corectate în punctele gridului (ArcInfo 9.1 – Geostatistical Analyst).....	110
Figura 5. 19: Zonarea anomaliiilor Bouger corectate în punctele gridului (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	110
Figura 5. 20: Histograma valorilor anomaliiilor Faye determinate în punctele gridului (ArcInfo 9.1 – Geostatistical Analyst).....	111
Figura 5. 21: Zonarea anomaliiilor Faye determinate în punctele gridului (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	111
Figura 5. 22: Dispunerea punctelor cu coordonate comune, utilizate la determinarea parametrilor de transformare între cele două sisteme de coordonate (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	113
Figura 5. 23: Distribuția erorilor planimetrice ale transformării 3D ortogonale cu 7 parametri în punctele utilizate la determinarea parametrilor (Geodezic v.1.0).....	114
Figura 5. 24: Distribuția erorilor planimetrice ale transformării 3D cu 30 de parametri în punctele utilizate la determinarea parametrilor (Geodezic v.1.0).....	116
Figura 5. 25: Punctele utilizate la studiul preciziei modelului altimetric digital (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	117
Figura 5. 26: Histograma valorilor altitudinilor obținute prin nivelment în punctele rețelei (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst).....	118
Figura 5. 27: Distribuția diferențelor de altitudine între valorile măsurate și cele interpolate (Microsoft Excel 2003)..	119
Figura 5. 28: Histograma valorilor anomaliiilor gravității obținute pe baza modelului geopotențial global EGM96 în punctele gridului (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst).....	123
Figura 5. 29: Histograma valorilor ondulațiilor geoidului obținute pe baza modelului geopotențial global EGM96 în punctele gridului (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst).....	123
Figura 5. 30: Zonarea anomaliiilor gravității obținute pe baza modelului geopotențial global EGM96 în punctele gridului (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	124
Figura 5. 31: Zonarea ondulațiilor geoidului obținute pe baza modelului geopotențial global EGM96 în punctele gridului (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	124
Figura 5. 32: Histograma valorilor anomaliiilor reziduale ale gravității determinate în punctele gridului (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst).....	125
Figura 5. 33: Zonarea anomaliiilor reziduale ale gravității determinate în punctele gridului (ArcInfo 9.1 - ArcMap) ...	126
Figura 5. 34: Variația funcției Stokes funcție de unghiul la centru $\psi$ (SPSS 12).....	127
Figura 5. 35: Zonarea funcției Stokes determinată prin funcții Legendre (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	128
Figura 5. 36: Histograma valorilor funcției Stokes determinată prin funcții Legendre (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst).....	128
Figura 5. 37: Zonarea funcției Stokes determinată prin formula închisă (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	129
Figura 5. 38: Histograma valorilor funcției Stokes determinată prin formula închisă (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst).....	129
Figura 5. 39: Zonarea diferențelor funcției Stokes determinată prin cele două metode (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	130
Figura 5. 40: Histograma valorilor diferențelor funcției Stokes determinată prin cele două metode (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst).....	130
Figura 5. 41: Histograma valorilor componente locale a ondulațiilor geoidului obținute prin metoda Stokes (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst).....	131
Figura 5. 42: Zonarea componente locale a ondulației geoidului, determinată prin metoda Stokes (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	132
Figura 5. 43: Histograma valorilor ondulațiilor geoidului gravimetric pentru teritoriul României (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst).....	133
Figura 5. 44: Zonarea ondulațiilor geoidului gravimetric pentru teritoriul României (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	133
Figura 5. 45: Reprezentare 3D a ondulațiilor geoidului gravimetric pentru teritoriul României (ArcInfo 9.1 - ArcScene).....	134
Figura 5. 46: Histograma valorilor ondulațiilor geoidului geometric pentru teritoriul României (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst).....	135
Figura 5. 47: Histograma valorilor diferențelor ondulațiilor între geoidul geometric și cel gravimetric pentru teritoriul României (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst).....	135
Figura 5. 48: Zonarea valorilor ondulațiilor geoidului geometric (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	136
Figura 5. 49: Zonarea valorilor diferențelor $N_{geom} - N_{grav}$ (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	136
Figura 5. 50: Distribuția diferențelor $N_{geom} - N_{grav}$ funcție de altitudine (Microsoft Excel 2003).....	137
Figura 5. 51: Rețeaua de puncte utilizată la verificarea suprafeței de corecție (ArcInfo 9.1 - ArcMap).....	138
Figura 5. 52: Histograma corecțiilor determinate în punctele de verificare (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst).....	139
Figura 5. 53: Zonarea corecțiilor determinate în punctele de verificare (ArcInfo 9.1 – ArcMap).....	140

## Lista tabelelor

Tabelul 1. 1: Stadiul determinărilor undulațiilor geoidului în România .....	8
Tabelul 2. 1: Sateliți dotați cu altimetre radar.....	13
Tabelul 2. 2: Modele Digitale Altimetrice ale Terenului disponibile pe internet .....	14
Tabelul 2. 3: Erori accidentale .....	30
Tabelul 2. 4: Erori sistematice .....	30
Tabelul 2. 5: Modele geopotențiale globale satelitale publicate începând cu 1990 .....	39
Tabelul 2. 6: Modele geopotențiale globale combinate publicate începând cu 1990.....	40
Tabelul 2. 7: Comparatie EGM96 – EGM06.....	41
Tabelul 5. 1: Parametrii și constantele elipsoidului WGS-84 utilizate în calcule.....	100
Tabelul 5. 2: Statistici ale corecțiilor de relief pentru zona de studiu (mgali) .....	101
Tabelul 5. 3: Statistici ale efectului indirect pentru zona de studiu (metri) .....	104
Tabelul 5. 4: Statistici ale corecției atmosferice .....	106
Tabelul 5. 5: Statistici ale corecției în aer liber.....	106
Tabelul 5. 6: Statistici ale anomaliilor Faye din punctele rețelei .....	107
Tabelul 5. 7: Statistici ale anomaliilor Bouger din punctele rețelei .....	108
Tabelul 5. 8: Statistici ale corecțiilor gravității normale aduse anomaliilor Bouger din punctele gridului.....	109
Tabelul 5. 9: Statistici ale anomaliilor Faye determinate în punctele gridului.....	111
Tabelul 5. 10: Date primare transformare ortogonală 3D cu 7 parametri .....	113
Tabelul 5. 11: Parametri obținuți folosind o transformare ortogonală 3D cu 7 parametri .....	114
Tabelul 5. 12: Date primare transformare polinomială cu 30 parametri .....	115
Tabelul 5. 13: Parametri obținuți folosind o transformare polinomială cu 30 parametri .....	115
Tabelul 5. 14: Statistici ale datelor altimetrice .....	118
Tabelul 5. 15: Statistici privind studiul preciziei anomaliilor Bouger din grid.....	121
Tabelul 5. 16: Statistici ale datelor obținute în punctele gridului din modelul geopotențial EGM96.....	122
Tabelul 5. 17: Statistici ale anomaliilor reziduale ale gravității.....	125
Tabelul 5. 18: Statistici ale componente locale a undulațiilor geoidului determinate prin metoda Stokes.....	131
Tabelul 5. 19: Statistici ale undulațiilor geoidului gravimetric pentru România .....	132
Tabelul 5. 20: Statistici ale undulațiilor geoidului geometric și ale diferențelor .....	134
Tabelul 5. 21: Statistici ale corecțiilor determinate în punctele de verificare .....	139
Tabelul 5. 22: Programele utilizate în cadrul studiului de caz .....	146



## Lista simbolurilor

$N$	ondulația geoidului
$H_e, h_e$	altitudinea elipsoidală
$H_o, H_{or}$	altitudinea ortometrică
$H_n$	altitudinea normală
$G$	constanta gravitațională
$E, \sigma$	domeniul de integrare
$S$	funcția Stokes
$\varphi, \lambda$	latitudinea și longitudinea geodezică
$R$	raza sferei de referință
$T$	potențialul gravitației
$\rho$	densitatea crustei terestre
$g$	valoarea măsurată a gravitației
$\bar{g}$	valoarea medie a gravitației
$\gamma$	valoarea gravitației normale pe elipsoid
$\bar{\gamma}$	valoarea medie a gravitației normale
$c$	corecția de relief (corecția de teren)
$F$	transformată Fourier
$F^{-1}$	transformată Fourier inversă

$\psi$	distanță sferică
$\Delta g$	anomalia gravitației
$\Delta g_F$	anomalia în aer liber
$\Delta g_{GM}$	anomalia gravitației obținută din modelul geopotențial global
$\Delta g_B$	anomalia Bouger
$N_{ind}$	efectul indirect al terenului
$N_{GM}$	componenta de lungime mare de undă a ondulației geoidului
$N_{\Delta g}$	componenta reziduală (de lungime medie de undă) a ondulației geoidului
$\zeta$	ondulația cvasigeoidului (anomalia înălțimii)
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	spațierea gridului (grilei) pe direcțiile $x$ , $y$ și $z$
$\Delta \varphi, \Delta \lambda$	spațierea gridului (grilei) pe latitudine respectiv longitudine
$\overline{P}_{nm}$	funcțiile Legendre asociate complet normalizate



## Lista de acronime și abrevieri

BGI	Bureau Gravimetrique Internationale (Biroul Gravimetric Internațional)
BLUE	Best Linear Unbiased Estimation (Cea mai bună estimare liniară nedeplasată)
CHAMP	CHAllenging Mini-sattelite Payload
DMA	Defense Mapping Agency, SUA (Agenția de Cartografiere pentru Apărare)
EGM96	Earth Geopotential Model, year 1996 (Modelul geopotențial global, anul 1996)
ETRS89	European Terrestrial Reference System, year 1989 (Sistemul de referință terestru european, anul 1989)
EVS	European Vertical System (Sistemul vertical european)
GOCE	Global Ocean Circulation Experiment
GNSS	Global Navigation Sattelite Systems (Sisteme de navigație globală prin satelit)
GPS	Global Positioning System (Sistem de poziționare globală)
GRACE	Gravity Recovery And Climate Experiment
GRS-80	Geodetic Reference System, year 1980 (Sistemul de referință geodezic, anul 1980)
hl-SST	high-level SST
IAG	International Association of Geodesy (Asociația Internațională de Geodezie)
IDW	Inverse Distance Weighted (ponderat cu inversul distanței)
IGeS	International Geoid Service (Serviciul Internațional al Geoidului)
IGSN71	International Gravity Standardization Net, year 1971 (Rețeaua Internațională de Standardizare a Gravității, anul 1971)
LIDAR	LIght Detection And Ranging
ll-SST	low-level SST

MDAT	Model Digital Altimetric al Terenului
MGG	Model Geopotential Global
MINQUE	Minimum Norm Quadratic Unbiased Estimation (Estimare prin minimul normei pătratice nedepasate)
MSL	Mean Sea Level (Nivelul mediu al mării)
NAP	Normaal Amsterdams Peil (pilonul Normaal Amsterdams)
NASA	National Aeronautics and Space Administration, USA
NGA	National Geospatial - Intelligence Agency, SUA
NIMA	National Imagery and Mapping Agency, SUA
PSD	Power Spectral Density (densitate spectrală de putere)
RMSE	Root Mean Square Error (eroare medie pătratică)
RTM	Residual Terrain Model (model rezidual al terenului)
S42	Sistemul de referință orizontal utilizat oficial în România, cu originea la Pulkovo
SAR	Synthetic Aperture Radar (radar cu apertură sintetică)
SLR	Satellite Laser Ranging
SPOT	Systeme Probatoire pour l'Observation de la Terre
SST	Satellite-to-Satellite tracking
TIN	Triangle Irregular Network (rețea neregulată de triunghiuri)
UELN	United European Leveling Network (Rețeaua Europeană Unificată de Nivelment)
WGS-84	World Geodetic System, year 1984 (Sistemul geodezic global, anul 1980)

*“Astăzi, când România se silește a conta printre țările civilizate ale Europei și sub punctul de vedere științific, ar fi mai mult decât o greșeală să nu se execute lucrări de astronomie, geodezie și topografie prin propriile noastre forțe”*

**Colonel Constantin BAROZZI \***  
**(1833 – 1921)**

\*

- Șef al Marelui Stat Major în perioada 1895 – 1898;
- Vicepreședinte al Societății Române de Geografie;
- Membru al Comisiei Geodezice Internaționale și membru de onoare al Academiei Române.





# Capitolul I

## INTRODUCERE

### 1.1. GENERALITĂȚI

**Geodezia** este o știință interdisciplinară, care utilizează măsurători terestre, aeriene și spațiale pentru a studia forma și dimensiunea Pământului, planetelor și schimbările lor, pentru a determina poziția și viteza punctelor sau a obiectelor de pe suprafața sau de pe orbita planetei într-un sistem de referință terestru și care aplică toate aceste cunoștințe unei mari varietăți de aplicații științifice sau ingineresti, utilizând matematicile, fizica, astronomia și informatica.

Geodezia este strâns legată de alte științe ale Pământului cum ar fi fizica Pământului solid, hidrologia, științele atmosferei, oceanografie, glaciologie, geofizică și geologie și de aceea ajută la înțelegerea modificărilor dinamice ale maselor solide și lichide ale Pământului, a mișcărilor plăcilor tectonice sau a comportamentului oceanelor sau atmosferei. Ea utilizează unele dintre cele mai avansate măsurători satelitare și tehnologii electronice sau informatice.

Astronomia vizuală sau radio, determinarea poziției cu ajutorul sateliților, măsurarea fenomenelor atmosferice sau oceanografice cu ajutorul sateliților, măsurarea prin radio sau laser a poziției sateliților, utilizarea sistemelor inerțiale de navigație sau măsurare, măsurători gravimetrice și modelarea asistată de calculator fac toate parte din activitatea unui geodez.

Una din sarcinile majore ale geodeziei este determinarea unui model al **geoidului**, definit ca fiind suprafața echipotențială a câmpului gravific al Pământului care coincide cu nivelul mediu al mării. După *C. F. Gauss*, geoidul constituie „o reprezentare matematică a Pământului”, adică a câmpului gravific. Suprafața geoidului este una neregulată în comparație cu cea a elipsoidului de rotație, frecvent utilizat în aproximarea formei Pământului, dar considerabil mai netedă decât suprafața fizică terestră (figura 1.1).

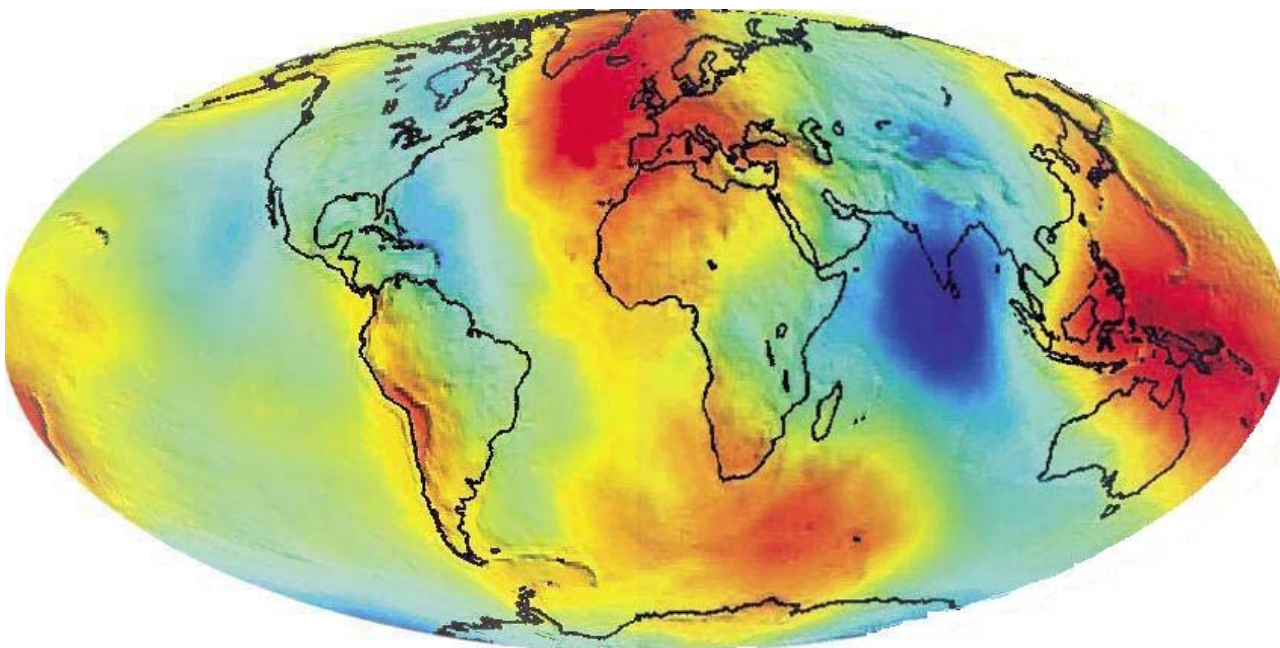


Figura 1. 1: Geoidul la nivel global (ESA, 2006)

În timp ce ultima are variații de la peste 8 km (Muntele Everest) la – 11 km (Groapa Marianelor), geoidul variază doar cu  $\pm 100$  m față de elipsoidul de rotație (figura 1.2).

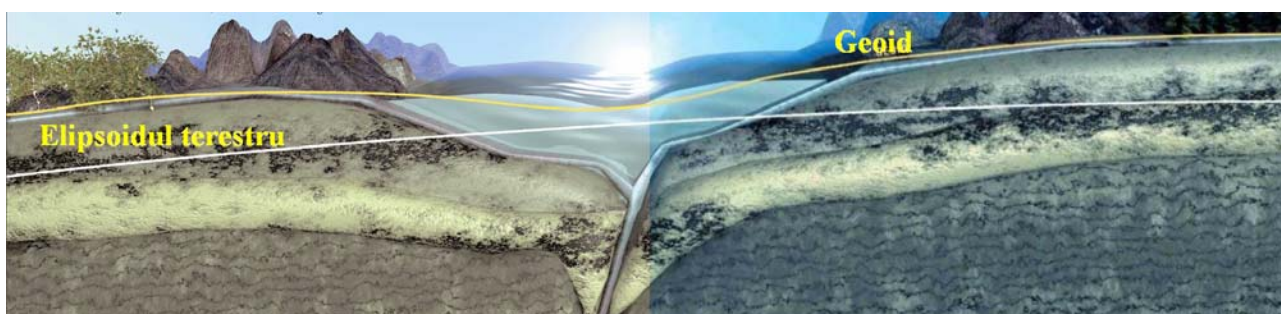


Figura 1. 2: Diferențele dintre geoid și elipsoid (ESA, 2006)

Determinarea și disponibilitatea unui model al geoidului de înaltă rezoluție și precizie reprezintă în prezent o necesitate a mai multor geostiințe, din moment ce servește ca suprafață de referință pentru alte măsurători și fenomene. Geoidul oferă informația de bază pentru diferite discipline ale **Geomaticii**, de la navigație, cartografie și topografie la lucrări de topografie inginerescă, detectarea variațiilor curenților oceanici, studiul proprietăților interne ale Pământului în geofizică, seismologie și plăci tectonice.

În prezent, determinarea geoidului devine și mai importantă datorită dezvoltării GNSS. Aceste sisteme pot oferi poziții tridimensionale pe tot cuprinsul globului, dar



fără un model geoidal de înaltă precizie, în aplicațiile ingineresti nu pot fi utilizate decât coordonatele bidimensionale. Acest lucru se întâmplă datorită faptului că sistemele de poziționare globale (GPS) furnizează altitudini elipsoidale (altitudini geometrice) în locul altitudinilor ortometrice (altitudini cu semnificație fizică). Pentru a converti altitudinile elipsoidale în altitudini ortometrice este necesar să se cunoască undulațiile geoidului în fiecare punct măsurat.

În acest scop pot fi utilizate modelele geopotențiale globale (geoizi globali), care asigură o referință altimetrică la nivelul întregului glob.

Totuși, precizia asigurată de acestea nu este nici ridicată (EGM96 asigură aproximativ  $\pm 1,2$  m absolut) și mai mult decât atât, nici uniformă. Acest lucru se datorează faptului că în lume există mai multe sisteme de altitudini și foarte multe referințe verticale (aproape fiecare țară are propria referință verticală). Cel mai bine se evidențiază acest lucru în Europa, unde există trei sisteme de altitudini și aproximativ 15 referințe verticale (figurile 1.3 și 1.4).

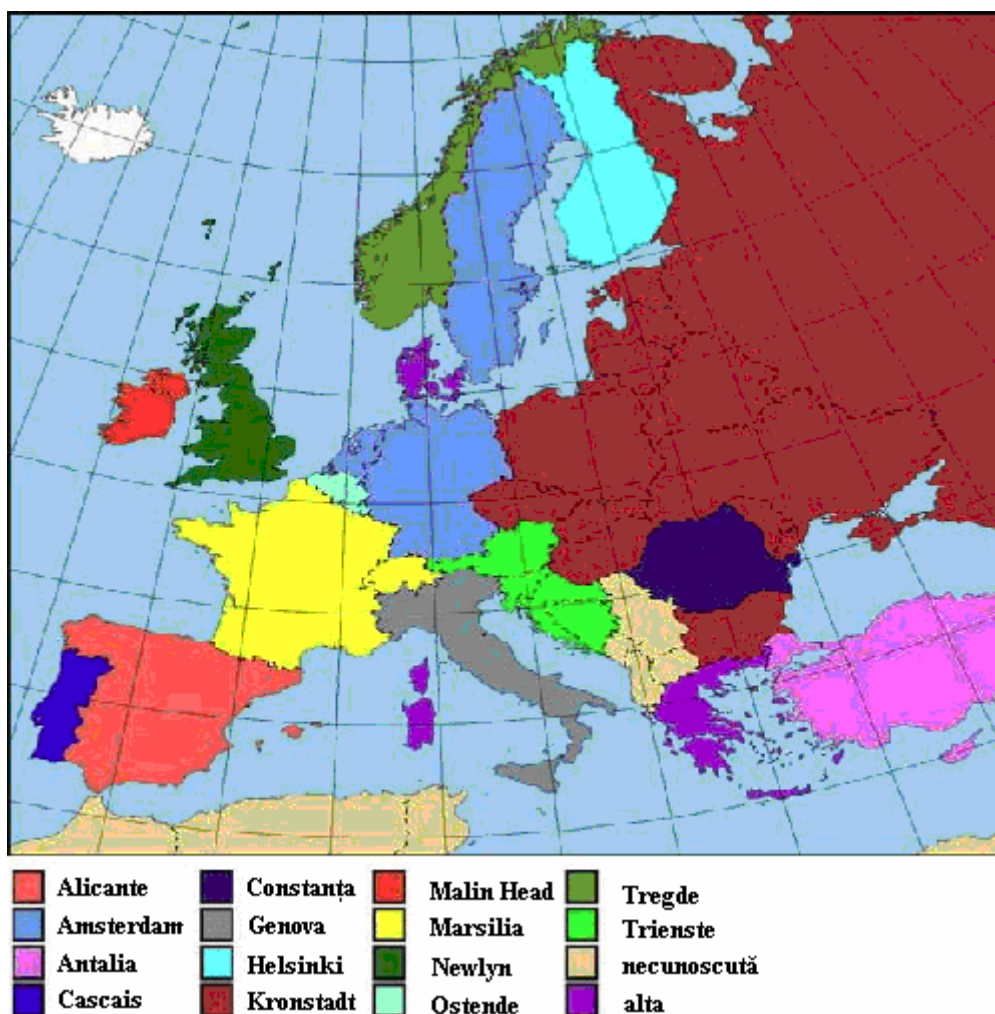


Figura 1. 3: Referințele altimetrice naționale la nivel european



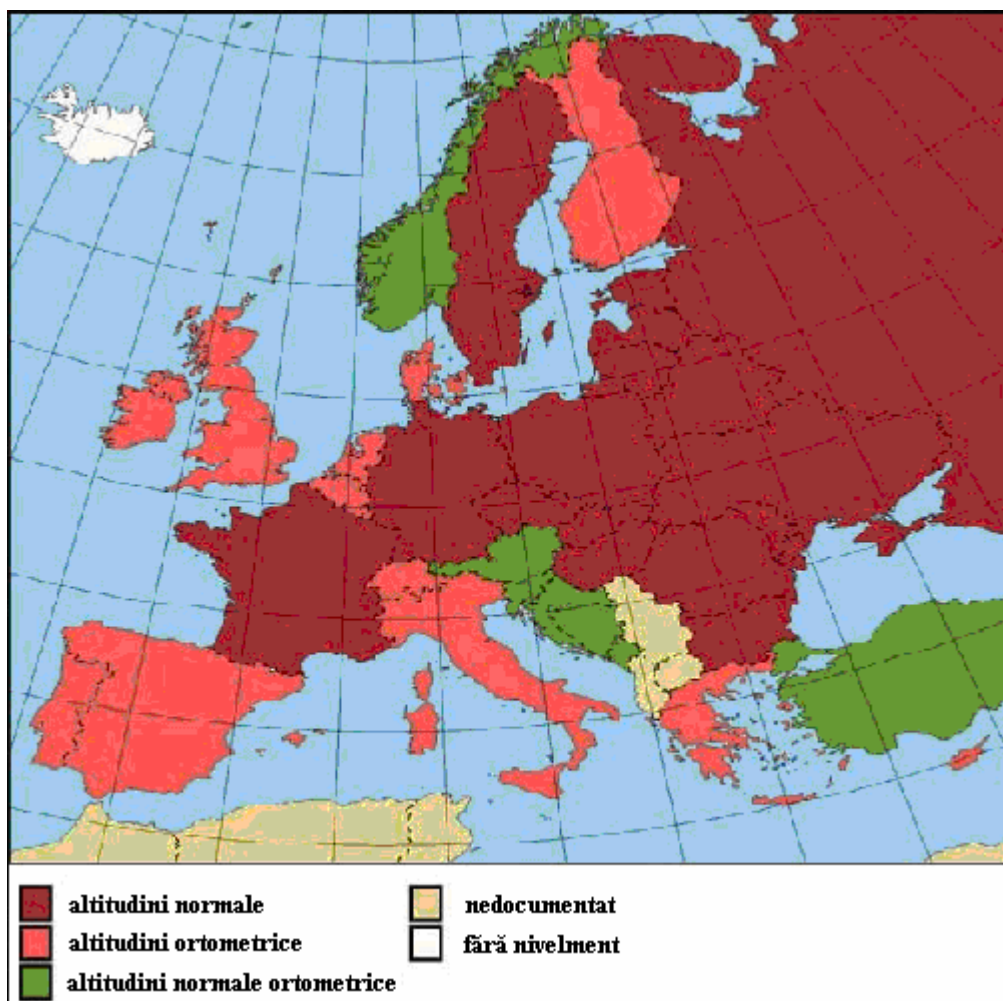


Figura 1. 4: Sisteme altimetrice utilizate la nivel european

Un prim pas în unificarea rețelelor de nivelment la nivel european a fost făcut prin realizarea Rețelei Europene Unificate de Nivelment - UELN, sub coordonarea Subcomisiei Europene a IAG (EUREF). La această rețea a contribuit și România cu 90 de puncte. Diferențele dintre referințele locale și UELN sunt prezentate în figura 1.5.



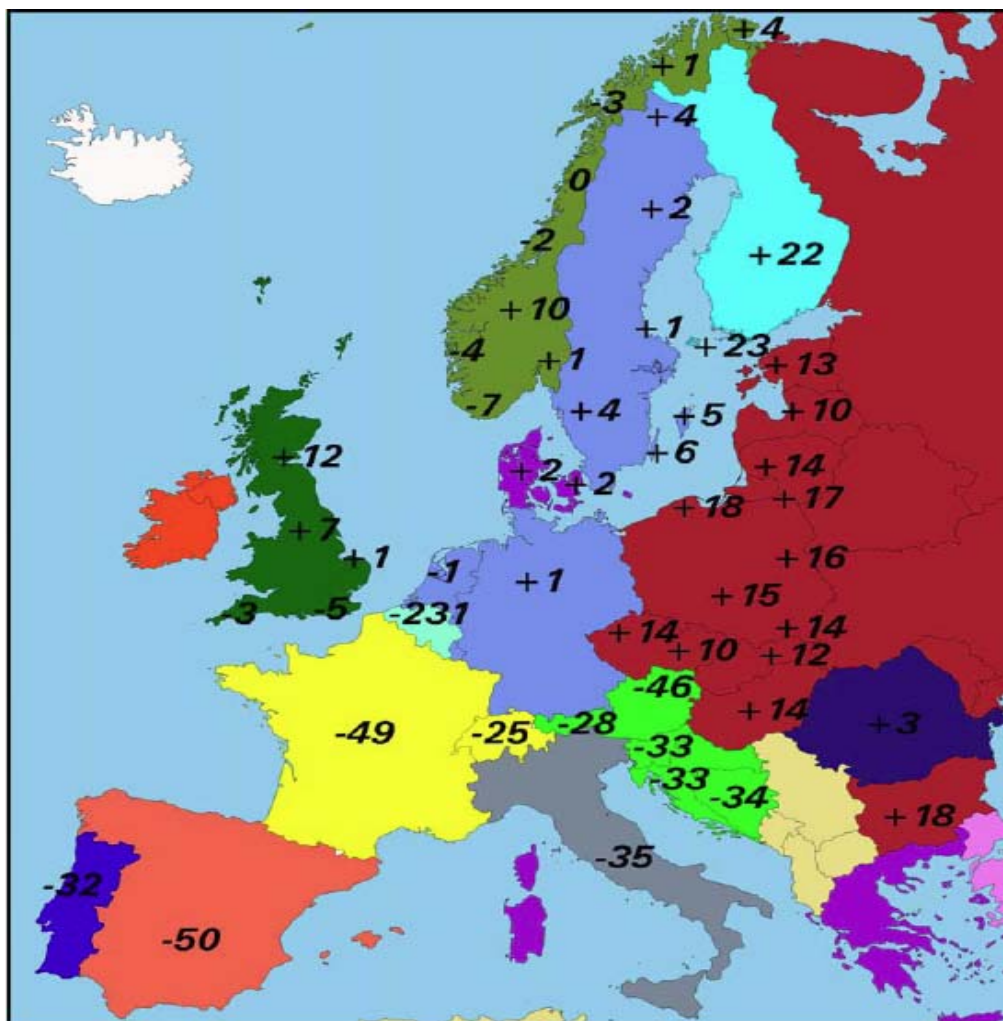


Figura 1. 5: Diferențe între referințele naționale și UELN (cm)

Totuși această rețea este una statică și va constitui punctul de plecare pentru un nou sistem, EVS2000, bazat pe o rețea geocinematică și care va combina: rețeaua europeană de stații permanente GPS, UELN cu măsurători repetate, **geoidul gravimetric european** (unde poate contribui și țara noastră cu un geoid local bine determinat), măsurători ale maregrafelor făcute de-a lungul coastelor europene și măsurători gravimetrice repetate.

O altă problemă care necesită prezența undulațiilor geoidului pentru a fi rezolvată este o combinație a celor două prezentate mai sus și anume transformările de coordonate 3D între diferite sisteme de referință (în special între S-42, referit la Pulkovo și utilizat în rețelele geodezice clasice și WGS84, utilizat de GPS).

Legat de modelele geozilor gravimetrice se vorbește din ce în ce mai des de aspectul temporal. Există țări care au determinate două, trei sau chiar mai multe modele. Acest lucru se datorează unui cumul de factori cum ar fi:

- suplimentarea datelor gravimetrice sau altimetrice din zonă;
- îmbunătățirea modelelor matematice;



- elaborarea unor modele ale densității scoarței terestre.

Datorită nivelului din ce în ce mai ridicat al preciziilor impus acestor modele, recalcularea periodică devine o necesitate. Acest lucru se datorează multitudinii de factori care influențează accelerația gravitațională, respectiv câmpul gravitațional terestru (figura 1.6).



Figura 1. 6: Influențe asupra accelerației gravitaționale „g” (ESA, 2006)

Elementul cel mai important în determinarea unui geoid gravimetric îl reprezintă formula lui Stokes, publicată în 1849, fiind una din cele mai importante formule ale geodeziei fizice. Ea permite determinarea undulațiilor geoidului pe baza unei acoperiri globale cu anomalii ale gravitației. Din considerente practice, zona de integrare a fost limitată la o calotă sferică în jurul punctului de calcul. Acest lucru a generat o serie de erori numite erori de trunchiere, erori care au condus la o serie de modificări ale formulei originale ale lui Stokes. Prima modificare a fost prezentată de Molodensky în 1962, urmat apoi de o serie de alți cercetători.

Aceste modificări reduc erorile de trunchiere cauzate de lipsa acoperirii globale cu date gravimetrice, prin utilizarea în calcule a unor modele geopotențiale globale în combinație cu date gravimetrice locale.

Scopul acestei teze este de a calcula un model geoidal pentru teritoriul României utilizând date gravimetrice locale în combinație cu modelul geopotențial global cel mai utilizat la ora actuală, EGM96.

## 1.2. STADIUL ACTUAL

### 1.2.1 La nivel mondial

În momentul de față în lume există trei tipuri de geoizi: globali, regionali și locali. Ultimele două tipuri se bazează pe primul.

**Geoizii globali** (sau modelele geopotențiale globale) au fost determinați de țări cu putere financiară și acces la tehnologii satelitare cum ar fi Canada (OSU91) și SUA (EGM96). Cel mai utilizat model în momentul de față este EGM96. Acest model va fi în curând înlocuit de EGM06, un model mult mai precis.

**Geoizii regionali** se determină pe baza unor modele geopotențiale globale și acoperă regiuni întinse, de regulă un continent. În această categorie intră geoizii



determinați în Australia (AUSGEOID93), Canada (GSD91), SUA (GEOID99, GEOID03) și Europa (EGG97).

**Geoizii locali** sunt cei mai „populari”, fiind determinați de foarte multe țări din lume, pe baza modelelor geopotențiale globale și a datelor gravimetrice locale. Unele țări au reușit să determine acești geoizi de mai multe ori, dispunând și de o imagine a variației temporale a acestor modele. În cadrul elaborării acestei lucrări s-au studiat modelele elaborate de următoarele țări: SUA, Canada, Australia, Italia, Japonia, Spania, Rusia, Elveția, Cehia, Ungaria, Germania, Franța, Suedia, Algeria, Iran, Africa de Sud și Argentina.

La momentul actual toate organizațiile internaționale de profil (IUGG, IGeS, FIG etc.) au în atenție și problematica determinării geoidului. Totuși, acestea nu trasează o strategie la nivel internațional și nici o standardizare a modului de determinare. Ele facilitează întâlniri ale membrilor și specialiștilor în domeniu în cadrul unor simpozioane, conferințe, școli și alte activități de acest gen. Nici organizațiile care se ocupă de determinarea undulațiilor geoidului la nivel european sau global nu emit anumite linii directoare în acest sens. Ele solicită în primul rând date din zonele de interes. Acest lucru se întâmplă datorită faptului că problema determinării undulațiilor geoidului este departe de a fi clarificată. Există încă foarte multe aproximări care lasă loc de discuții și încă nu există o metodă general valabilă, satisfăcătoare pentru toți utilizatorii modelului geoidal.

### 1.2.2 În țara noastră

În țara noastră problema determinării geoidului a fost neglijată o perioadă foarte lungă de timp. Practic, un model geoidal precis nu poate fi determinat fără o politică națională coerentă în acest sens, în care să fie implicate instituții de stat și bugete considerabile. Din nefericire, determinările undulațiilor geoidului la noi în țară s-au făcut sub forma unor studii individuale, efectuate fie în cadrul pregătirii pentru doctorat, fie în cadrul unor proiecte de cercetare izolate.



**Tabelul 1. 1: Stadiul determinărilor undulațiilor geoidului în România**

<b>An</b>	<b>Autor</b>	<b>Cadru</b>	<b>Rezultat</b>	<b>Statut</b>
1974	Mihăilescu, M.	Teză de doctorat	Cvasigeoidul pentru teritoriul României, determinat prin metode astronomico-geodezice	Neadoptat oficial
1993	Ioane, D.	Studiu al Institutului Geologic al României, în cadrul unei colaborări cu specialiști din Canada	Geoid pentru teritoriul României, determinat pe baza modelului geopotențial global OSU91	Neadoptat oficial
1996	Serediuc, C.	Teză de doctorat	Geoid pentru o zonă test care acoperă aprox. 20% din teritoriul României, determinat utilizând metoda elementului finit	Neadoptat oficial
1998	Marinescu, M., Tomoiață, T.	Temă de cercetare științifică dezvoltată în cadrul Agenției de Cercetare pentru Tehnică și Tehnologii Militare, având beneficiar Direcția Topografică Militară	Geoid pentru teritoriul României, determinat pe baza modelului geopotențial global EGM96 și a rețelei gravimetrice militare (256 puncte)	Neadoptat oficial

În momentul de față în toate calculele geodezice din țara noastră se utilizează în mod neoficial cvasigeoidul determinat de Mihăilescu și modelul geopotențial global EGM96 (având la noi în țară erori de  $\pm 1,2$  m) furnizat de DMA, actualmente NGA, din SUA, în 1997.

### 1.3. OBIECTIVELE LUCRĂRII

Obiectivele acestei teze sunt:

1. stabilirea unor metode de verificare și validare a datelor;
2. evaluarea preciziei modelului digital altimetric al terenului și a efectului direct și indirect al terenului;
3. utilizarea unor metode avansate de reducere a anomaliilor gravitației;
4. calculul anomaliilor gravitației și evaluarea preciziei acestora;



5. stabilirea unui algoritm bine documentat, cu relații matematice verificate și testate, pentru determinarea unui geoid gravimetric pentru teritoriul României;
6. elaborarea unui pachet de programe care să implementeze toate relațiile de calcul necesare determinării geoidului gravimetric, precum și pentru verificarea și prelucrarea primară a datelor;
7. determinarea undulațiilor geoidului pentru teritoriul României pe baza modelului geopotențial global EGM96 și a datelor gravimetrice locale preluate din baza de date a Direcției Topografice Militare (DTM) și a Biroului Gravimetric Internațional (BGI);
8. determinarea parametrilor suprafeței de corecție necesară utilizării undulațiilor geoidului gravimetric în combinație cu măsurătorile GPS și estimarea preciziei undulațiilor;
9. stabilirea unor cerințe preliminare privind densitatea datelor necesare determinării unui geoid gravimetric cu precizia de 10 cm.

#### 1.4. STRUCTURA TEZEI

Teza este structurată pe șase capitole. **Primul capitol** conține o scurtă introducere privind definirea problematicii determinării undulațiilor geoidului gravimetric și utilitatea acestuia. De asemenea, mai conține o enumerare a obiectivelor tezei și o prezentare a structurii acesteia.

**Capitolul 2** conține o descriere a datelor utilizate la determinarea undulațiilor geoidului gravimetric, prezentarea unor metode de verificare a preciziei acestora și influența lor asupra rezultatului final al determinărilor. În această categorie intră modelul digital altimetric al terenului, datele gravimetrice și modelele geopotențiale globale.

**Capitolul 3** conține o descriere succintă a geoidului și cvasigeoidului, o prezentare a metodelor de determinare și un mod de conversie a altitudinilor între sistemul normal și sistemul ortometric, o prezentare a sistemelor de altitudini, o prezentare a metodei lui Stokes de determinare a undulațiilor geoidului și a algoritmului „remove - restore”.

**Capitolul 4** prezintă modalități de estimare a preciziei undulațiilor geoidului pe baza propagării interne a erorilor și pe baza comparării undulațiilor geoidului



gravimetric cu cel geometric. Ultima variantă oferă și posibilitatea determinării unei suprafețe de corecție, care, utilizată împreună cu modelul geoidului gravimetric determinat, permite utilizarea acestuia în transformarea altitudinilor elipsoidale obținute prin GPS în altitudini ortometrice.

**Capitolul 5** este rezultatul aplicării în practică a soluțiilor teoretice prezentate în celelalte capitole, fiind materializat într-un model al geoidului gravimetric pentru teritoriul României și în parametrii suprafeței de corecție necesari utilizării acestuia în determinările prin GPS. Algoritmul de calcul și relațiile matematice prezentate teoretic au fost implementate într-un pachet de programe de calcul elaborate de autor. Cu ajutorul acestuia s-au făcut toate verificările preliminare a datelor și calculele necesare determinărilor.

În **capitolul 6** sunt prezentate concluziile rezultate în urma cercetărilor efectuate în cadrul acestui studiu.





## Capitolul 2

### DATE UTILIZATE PENTRU DETERMINAREA GEOIDULUI GRAVIMETRIC

#### 2.1. MODELUL DIGITAL ALTIMETRIC AL TERENULUI (MDAT)

##### 2.1.1 Generalități

MDAT fac subiectul a numeroase discuții și dezbateri în jurul problemei „ce sunt datele digitale topografice și cum ar trebui ele prelucrate și prezentate?”. Chiar și terminologia utilizată poate crea confuzii uneori, existând pentru acestea mai multe denumiri generice:

- *Date Digitale Topografice* (Digital Topographic Data - DTD);
- *Date Digitale Altimetrice* (Digital Elevation Data - DED);
- *Date Digitale ale Terenului* (Digital Terrain Data - DTD);
- *Bandă Digitală a Terenului* (Digital Terrain Tape - DTT) – termen mai vechi, utilizat pentru datele digitale ale terenului (DTD) produse de Serviciul Cartografic Militar al Statelor Unite (U.S. Army Map Service);
- *Date Digitale Batimetrice* (Digital Bathymetric Data - DBD) – termen utilizat la cartarea adâncimilor râurilor, lacurilor, mărilor, oceanelor etc;
- *Date Digitale ale Reliefului* (Digital Relief Data) sau *Modele Digitale ale Reliefului* (Digital Relief Models);
- *Model Numeric al Terenului* (MNT) – termen frecvent utilizat la noi în țară;
- *Model Digital Altimetric* (Digital Elevation Model - DEM). Uneori acesta este asociat cu datele și formatul de fișier ale Serviciului Geologic al Statelor Unite (U.S. Geological Survey). Acest termen este cel mai frecvent utilizat pentru datele/modelele altimetrice digitale. Termenul de „model” este utilizat de unii specialiști, care consideră că „date” implică o precizie mult



mai mare decât este posibil în realitate. Astfel, „modelul” este considerat o încercare imperfectă de recreare a altitudinilor topografice, cu posibilitatea de a fi îmbunătățit;

- *Date Altimetrice Digitale ale Terenului* (Digital Terrain Elevation Data - DTED) – termen utilizat pentru datele altimetrice digitale produse de Agenția Națională de Cartografiere și Imagistică a Statelor Unite (NIMA) și de precursorii acesteia, Agenția de Cartografiere pentru Apărare (DMA) și de Serviciul Cartografic Militar al Statelor Unite (U.S. Army Map Service).

Modelele altimetrice digitale sunt, în mod obișnuit, sub forma unor matrice bidimensionale, stocate în format ASCII (text) sau binar (întregi pe 2 octeți), cu originea în colțul de sud-vest al grilei (stânga-jos). Unele modele mai noi sunt sub forma unor date raster, în format binar, cu originea în colțul de nord-est al grilei (dreapta-sus) sau sub forma unor rețele neregulate de triunghiuri (TIN).

Datele altimetrice digitale se mai pot găsi și sub alte forme, ca de exemplu:

- baze de date cu puncte cotate, obținute prin nivelment, măsurători prin GPS, fotointerpretare sau alte metode;
- curbe de nivel digitizate;
- estimări ale adâncimilor cu ajutorul sonarului.

Toate modelele altimetrice sunt afectate de erori sistematice. Aceste erori pot fi:

- cunoscute și documentate;
- cunoscute, dar nedocumentate (unii producători de modele digitale altimetrice consideră că nu este necesar ca utilizatorii să fie plictisiți cu „toate detaliile”);
- necunoscute și ca atare nedocumentate.

### 2.1.2 Modalități de obținere

Culegerea datelor altimetrice și prelucrarea lor în scopul obținerii unui MDAT implică un efort considerabil și o atenție deosebită din partea producătorului. Deoarece aceste modele sunt utilizate în diverse scopuri, la realizarea lor trebuie să se țină cont de necesitățile fiecărui domeniu de aplicare în parte, pentru a se evita apariția de erori. În cazul determinării geoidului, o valoare mare a gradientului vertical al unui MDAT poate genera o eroare substanțială a corecției de relief și implicit a undulației geoidului. De asemenea, trebuie avut grijă ca altitudinile să aibă aplicate toate corecțiile specifice sistemului de altitudini în care se realizează acel MDAT.

MDAT au fost generate în mod tradițional prin măsurători de nivelment, prin digitizarea de pe hărți a curbilor de nivel, prin analiza fotogrammetrică a imaginilor aeriene stereoscopice, iar mai recent prin analiza automată a datelor satelitare stereoscopice și prin altimetrie satelitară.





Datele altimetrice obținute prin măsurători de nivelment au cel mai ridicat nivel de precizie, în special cele obținute prin nivelment geometric. Totuși, datorită costurilor ridicate și consumului mare de timp, această metodă de culegere este folosită în cadrul unor proiecte pe arii restrânse, iar datele rezultate de obicei nu sunt publice.

Hărțile cu curbe de nivel sunt cele mai uzuale surse de date pentru MDAT. Începând cu mijlocul anilor '80 tehnologia scanării combinată cu algoritmi de conversie raster – vector a fost folosită pe scară largă la producerea datelor digitale. Ținând cont de disponibilitatea hărților la diverse scări, această metodă de obținere a MDAT s-a dovedit a fi cea mai puțin costisitoare. Totuși, dacă se iau în calcul sursele de erori implicate în procesul de producere a hărților, precum și cele care apar în procesul de extragere a MDAT, precizia modelului rezultat este destul de redusă.

Metodele fotogrammetrice au fost utilizate în mod extensiv pentru crearea unor MDAT cu precizii medii și ridicate. Aceste metode se bazează pe prelucrarea și analiza stereoscopică a fotogramelor aeriene și mai recent a imaginilor stereoscopice satelitare, utilizând echipamente fotogrammetrice adecvate. Astfel, pentru obținerea de MDAT sunt frecvent utilizate imaginile SPOT și mai recent sistemele special dezvoltate pentru extragerea datelor altimetrice bazate pe radar, microunde, radar cu apertură sintetică, interferometrie și LIDAR.

Altimetria satelitară se bazează pe observații efectuate cu ajutorul unor elemente „active” instalate la bordul unor sateliți specializați. Elementele „active” cel mai des utilizate în prezent sunt sisteme de măsurare de tipul *RADAR* – altimetrelor, instrumentelor laser de măsurare – *SLR* și a unor sisteme de poziționare de înaltă precizie.

În cazul utilizării altimetrului radar se determină în special topografia suprafețelor oceanice, cu precizie geodezică. În tabelul următor sunt prezentați câțiva sateliți echipați altimetre radar (Rus, 2000):

Tabelul 2. 1: Sateliți dotați cu altimetre radar

	GEOS - 3	SEASAT - 1	GEOSAT	ERS – 1	TOPEX - POSEIDON
<b>Orbita:</b>					
Perioada de revoluție	102 min.	100 min.	100 min.	100 min.	-
Înălțimea	840 km.	760 km.	780 km.	770 km.	1340 km.
Înclinarea	115°	108°	108°	98.5°	66°
Revoluții/zi	14.1	14.3	14.3	14.3	-
Data lansării	09.04.1975	27.06.1978	13.03.1985	17.07.1991	10.08.1992
<b>Altimetrul:</b>					
Frecvența	13.9 GHz	13.9 GHz	13.56 GHz	13.8 GHz	13.6 GHz 5.3 GHz
Raza de acțiune la sol	3.6 – 14.2 km.	1.6 – 12 km.	9.6 km	1 – 2 km.	-
Precizia	±60 cm.	±10 cm.	± 3.5 cm.	≤10 cm.	±2 cm.



O realizare deosebit de importantă pentru domeniul Geodeziei este *cartarea suprafeței Pământului* cu ajutorul unui altimetru radar instalat la bordul navetei spațiale americane ENDEAVOUR în misiunea din 11 – 22.02.2000. Înclinarea orbitei navetei a fost de  $57^\circ$  pentru o evoluție care să permită o bună acoperire a suprafeței terestre (uzual înclinarea orbitei navetei este de  $28.5^\circ$ ). Cu această ocazie, pe baza a două astfel de sisteme instalate unul la bordul navetei, iar celălalt la o distanță de circa 60 m, pe un braț special, s-a realizat un model 3D al topografiei terestre. Modelul realizat acoperă aproximativ 80% din suprafața terestră ( $60^\circ\text{N} - 56^\circ\text{S}$ ), având cea mai bună rezoluție atinsă până în prezent – circa 30 m (față de  $\sim 1$  km. până la acea dată). Cantitatea de date colectată a fost de aproximativ 9.8 terrabytes, reprezentând circa 15000 CD-uri.

O direcție nouă în tehnologia *SLR* este cea a utilizării a unor astfel de sisteme imbarcate la bordul sateliților. Acest lucru a apărut ca urmare a necesității reducerii costurilor cu echipamentele de la sol și a posibilităților mai facile de instalare a reflectoarelor pe suprafața terestră. Conceptul este în curs de aplicare în altimetria laser pentru zonele înghețate și în observațiile de tip *SST* (*eng.* Satellite To Satellite Tracking – Poziționare Relativă Satelit - Satelit) pentru a determina cu o rezoluție înaltă componentele câmpului gravitației. O evoluție a acestor sisteme în decursul timpului, domeniul de aplicare și precizia atinsă este dată în figura de mai jos (Rus, 2000):

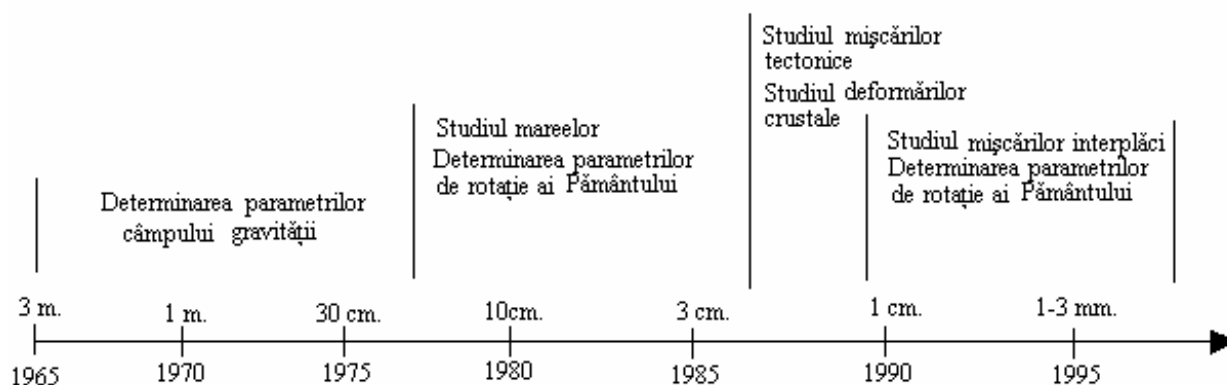


Figura 2. 1: Evoluția sistemelor SLR

Astăzi există foarte multe MDAT, unele fiind disponibile în mod gratuit pe internet (tabelul 2.2).

Tabelul 2. 2: Modele Digitale Altimetrice ale Terenului disponibile pe internet

MDAT	Format	Rezoluție (°)	Rezoluție (m) – aprox.	Acoperire
US Navy 10'	grid	10'	18,4 km	globală
ETOPO5	grid	5'	9,2 km	globală
GTOPO30	grid	30''	921 m	globală
DTED Level1	grid	3''	100 m	globală



### 2.1.3 Estimarea preciziei modelelor digitale altimetrice ale terenului

Există numeroase surse de erori care pot afecta un model digital altimetric al terenului. Dintre acestea menționez:

- erori datorate învechirii datelor, densității insuficiente a măsurătorilor sau rezultatelor eşantionării;
- erori de măsurare cum ar fi poziționările imprecise, notările greșite ale observațiilor sau erorile personale;
- erori de procesare cum ar fi erorile numerice ale calculatorului, erorile de interpolare sau erorile datorate clasificării sau generalizării.

Practic este imposibil să se obțină informații exacte despre sursele și numărul erorilor ce pot afecta un model digital altimetric.

Pentru determinarea preciziei unui model digital altimetric sunt necesare date independente despre topografia terenului, pentru a se putea calcula diferențele dintre suprafața digitală și altitudinile reale în aceleași puncte de pe suprafața terestră. Culegerea unor astfel de date independente este preferabil să se facă fie fotogrametric, fie prin măsurători clasice la teren, fie prin GPS.

Eroarea medie pătratică calculată pe baza diferențelor dintre modelul digital altimetric și altitudinile reale, măsurate la teren, poate fi utilizată pentru a se estima precizia modelului (Barringer and Lilburne, 1997):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^2} \quad , \quad (2.1)$$

unde  $n$  = nr. de puncte;

$d$  =  $Z_{\text{teren},i} - Z_{\text{MNT},i}$ ;

$Z_{\text{teren},i}$  = altitudinea punctului  $i$  la teren;

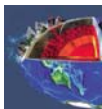
$Z_{\text{MNT},i}$  = altitudinea punctului  $i$  din modelul altimetric,

sau pe baza dispersiei:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \quad \text{unde} \quad \bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i \quad . \quad (2.2)$$

#### 2.1.3.1 Reprezentarea erorilor modelului digital altimetric sub formă de câmpuri aleatoare

Un câmp aleator este un grid cu valori aleatoare, fie uniform sau normal distribuite, fie scalate într-un anumit interval de erori. De exemplu, dacă modelul digital altimetric evaluat are o eroare medie pătratică declarată de 3 metri, atunci un câmp distribuit uniform va fi un grid în care fiecare valoare este undeva între +3 și -3. Un câmp distribuit normal va avea media 0 și abaterea standard 3. De obicei



utilizatorilor de modele altimetrice li se dă doar o valoare a erorii medii pătratice ca indicator al preciziei acestora. Această valoare statistică poate fi interpretată ca domeniul în care se găsesc valorile reale ale altitudinilor.

Dacă eroarea medie pătratică este utilizată ca indicator al domeniului de erori, atunci ar trebui utilizat un câmp aleator normal distribuit, bazat pe această valoare a erorii. Dacă sunt disponibile puncte cu date altimetrice a căror precizie este mai bună decât cea a unui model digital altimetric dat, atunci eroarea medie pătratică ar trebui evaluată pe baza lor și, în acest caz, se poate aplica un câmp aleator distribuit uniform, având la bază valoarea determinată. Câmpul aleator uniform furnizează o estimare mult mai conservatoare a erorilor, considerându-se că nici o altitudine a modelului digital altimetric nu va fi afectată de o valoare care depășește domeniul menționat.

În realitate, elementele apropiate au un grad de relaționare mai mare unele cu altele decât cele mai îndepărtate și, de aceea, sunt autocorelate spațial. Acest lucru este adevărat atât pentru datele altimetrice, cât și pentru erorile acestora. Din păcate, furnizorii de modele digitale altimetrice nu pun la dispoziția utilizatorului informații cu privire la dependența spațială sau relațiile spațiale ale erorilor.

#### 2.1.3.1.a. Distanța de corelație spațială

Distanța de corelație spațială este o caracteristică unică a unui model digital altimetric și poate fi determinată din lungimea semi-variogramei acestuia. Distanța de corelație pentru un teren plan va fi mai mare decât cea pentru un teren accidentat. Odată determinată ea va fi folosită pentru determinarea vecinătății sau ca raza de căutare a unui filtru.

Prin analiza semi-variogramelor se pot obține informații despre caracteristicile spațiale ale seturilor de date și sunt des utilizate pentru studierea interdependenței spațiale.

Parametrii care caracterizează o semi-variogramă sunt:

- $C_0$  – *efectul de discontinuitate în origine* (eng. nugget effect) – reprezintă valoarea din semi-variogramă la care semi-variograma model intersectează ordonata. Acesta provine din două surse, și anume:
  - neconsiderarea tuturor perechilor de puncte mai mici decât distanța  $s$ ;
  - eroarea experimentală, adesea numită și *discontinuitate umană* (eng. human nugget);
- $C_0 + C$  – *pragul semi-variogramei* (eng. sill) – reprezintă scara verticală totală a semi-variogramei. Acesta se obține prin însumarea discontinuității la origine cu scara componentei structurate a semi-variogramei, care se mai notează cu  $C$ .
- $A$  – *distanța maximă de corelație (lungimea semi-variogramei)* (eng. range) – reprezintă distanța dincolo de care oricare două perechi de valori pot fi considerate independente una în raport cu cealaltă.



Acești parametri sunt prezentați în figura următoare:

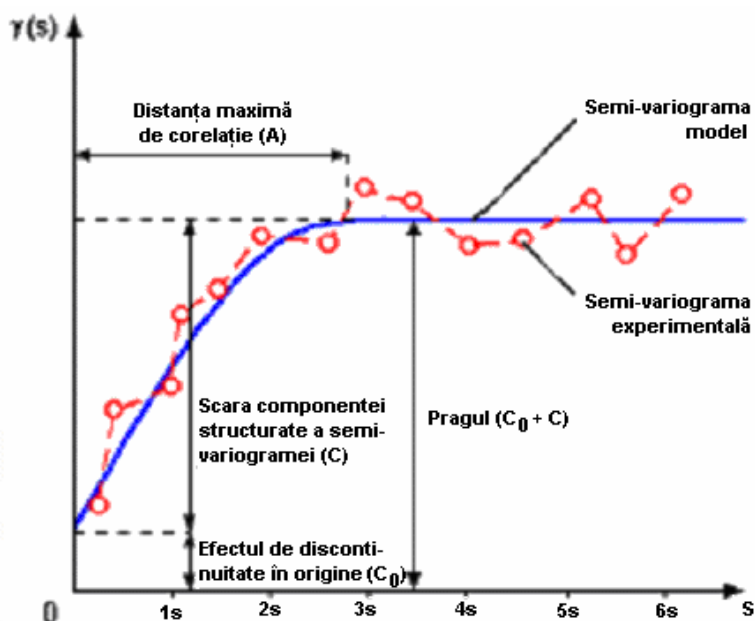


Figura 2. 2: Parametrii semi-variogramei.

Altitudinile situate la distanțe mai mici decât distanța maximă de corelație ( $A$ ) sunt autocorelate spațial. Din acest motiv, semi-variograma poate oferi informații cu privire la limitele geografice ale zonelor în care altitudinile sunt autocorelate spațial.

#### 2.1.3.1.b. Metode de reprezentare a erorilor sub formă de câmpuri aleatoare

Pentru reprezentarea erorilor modelelor digitale altimetrice sub forma unor câmpuri aleatoare au fost elaborate cinci metode (Wechsler, 2002):

1. Nefiltrate – cel mai rău caz posibil (eng. Unfiltered – Worst Case Scenario)

Această metodă presupune că erorile modelului digital altimetric sunt complet aleatoare, nu sunt autocorelate spațial și se consideră că fiecare valoare a altitudinii se află undeva în domeniul dat de  $RMSE$ .

2. Autocorelarea vecinătății (eng. Neighborhood Autocorrelation)

Erorile sunt autocorelate spațial. Metoda autocorelării vecinătății utilizează un filtru trece-jos de  $3 \times 3$ . Fiecare celulă a câmpului aleator este înlocuită cu media valorilor aleatoare din cele nouă celule înconjurătoare. Această metodă mărește autocorelarea spațială a fiecărei suprafețe aleatoare și micșorează abaterea standard.



### 3. Dependența spațială medie (eng. Mean Spatial Dependence)

Această metodă încorporează caracteristicile moștenite de la modelul digital altimetric selectat și necesită o analiză apriorică a acestuia de către utilizator pentru a obține distanța de corelație spațială ( $D$ ). Fiecare celulă este înlocuită cu media celor  $D \times D$  celule înconjurătoare.

### 4. Dependența spațială ponderată (eng. Weighted Spatial Dependence)

Această metodă este asemănătoare cu metoda anterioară, cu diferența că fiecare celulă este înlocuită cu media ponderată a celor  $D \times D$  celule înconjurătoare.

### 5. Dependența spațială interpolată (eng. Interpolated Spatial Dependence)

Această metodă a fost dezvoltată pentru modelele digitale altimetrice obținute pe baza unei interpolări ponderate cu inversul distanței (IDW). IDW folosește o mediere ponderată pentru a completa o matrice cu altitudini. Valoarea interpolată a unei celule este determinată pe baza punctelor din vecinătate, luându-se în considerare distanța dintre celulă și punctele respective. IDW presupune că fiecare punct care intră în interpolare are o influență locală care se diminuează concomitent cu creșterea distanței. Altitudinea interpolată are următoarea expresie:

$$\hat{Z} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^p} Z_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^p}}, \quad (2.3)$$

unde  $d_1...d_n$  reprezintă distanțele din fiecare din cele  $n$  puncte către punctul care este estimat,  $Z_1...Z_n$  sunt valorile altitudinilor iar  $p$  este puterea distanței. Ponderile sunt invers proporționale cu puterea distanței și pe măsură ce  $p$  crește, punctele aflate în apropiere primesc o pondere mai mare iar cele mai îndepărtate o pondere mai mică. Pentru  $p = 0$  ponderile sunt egale. Numărul punctelor care intră în interpolare este controlat de raza de căutare, care poate fi fixă sau variabilă. În cazul razei fixe există riscul ca numărul punctelor să fie insuficient, caz în care aceasta trebuie mărită. Ea se bazează pe distanța de corelare spațială, care poate fi determinată prin analiza semivariogramei. În cazul razei variabile, domeniul de căutare este extins până când este atins numărul minim de puncte necesare interpolării.





## 2.1.4 Influența terenului în determinarea geoidului

Influența terenului este una din cele mai importante componente în soluția problemei geodezice a valorilor la limită a potențialului și trebuie tratată în mod corespunzător în cadrul unei determinări precise a undulațiilor geoidului.

Soluția clasică a problemei geodezice a valorilor la limită a potențialului folosind formula lui Stokes pentru determinarea geoidului presupune că nu există mase în afara acestuia. Anomaliile gravitației folosite ca date trebuie să fie referite la geoid, necesitând astfel ca suprafața terestră să fie regularizată. Tratarea matematică și fizică a acestei probleme joacă un rol important în calculul unui geoid gravimetric (local sau regional) precis. Există câteva tehnici de reducere a gravitației, toate diferind prin modul în care sunt tratate masele topografice din afara geoidului. Fiecare schemă de reducere tratează topografia în mod diferit. Teoretic, soluția gravimetrică pentru determinarea geoidului folosind diferite metode de reducere a maselor ar trebui să ofere aceleași rezultate, dacă și efectul indirect al maselor corespunzător este luat în considerare (Heiskanen și Moritz, 1967; Heiskanen și Vening Meinesz, 1958).

Alegerea unei metode specifice de reducere a gravitației depinde de mărimea efectului indirect, de omogenitatea și de mărimea anomaliilor gravitației rezultate și de interpretarea geofizică asociată.

Reducerea Bouger completă, de exemplu, elimină toate masele topografice din exteriorul geoidului, producând anomalii ale gravitației omogene, dar introducând un efect indirect extrem de mare.

Reducerea gravitației topografică–izostatică (Airy-Heiskanen sau Pratt-Hayford), pe de altă parte, elimină masele topografice translatându-le în interiorul geoidului conform unui model de izostazie, expunând caracteristicile unei scheme de reducere „bune”. Aceste metode introduc un efect indirect de ordinul a câtorva metri, mult mai mic decât cel al schemei Bouger, dar totuși, mult mai mare decât cel al celei de-a doua metode de condensare a lui Helmert, motiv pentru care nu a mai fost utilizat în determinările de geoid din anii '70 (figura 2.3.e și 2.3.f).

În a doua metodă a lui Helmert masele topografice dintre geoid și suprafața terestră sunt condensate în geoid, formând o „coajă”. Efectul direct și indirect al terenului folosind această metodă de reducere prin condensare a fost tratată extensiv în literatură (Heiskanen și Moritz, 1967; Wichiencharoen, 1982; Wang și Rapp, 1990; Sideris, 1990; Heck, 1993; Vanicek și Martinec, 1994) (figura 2.3.c).

Schema de reducere care utilizează modelul rezidual al terenului nu este o reducere topografică–izostatică, dar oferă anomalii similare cu cele topografice–izostatice și a fost utilizată aproape două decenii ca un instrument uzual pentru determinarea efectului terenului în determinarea cvasigeoidului (Forsberg, 1984) (figura 2.3.d).

Una din cele mai interesante metode de reducere a gravitației este schema de inversare a lui Rudzki, dezvoltată de cercetătorul polonez Rudzki în 1905. Acesta a



statuat în teoria sa că potențialul maselor situate deasupra geoidului este egal cu cel al maselor inversate în interiorul acestuia. În afara studiului original al lui Rudzki, această metodă nu a mai fost utilizată nici în trecut, nici în prezent în determinările undulațiilor geoidului. Această metodă de reducere este una pur matematică și nu are asociată o semnificație geofizică.

Cunoașterea densității scoarței terestre este necesară pentru fiecare metodă de reducere a gravității (inclusiv pentru corecția de teren) în scopul eliminării eficiente și riguroase a tuturor maselor de deasupra geoidului. Datorită lipsei unui model al densităților este foarte frecvent utilizată o valoare constantă. Totuși, modele digitale 2D ale densității devin disponibile în unele țări, chiar dacă pentru a avea o reprezentare realistă a densităților avem nevoie de modele 3D.

Soluția Molodensky este o altă soluție fundamentală a problemei geodezice a valorilor la limită a potențialului. Această abordare consideră suprafața Pământului ca fiind suprafața de referință. Această soluție ocolește problema eliminării maselor topografice situate deasupra geoidului, absolut necesară în cazul abordării lui Stokes.

Molodensky a elaborat integralele sub forma unor serii formate din anomalii ale gravității și altitudini ale reliefului. Teoria lui Molodensky necesită cunoașterea atât a anomaliilor gravității cât și a altitudinilor în același punct, dar nu necesită cunoașterea densității scoarței terestre în punctul respectiv. Această soluție modernă oferă *cvasigeoidul*, dar nu oferă o *suprafață de nivel (geoid)* așa cum oferă soluția lui Stokes.

Efectul terenului asupra undulației geoidului se aplică în două etape: întâi se aplică măsurătorilor corecția de relief pentru a se obține o reducere completă a gravității (Moritz, 1968); apoi, co-geoidul determinat cu aceste valori reduse ale gravității trebuie convertit în geoid utilizând o corecție pentru efectul indirect al reducerii gravității (Wichiencharoen, 1982).



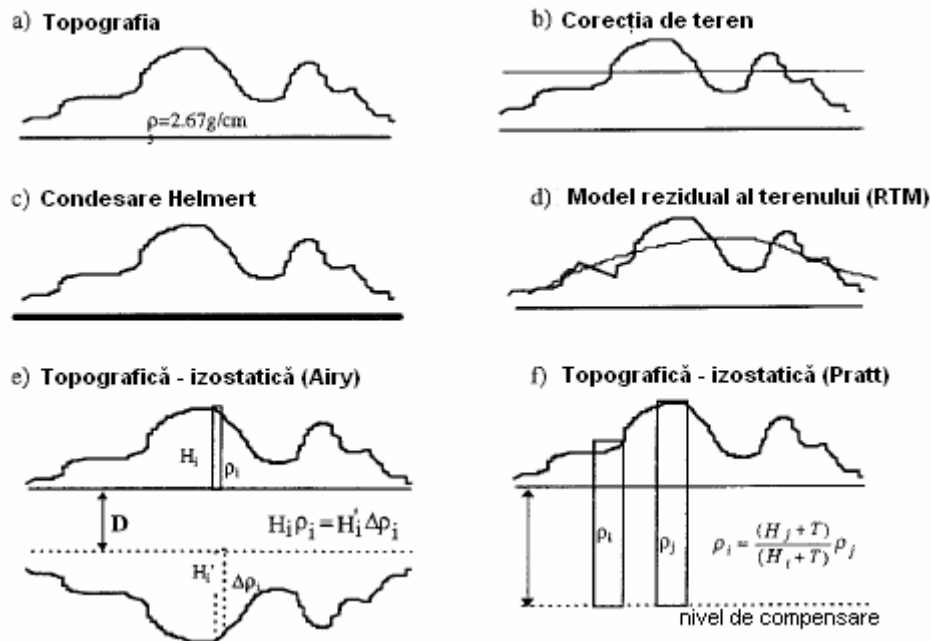
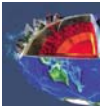


Figura 2. 3: Diverse modele de reducere a gravității

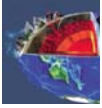
#### 2.1.4.1 Efectul direct (corecția de relief)

Corecția de relief este o mărime auxiliară cheie a reducerilor gravității, care este utilizată în rezolvarea problemei valorilor la limită a potențialului din geodezie și geofizică. Ea conține partea de frecvență înaltă a semnalului gravific reprezentând partea neregulată a topografiei, care derivă din placa Bouger. A doua metodă de condensare a lui Helmert este cea mai utilizată tehnică de reducere a maselor în practică. Anomalia Helmert (sau anomalia Faye), care constă din anomalia în aer liber plus corecția de teren, reprezintă valoarea la limită în abordarea Helmert-Stokes, din moment ce corecția de teren în sine reprezintă diferența dintre atracția topografiei și atracția topografiei condensate în aproximare plană (Moritz, 1968; Wichiencharoen, 1982; Sideris, 1990). În cadrul problemei Molodensky, corecția de teren poate înlocui termenul  $g_1$  sub prezumția că anomaliile gravității depind în mod liniar de altitudini (Moritz, 1980).

Integrala corecției de relief în punctul P este dată de următoarea relație (Heiskanen și Moritz, 1967):

$$c_P = -G \iiint_E \frac{\rho(x, y, z)(h_P - z)}{s^3(x_P - x, y_P - y, h_P - z)} dx dy dz, \quad (2.4)$$

unde  $\rho(x, y, z)$  reprezintă densitatea maselor topografice în punctul de integrare,  $h_P$  și  $h$  sunt altitudinile în punctul de calcul și punctul de integrare, iar E denotă zona de integrare.



În cazul utilizării unui MDAT sub formă de grid și a unei densități constante, relația de mai sus poate fi scrisă sub forma:

$$c_p = -G\rho \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \int_{x_n-\Delta x/2}^{x_n+\Delta x/2} \int_{y_m-\Delta y/2}^{y_m+\Delta y/2} \int_{h_p}^{h_{nm}} \frac{h_p - z}{s^3(x_p - x, y_p - y, h_p - z)} dx dy dz, \quad (2.5)$$

Moritz (1980) a derivat formula (2.4), utilizând o aproximare plană a geoidului și a recomandat utilizarea următoarei relații:

$$c_p = \frac{G\rho R^2}{2} \iint_{\sigma} \frac{(h_p - z)^2}{l_0^3} d\sigma, \quad (2.6)$$

unde:

$$l_0 = R\sqrt{2(1 - \cos \psi)} = 2R \sin \frac{\psi}{2}. \quad (2.7)$$

Totuși, relația (2.6) poate fi utilizată doar pentru zonele îndepărtate, unde  $l_0 \gg H$ , iar efectul zonei apropiate și a plăcii Bouger (care nu poate fi derivată în modelul plan) lipsesc complet. De asemenea, relația este afectată și de alte aproximări. Una din cele mai importante este aceea că panta terenului nu trebuie să depășească  $45^\circ$ .

Pentru a rezolva aceste constrângeri, Martinec și Vanicek (1994) au utilizat o aproximare sferică a geoidului și au divizat domeniul de integrare ( $\sigma$ ) în zona apropiată ( $\sigma_1$ ) și zona îndepărtată ( $\sigma_2$ ), obținând următoarea relație:

$$c_p = -\frac{4\pi G\rho}{R} h_p^2 + \frac{G\rho R^2}{2} \iint_{\sigma_1} \frac{h_p^2 - z^2}{l^3} \left(1 - \frac{3h_p^2}{l^2}\right) d\sigma + \\ + \frac{G\rho R^2}{2} \iint_{\sigma_2} \frac{h_p^2 - z^2}{l^3} \left(1 - 3\sin^2 \frac{\psi}{2}\right) d\sigma, \quad (2.8)$$

unde:

$$l = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \psi}. \quad (2.9)$$

Pentru calculul practic al corecției de relief s-au dezvoltat mai multe metode:

- prisme rectangulare cu plafon plat sau înclinat;
- linii de masă;
- corecții de teren reziduale;
- modele polinomiale.



O tehnică de procesare rapidă a acestor relații a fost realizată prin implementarea transformărilor Fourier rapide. Deși este destul de larg utilizată la nivel global, totuși, ea are o limitare și anume panta topografiei nu trebuie să depășească  $45^\circ$  (utilizează o aproximare plană a geoidului), ceea ce reprezintă o problemă în zonele cu teren accidentat.

Cea mai riguroasă metodă este cea a prismelor rectangulare. În același timp, aceasta este și cea mai mare consumatoare de timp de calcul. Totuși, datorită faptului că aceste calcule nu au o frecvență prea mare, în cadrul studiului de caz s-a optat pentru această metodă.

Pentru calculul practic al corecțiilor de relief prin metoda prismelor s-a utilizat următoarea relație (Yamamoto, 2001):

$$c_p = G\rho \{F(x_2, y_2, h) - F(x_1, y_2, h) - F(x_2, y_1, h) + F(x_1, y_1, h)\}, \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} F(x, y, h) = & x \ln \left( \frac{y + \sqrt{x^2 + y^2}}{y + \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} \right) + \\ & + y \ln \left( \frac{x + \sqrt{x^2 + y^2}}{x + \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} \right) + \\ & + h \arctan \left( \frac{xy}{h\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} \right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

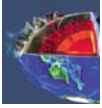
#### 2.1.4.2 Efectul indirect

Efectul indirect al terenului asupra undulațiilor geoidului poate fi calculat folosind formula lui Bruns:

$$N_{ind} = \frac{\Delta T}{\gamma}, \quad (2.12)$$

unde  $\gamma$  reprezintă gravitatea normală a gravitației, iar  $\Delta T$  - variația potențialului pe geoid. Această variație depinde de metoda de reducere a gravitației utilizată și poate fi exprimată astfel:

$$\Delta T = T - T_{(Helmert, Rudzki, Airy-Heiskanen, Pratt-Hayford, RTM)}. \quad (2.13)$$



Efectul indirect al celei de-a doua metode de condensare a lui Helmert (cea mai frecvent utilizată în zilele noastre) poate fi obținut în aproximare plană astfel (Wichiencharoen, 1982):

$$N_{ind} = -\frac{\pi G \rho}{\gamma} h_p^2 - \frac{G \rho}{6\gamma} \iint_E \frac{h^3 - h_p^3}{s^3} dx dy. \quad (2.14)$$

În cazul utilizării unui MDAT sub formă de grid, relația de mai sus poate fi scrisă sub forma:

$$N_{ind} = -\frac{\pi G \rho}{\gamma} h_p^2 - \frac{G \rho}{6\gamma} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \frac{h^3 - h_p^3}{s^3} \Delta x \Delta y \quad (2.15)$$

## 2.2. DATE GRAVIMETRICE

Pentru diverse scopuri geofizice și geodezice, inclusiv determinarea undulațiilor geoidului gravimetric, este necesară compararea valorilor normale cu valorile măsurate, efective ale accelerației gravitației după ce se realizează, în prealabil, reducerea acestora din urmă la suprafața geoidului sau cvasigeoidului, funcție de sistemul de altitudini adoptat oficial într-o anumită țară (Ghițău, 1983).

Valoarea normală a accelerației gravitației  $\gamma$  se referă la suprafața elipsoidului de referință folosit într-o anumită perioadă, putând fi calculată cu o formulă, care se adoptă odată cu parametrii elipsoidului.

Anomalia gravitației  $\Delta g_r^P$  în punctul P est dată de relația (Ghițău, 1983):

$$\Delta g_r^P = g_r^P - \gamma^P \quad (2.16)$$

indicele  $r$  indicând reducerea geofizică ce s-a aplicat la calculul gravitației reduse  $g_r^P$ .

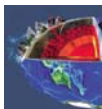
Reducerile, care sunt de natură geofizică, se determină prin acceptarea unor ipoteze simplificatoare, care corespund doar parțial realității.

### 2.2.1 Anomaliile Faye (în aer liber) - $\Delta g_F$

Anomaliile gravimetrice cele mai utilizate în geodezia fizică sunt *anomaliile Faye*. Motivul utilizării frecvente a acestor anomalii în aplicațiile geodezice se explică prin efectul indirect mic prezentat de acestea.

Într-un punct P, situat pe suprafața fizică a Pământului, anomalia Faye se calculează cu relația:

$$\Delta g_F \approx g^P + 0,3086 H^P - \gamma^P \quad (2.17)$$



Dependența pronunțată față de relief a anomaliilor Faye creează variații mari chiar pe zone mici, conducând la dificultăți de reprezentare și interpolare a acestora.

Prin aplicarea acestei reduceri se urmărește eliminarea efectului introdus de diferența de nivel dintre poziția reală a punctului de observație și proiecția lui pe suprafața de referință.

Dacă altitudinea  $H$  folosită este cunoscută din determinările geodezice, adică se referă la geoid și este exprimată în metri, termenul corectiv rezultă în miligali.

## 2.2.2 Anomaliile Bouger

### 2.2.2.1 Anomaliile Bouguer incomplete - $\Delta g_{BI}$

Într-un punct  $P$ , situat pe suprafața fizică a Pământului, anomalia Bouguer incompletă se calculează cu relația:

$$\Delta g_{BI}^P \approx g^P - 2\pi G\rho H^P - \gamma^P \quad (2.18)$$

### 2.2.2.2 Anomaliile Bouguer complete - $\Delta g_{BC}$

Într-un punct  $P$ , situat pe suprafața fizică a Pământului, anomalia Bouguer completă se calculează cu relația:

$$\Delta g_{BC}^P \approx g^P + 0,3086H^P - 2\pi G\rho H^P - \gamma^P = \Delta g_F - 2\pi G\rho H^P \quad (2.19)$$

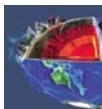
### 2.2.2.3 Anomaliile Bouguer perfecționate (simple) - $\Delta g_{BP}$

Într-un punct  $P$ , situat pe suprafața fizică a Pământului, anomalia Bouguer perfecționată se calculează cu relația:

$$\Delta g_{BP} = \Delta g_{FA} - 2\pi G\rho H^P + c_P, \quad (2.20)$$

unde  $c_P$  reprezintă corecția de relief.

Aceste anomalii prezintă un efect indirect mare, de aceea nu sunt recomandate pentru scopuri geodezice, în schimb au variații mici și uniforme pe zone întinse, pretându-se astfel foarte bine pentru interpolare.



## 2.2.3 Metode de culegere a datelor gravimetrice

### 2.2.3.1 Măsurători gravimetrice terestre

Măsurătorile gravimetrice terestre sunt de două tipuri: absolute și relative.

Cele absolute sunt mai laborioase, deoarece gravimetrul absolut, cu care se execută aceste măsurători, este un aparat complicat și cu multe accesorii, care necesită un timp foarte lung pentru asamblare și punere în funcțiune, iar măsurătorile gravimetrice absolute durează mult (de ordinul zilelor). Punctele gravimetrice absolute trebuie să fie amplasate în zone foarte stabile din punct de vedere seismic, cât mai departe de orice sursă de vibrații (trafic de autovehicule grele, tramvaie, trenuri etc.). La noi în țară ultimele măsurători gravimetrice absolute efectuate de Direcția Topografică Militară s-au executat în 1997, în 4 puncte: Surlari (București), Constanța, Iași și Timișoara. Durata măsurătorilor a fost de 3 zile pentru fiecare punct.

Măsurătorile gravimetrice relative au, în principiu, același mod de execuție ca și cele de nivelment:

- se execută în cadrul unor bucle;
- se pleacă de la o stație de referință, unde se cunoaște valoarea absolută a gravității;
- se fac măsurători de gravitate cu gravimetrul relativ în punctele buclelor.

Pentru punctele în care s-au executat măsurătorile este necesar să se cunoască coordonatele și altitudinea. Coordonatele pot fi determinate cu ajutorul unui receptor GPS, măsurătoarea executându-se simultan cu cea a gravității. Altitudinea poate fi determinată folosindu-se un receptor GPS și un model geoidal aproximativ, poate fi culeasă de pe hartă sau determinată batimetric (eroarea altimetrică trebuie să se încadreze în  $\pm 1 \div 2$  m).

### 2.2.3.2 Anomaliile gravității obținute prin măsurători pe platforme marine

Măsurătorile gravimetrice efectuate în zonele marine pe platforme instalate pe vapoare ridică o serie de probleme deosebite și au ca sursă primară de erori accelerațiile dinamice și deplasarea instabilă a vapoarelor. Aceste măsurători au în general o precizie de  $\sim 1\text{-}2$  mGal, cu un ordin de mărime mai mică decât cele terestre. În plus, datele obținute prin această metodă au o rezoluție spațială limitată și tind să fie concentrate în anumite zone.



### 2.2.3.3 Anomaliile gravității derivate din altimetria satelitară

Mult mai omogene și cu o acoperire mult mai mare, anomaliile gravității din zonele marine derivate din altimetria satelitară radar reprezintă o sursă importantă de date gravimetrice. În principiu, altimetrul măsoară distanța dintre satelit și suprafața instantanee a mării de-a lungul nadirului (verticalei) folosind un impuls radar. După modelarea efectelor mareice și aplicarea corecțiilor geofizice, aceste măsurători sunt mediate pentru a se determina forma medie a suprafeței mării în raport cu un anumit elipsoid de referință, cunoscându-se poziția satelitului prin urmărirea acestuia, prin modelarea dinamică a orbitei sau prin ambele. Într-o primă aproximare, suprafața medie a mării coincide cu geoidul. Totuși, acestea pot să difere cu până la  $\sim 2\text{m}$  datorită topografiei suprafeței mării, cauzată de efectele oceanografice, cum ar fi curenții și variațiile temperaturii apei, salinitatea acesteia și presiunea atmosferică. Din acest motiv, tehnicile de modelare a efectelor topografiei suprafeței mării prin măsurători cu altimetrul sunt parte integrantă a estimării anomaliilor gravității din zonele marine prin altimetrie satelitară.

Pentru determinarea anomaliilor gravității se pot utiliza următoarele metode:

1. Obținerea anomaliilor gravității din modele ale punctelor de masă;
2. Obținerea anomaliilor gravității din undulațiile geoidului, folosind inversa integralei Stokes;
3. Obținerea anomaliilor gravității din deviațiile verticalei, folosind inversa integralei Vening - Meinesz;
4. Obținerea anomaliilor gravității din deviațiile verticalei, utilizând ecuația lui Laplace.

### 2.2.3.4 Anomaliile gravității obținute din gradiometria satelitară

Gradiometria satelitară, deși nu poate să aducă o contribuție directă asupra termenilor armonicilor sferice de grad și ordin foarte mare, poate să îmbunătățească semnificativ componenta de lungime mare de undă a câmpului gravific global ( $>200\text{ km}$ ). În urma unor estimări, s-a ajuns la concluzia că armonicile sferice de grad mai mic de  $\sim 200$  (care corespund unei rezoluții spațiale mai mari de  $\sim 100\text{ km}$ ) vor fi îmbunătățite în mod semnificativ (Featherstone, 2001).

Conceptual, gradiometria satelitară constă în faptul că în locul gravității absolute se observă gradientul gravității. În esență, aceasta reprezintă determinarea diferențelor de gravitate între două puncte, eliminându-se astfel o serie de erori (de ex. cele datorate perturbațiilor negravitaționale ale satelitului).

Gradiometria satelitară are două variante:

- urmărirea unui satelit față de altul (SST);
- utilizarea unui gradiometru dedicat la bordul satelitului.

Metodele SST pot utiliza urmărirea jos-jos (II-SST), unde doi sateliți aflați pe o orbită joasă în jurul Pământului se urmăresc unul pe celălalt pentru a se determina



gradientul gravitației, sau urmărirea sus-jos (hl-SST), unde gradientul gravitației poate fi dedus.

Dintre misiunile spațiale care au ca scop gradiometria satelitală se pot exemplifica următoarele:

- **CHAMP** este o misiune germană, cu scopul de a determina, printre altele, câmpul gravific global static și variabil în timp ([http://op.gfz-potsdam.de/champ/main\\_CHAMP.shtml](http://op.gfz-potsdam.de/champ/main_CHAMP.shtml)). Satelitul CHAMP, aflat pe o orbită joasă în jurul Pământului (454 km. altitudine), este urmărit cu ajutorul sateliților GPS aflați pe o orbită înaltă în jurul Pământului (~20.200 km. altitudine), relativ la o rețea de stații terestre, de către Serviciul Internațional GPS (International GPS Service – <http://igscb.jpl.nasa.gov/>).
- **GRACE** este o misiune germano-americană, care va urma misiunii CHAMP (<http://essp.gsfc.nasa.gov/grace/>). Aceasta va consta din doi sateliți identici de tip CHAMP, care se vor urmări unul pe celălalt. Aceștia vor fi pe orbite apropiate (~480 km. altitudine), la o distanță de ~170-270 km.
- **GOCE** este o misiune europeană care are ca scop, între altele, determinarea câmpului gravific global, pe o orbită joasă, aflată la o altitudine de 260 km.  
(<http://www.estec.esa.nl/vrwww/explorer/GRAVITY.html>).





O ilustrare a evoluției acestor modele geopotențiale globale este prezentată în figura următoare:

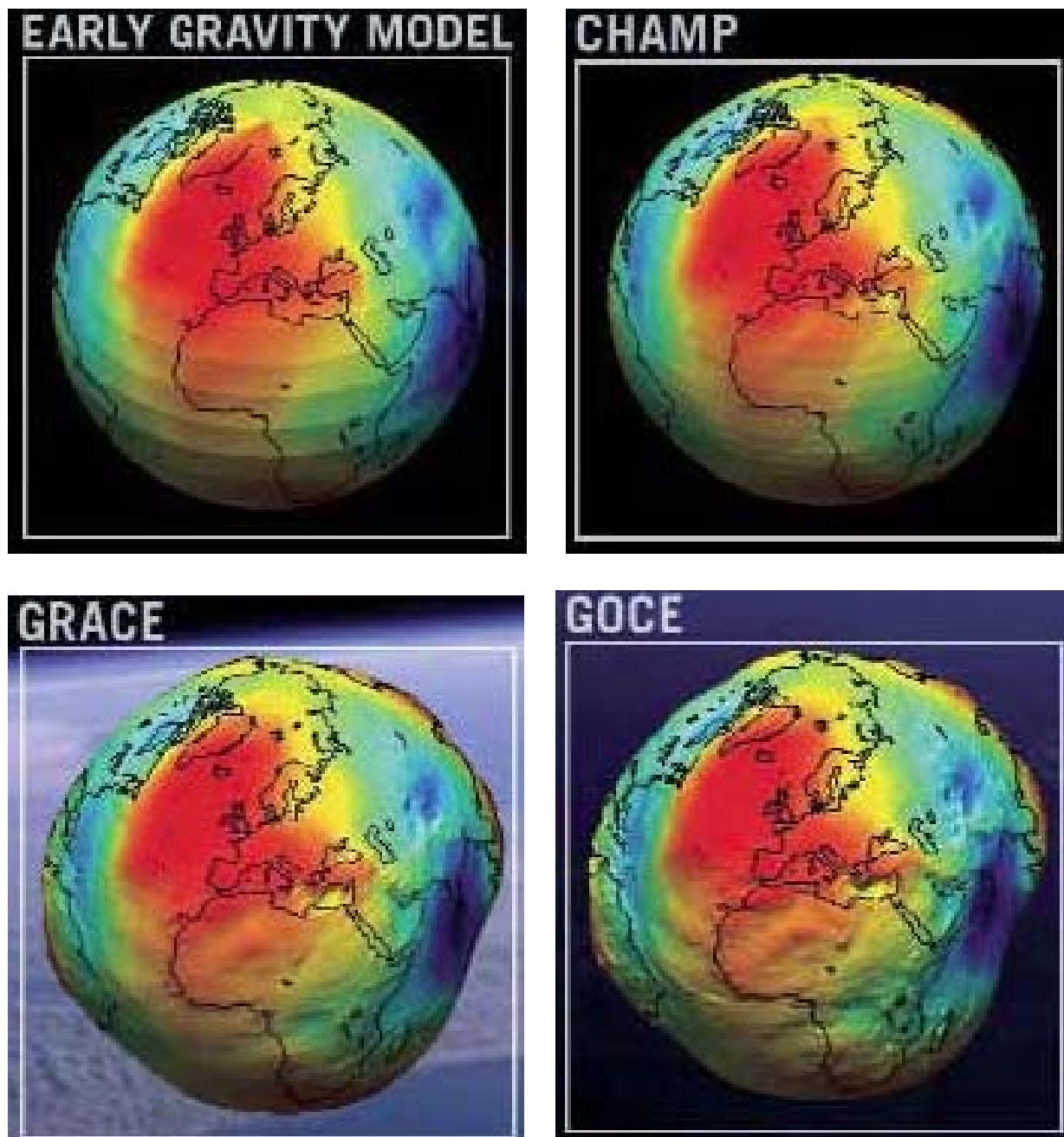


Figura 2. 4: Evoluția Modelelor Geopotențiale Globale

#### 2.2.3.5 Alte metode

Datele gravimetrice se mai pot obține și de pe hărțile cu anomaliile gravității, atunci când acestea sunt disponibile. Acestea se pot digitiza asemenea curbelor de nivel, obținându-se astfel varianta digitală.



## 2.2.4 Estimarea preciziei datelor gravimetrice

### 2.2.4.1 Surse de erori

Necesitatea realizării unor hărți cu anomalii ale gravității și a unor undulații ale geoidului tot mai precise impune o validare atentă a datelor gravimetrice și în special detectarea erorilor accidentale sau sistematice. Utilizatorul de date gravimetrice trebuie să verifice precizia acestora, mai ales atunci când sunt combinate date din surse diferite, au sisteme de referință diferite, au utilizat formule de corecție diferite etc.

În tabelele de mai jos sunt prezentate unele erori ce pot fi întâlnite în cazul datelor gravimetrice, precum și influența și modul de identificare a acestora (Sarrailh, 2002):

**Tabelul 2. 3: Erori accidentale**

Eroare	Impact	Identificare
Probleme ale gravimetrului,  Digitizarea hărților cu anomalii ale gravității,  Formule,  Unități de măsură	$g$ , $x$ , $y$ , altitudine, anomalii ale gravității	Predicție folosind punctele din vecinătate  Harta cu anomalii ale gravității

**Tabelul 2. 4: Erori sistematice**

Eroare	Impact	Identificare
Punctul gravimetric fundamental:  Valoarea lui $g$ eronată  Ex: valoarea lui $g$ la Potsdam	$g$ , anomaliiile gravității	Intercompararea valorilor măsurate pentru liniile comune
Elipsoidul de referință  $Eroare = f(\text{latitudine})$	Anomaliile gravității	Codul (numele) punctului
Sistemul de referință orizontal (datum-ul $XY$ )	Latitudine, longitudine, anomalii	Compararea cu MNT  Compararea coordonatelor stațiilor cu hărțile digitizate sau cu ortofotograme

Diferitele tehnici (predicția, intercompararea, compararea seturilor de date independente) sunt folosite pentru identificarea erorilor, automat sau interactiv.



### 2.2.4.2 Algoritmi de detectare a erorilor

O etapă în eliminarea erorilor ce pot afecta datele gravimetrice este detectarea erorilor grosolane. Un algoritm în acest scop este și cel utilizat la realizarea bazei de date gravimetrice naționale a Turciei (Alp and Ayhan, 1996). Acest algoritm cuprinde trei etape: predicția anomaliilor în aer liber (Faye), interpolarea altitudinilor și realizarea curbelor de egală anomalie pentru anomaliile Bouger.

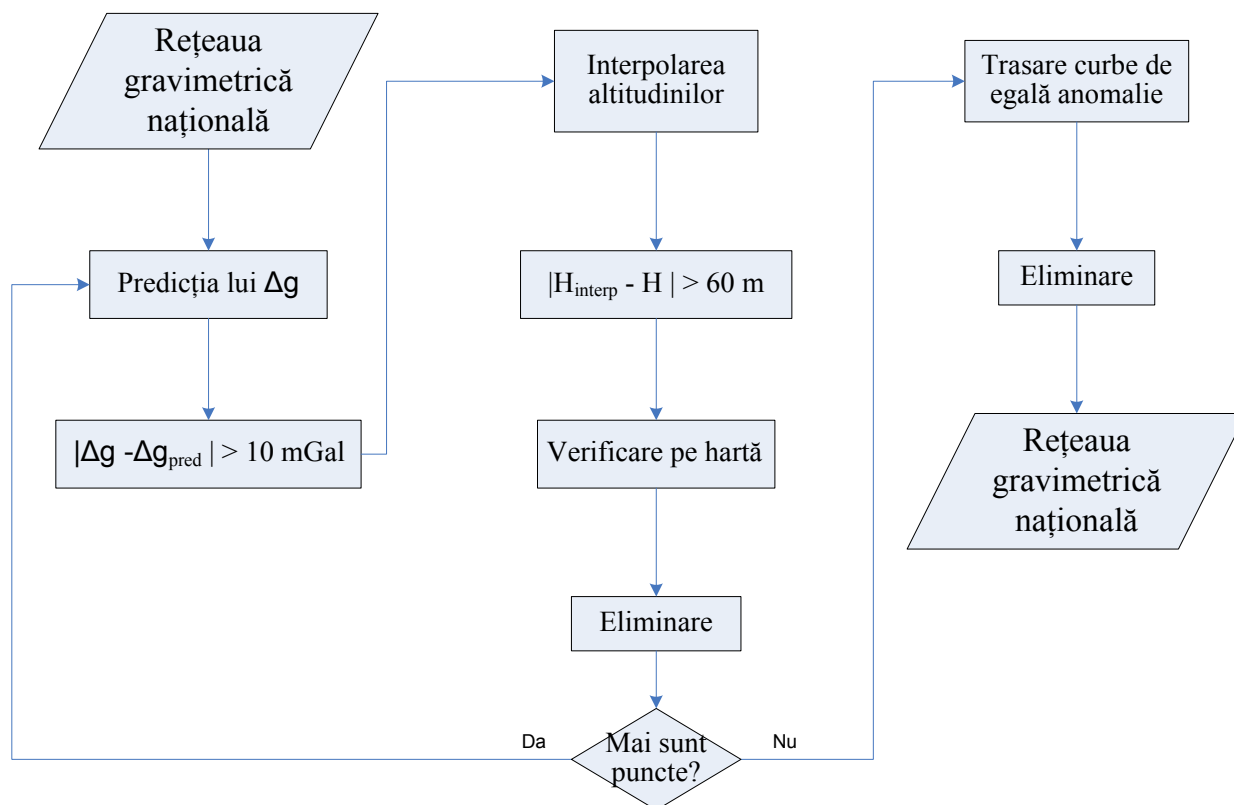


Figura 2. 5: Algoritm pentru determinarea erorilor grosolane

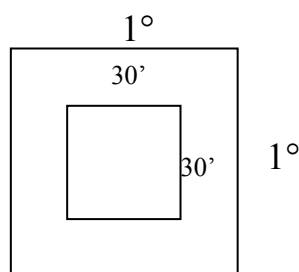
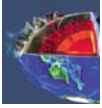


Figura 2. 6: Blocul de predicție și cel cu măsurători

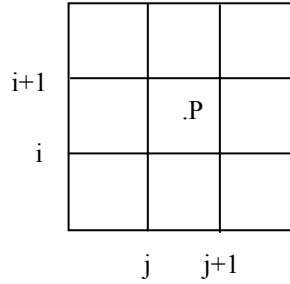
Predicția se poate face pentru fiecare bloc de 30'x30' utilizându-se observațiile gravimetrice din regiunea de 1°x1° care înconjoară blocul (fig. 2.6). Valoarea prezisă  $\Delta g_{pred}$  pentru un punct  $P$  având coordonatele în proiecție  $X_P, Y_P$  și altitudinea  $H_P$  se poate calcula folosind relația următoare:



$$\Delta g_{pred}(X_P, Y_P) = a + bH_P + \sum_{k=0}^2 \sum_{l=0}^1 C_{kl} X_P^l Y_P^k + \frac{\sum_{i=1}^n \Delta g_{Ui} S_{iP}^{-3.5}}{\sum_{i=1}^n S_{iP}^{-3.5}}. \quad (2.21)$$

Datorită corelației lor cu altitudinea, anomaliile gravității sunt corectate întâi cu primii doi termeni ai ecuației (2.21). Apoi din aceste valori corectate este eliminată tendința, cu ajutorul celui de-al treilea termen. Ultimul termen reprezintă media ponderată a valorilor reziduale ale anomaliilor gravității.

În punctele în care diferențele dintre predicția și măsurătoarea lui  $\Delta g$  sunt mai mari de 10 mGal se interpolează altitudinile. Acest lucru se face pe baza altitudinilor  $H_{ij}$  cunoscute în nodurile unui grid (fig. 2.7).



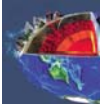
**Figura 2. 7: Gridul altimetric**

$$H_{interp}(\varphi_P, \lambda_P) = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 a_{kl} (\lambda_P - \lambda_j)^k (\varphi_P - \varphi_i)^l, \quad (2.22)$$

unde  $\varphi_P$  și  $\lambda_P$  sunt latitudinea și longitudinea punctului  $P$ . Coeficienții necunoscuți  $a_{kl}$  se determină pe baza unor valori  $H_{ij}$  cunoscute.

Punctele pentru care diferențele  $|H_{interp} - H|$  sunt mai mari de 60 m se vor verifica pe hartă și cele care au altitudinile eronate vor fi eliminate din baza de date. Acest proces se repetă până la eliminarea tuturor punctelor eronate.

Deoarece este posibil ca predicția anomaliilor în aer liber și interpolarea altitudinilor să nu elimine toate erorile grosolane, se vor trasa curbele de egală anomalie pentru anomaliile Bouger. Aceste curbe se vor reprezenta și în perspectivă și se va urmări dacă există „vârfuri” sau „găuri” care în mod normal nu ar trebui să apară. În acele zone se vor elimina punctele care produc acele anomalii în reprezentare.



Pentru verificarea calității și estimarea preciziei datelor gravimetrice se poate folosi următorul test, care cuprinde două metode de estimare (Alp and Ayhan, 1996):

- a.) Zona acoperită de rețeaua gravimetrică se împarte în blocuri de o anumită dimensiune (de ex. 30'x30') și se determină valorile medii ale anomaliilor în aer liber  $\overline{\Delta g}$  pentru fiecare bloc, cu relația:

$$\overline{\Delta g} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta g_i}{n}, \quad (2.23)$$

unde  $n$  este numărul de măsurători din blocul respectiv. Apoi se estimează abaterea standard  $\sigma$ , cu relația:

$$\hat{\sigma} = \pm \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta g_i - \overline{\Delta g})^2}. \quad (2.24)$$

Punctele pentru care diferențele  $|\Delta g_i - \overline{\Delta g}|$  sunt mai mari decât de 3 ori  $\hat{\sigma}$  vor fi puse sub semnul întrebării.

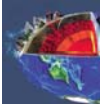
- b.) Se interpolează anomalia Faye în fiecare punct gravimetric  $P$ , din cele mai apropiate 10 puncte, utilizându-se o medie ponderată:

$$\widehat{\Delta g}_P = \frac{\sum_{i=1}^{10} \left( \frac{\Delta g_i}{S_{iP}^{1.5}} \right)}{\sum_{i=1}^{10} \left( \frac{1}{S_{iP}^{1.5}} \right)}, \quad (2.25)$$

unde  $\Delta g_i$  este măsurătoarea numărul  $i$  iar  $S_{iP}$  este distanța dintre punctele  $i$  și  $P$ . Eroarea medie pătratică a diferențelor dintre  $\Delta g$  și  $\widehat{\Delta g}$  se va calcula cu relația:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta g_i - \widehat{\Delta g})^2}. \quad (2.26)$$

Punctele pentru care diferențele  $(\Delta g - \widehat{\Delta g})$  sunt mai mari decât de 3 ori  $\sigma$  se vor compara cu cele găsite prin metoda anterioară. Punctele comune celor două metode vor fi eliminate din baza de date cu date gravimetrice.



O altă procedură de validare a datelor gravimetrice este prin utilizarea colocației prin cele mai mici pătrate. Pentru a putea fi aplicată această metodă este necesar ca datele gravimetrice să fie omogene și izotropice (Sevilla, 1995). Acest lucru se poate verifica prin studierea erorilor standard și a erorilor standard ale mediilor. Pentru satisfacerea acestei condiții, zona de interes se împarte în celule mai mici, cu acoperire între ele (de exemplu  $2^\circ \times 2^\circ$ ). Pentru fiecare celulă se determină anomaliile reziduale ale gravității, obținute prin îndepărtarea componentei de lungime mare de undă, determinată pe baza unui model geopotențial (*OSU91A*, *EGM96* etc.). Datele din fiecare celulă se împart în două seturi *A* și *B*, fără puncte comune, dar cu aceeași distribuție. Pe baza acestor anomalii reziduale se vor determina câte două funcții empirice de covarianță pentru fiecare celulă.

Alegerea funcțiilor de covarianță în scopul validării datelor este ușoară, deoarece colocația este utilizată la predicția unor valori ale câmpului gravific aflate în același domeniu cu cele măsurate. Calitatea anomaliilor prezise nu depinde atât de mult de funcția de covarianță dacă mărimile măsurate și cele prezise sunt de același tip (Tscherning, 1983).

Fie  $\Delta g_{\text{pred}}$  anomalia gravității prezisă prin metoda colocației prin cele mai mici pătrate, pe baza unui set de valori  $\Delta g_{\text{red}}$  din fiecare celulă. Valoarea acesteia se poate determina folosind relația (Moritz, 1980):

$$\Delta g_{\text{pred}} = C_{\Delta g} C^{-1} \Delta g_{\text{red}}, \quad (2.27)$$

unde  $C_{\Delta g}$  este matricea de covarianță dintre măsurătorile  $\Delta g_{\text{red}}$  și predicțiile  $\Delta g_{\text{pred}}$ , iar  $C$  este suma dintre matricea de covarianță a mărimilor  $\Delta g_{\text{red}}$  și matricea de varianță – covarianță a zgomotului asociat. Funcțiile de covarianță sunt considerate a fi omogene și izotropice. Pentru fiecare celulă cu anomalii reduse ale gravității se vor determina funcțiile empirice de covarianță. Parametrii care descriu un model *Tscherning – Rapp* (Tscherning and Rapp, 1974) se vor estima printr-o tehnică interactivă de inversare prin cele mai mici pătrate (Knudsen, 1987).

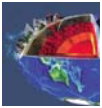
Apoi se vor estima diferențele  $\Delta g_{\text{red}} - \Delta g_{\text{pred}}$ , precum și eroarea medie pătratică a acestora, dată de relația:

$$\sigma_{\Delta g_{\text{red}} - \Delta g_{\text{pred}}}^2 = C_0 - C_{\Delta g} C^{-1} C_{\Delta g}^T, \quad (2.28)$$

unde  $C_0$  reprezintă varianța valorilor gravității.

Se consideră eroare grosolană (Sevilla, 1995) dacă:

$$|\Delta g_{\text{red}} - \Delta g_{\text{pred}}| > k \left[ \sigma_{\Delta g_{\text{red}} - \Delta g_{\text{pred}}}^2 + \sigma_{\Delta g}^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.29)$$



unde  $k$  este o constantă având uzual valoarea 3, iar  $\sigma_{\Delta g}^2$  este varianța estimată a măsurătorilor. Predicția se face pentru setul  $B$  pe baza datelor din setul  $A$  și invers, pentru toate celulele. Procesul se poate executa iterativ.

Așa cum a fost subliniat și de Tscherning, este dificil să se stabilească dacă o discrepanță mare dintre mărimea prezisă și cea măsurată se datorează unei erori în predicție (din cauza insuficienței datelor sau a schimbărilor majore ale câmpului gravific) sau unei erori de măsurare.

Metoda colocației permite utilizarea datelor, indiferent de distribuția lor spațială. Nu este necesar ca acestea să fie dispuse în nodurile unui grid sau ca distribuția lor să fie continuă. Dezavantajul major al acesteia este timpul mare de calcul, deoarece este necesară rezolvarea unui sistem liniar de ecuații având numărul de necunoscute egal cu numărul măsurătorilor.

#### 2.2.4.3 Funcțiile de covarianță ale anomaliilor locale ale gravității

Pentru descrierea caracteristicilor funcțiilor locale de covarianță ale mărimilor câmpului gravific sunt utilizați trei parametri. Definirea acestor parametri: varianța  $C_0$ , distanța de corelație  $\chi_{1/2}$  și varianța gradientului orizontal al gravității este prezentată în (Moritz, 1980).

Varianța  $C_0$  este valoarea covarianței pentru distanța egală cu zero, în timp ce distanța de corelație  $\chi_{1/2}$  este definită ca fiind distanța la care covarianța este jumătate din valoarea varianței, de ex.  $C(\chi_{1/2}) = \frac{1}{2}C_0$ .

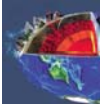
Funcția de covarianță între două puncte în care s-au determinat anomaliile gravității,  $\Delta g(\varphi, \lambda)$  și  $\Delta g(\varphi', \lambda')$ , este dată de relația:

$$C(\psi) = \frac{1}{A} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \Delta g(\varphi, \lambda) \Delta g(\varphi', \lambda') \cos(\psi) d\alpha d\varphi d\lambda, \quad (2.30)$$

unde  $A$  este suprafața zonei pe sferă,  $\varphi, \varphi', \lambda, \lambda'$  reprezintă marginile zonei,  $\alpha$  reprezintă azimutul iar  $\cos(\psi) = \sin \varphi \sin \varphi' + \cos \varphi \cos \varphi' \cos(\lambda - \lambda')$ .

Ecuația (2.30) reprezintă o funcție de covarianță omogenă și izotropică, care este calculată ca o medie a produsului dintre  $\Delta g(\varphi, \lambda)$  și  $\Delta g(\varphi', \lambda')$  pe întreaga suprafață a zonei (omogenitate) și ca o medie de-a lungul azimutului (izotropie). Practic, măsurătorile sunt executate în puncte discrete din zona de interes și integralele sunt reduse la sume.

Pentru determinarea funcțiilor empirice de covarianță ale datelor gravimetrice locale sunt utilizate, de obicei, două metode. Prima metodă utilizează datele gravimetrice disponibile pentru calculul funcțiilor de covarianță în mod direct, în timp ce a doua determină funcțiile de covarianță prin transformarea Fourier inversă a



funcțiilor de densitate spectrală de putere (PSD functions). Prima metodă este cunoscută ca fiind metoda directă, în timp ce a doua este cunoscută ca fiind metoda indirectă.

#### 2.2.4.3.a. Funcția de covarianță determinată pe baza datelor

Există două seturi de formule utilizate pentru determinarea funcțiilor de covarianță din date gravimetrice. Primul set face o estimare a funcțiilor de covarianță pentru datele gravimetrice distribuite neregulat, iar al doilea set determină funcțiile de covarianță pentru datele dispuse în nodurile unui grid.

Funcția de covarianță dintre funcțiile  $g$  și  $h$ , considerate în puncte discrete, aflate în celule pe sferă, este următoarea:

$$C(\psi) = \frac{\sum a_g a_h g(\varphi, \lambda) h(\varphi', \lambda')}{\sum a_g a_h}, \quad (2.31)$$

unde  $a_g$  și  $a_h$  reprezintă ariile celor două celule de pe sferă, pentru măsurătorile  $g$  și  $h$ .

Pentru anomaliile gravității,  $g(\varphi, \lambda) = \Delta g_i$  și  $h(\varphi', \lambda') = \Delta g_j$ , ecuația (2.31) oferă o funcție de covarianță izotropică a acestora.

Dacă anomaliile gravității sunt date în celule de arie egală, atunci ecuația (2.31) se reduce la:

$$C_{\Delta g \Delta g}(\psi_k) = \frac{\sum_k \Delta g_i \Delta g_j}{n_k}, \quad (2.32)$$

unde  $n_k$  reprezintă numărul produselor luate în calcul pentru o distanță sferică  $\psi_k$  dată.

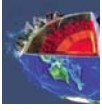
Distanța sferică  $\psi_k$  poate lua valori cuprinse în următorul interval:

$$\psi - \frac{\Delta \psi}{2} < \psi_k < \psi + \frac{\Delta \psi}{2}, \quad (2.33)$$

unde  $\Delta \psi$  este un interval convenabil.

În cazul în care anomaliile gravității sunt date într-un grid de arie  $T_x \times T_y$ , având intervalele  $\Delta x$  și  $\Delta y$  pe cele două axe, funcția de covarianță anizotropică pentru anomaliile gravității este următoarea:





$$C_{\Delta g \Delta g}(k, l) = \frac{1}{M-k} \frac{1}{N-l} \sum_{i=0}^{M-k-1} \sum_{j=0}^{N-l-1} \Delta g(i, j) \Delta g(i+k, j+l), \quad (2.34)$$

unde:  $M = \frac{T_x}{\Delta x}$ ,  $N = \frac{T_y}{\Delta y}$ .

#### 2.2.4.3.b. Funcția de covarianță determinată pe baza funcțiilor de densitate spectrală

Funcția de covarianță poate fi estimată indirect, din datele gravimetrice aflate într-un grid, prin utilizarea unei transformări Fourier rapide. Din moment ce funcțiile de densitate spectrală de putere sunt echivalentul funcțiilor de corelație în domeniul frecvențelor, atunci, pentru datele gravimetrice centrate într-un punct, transformata Fourier inversă a funcțiilor de densitate spectrală de putere va furniza funcția de covarianță corespunzătoare.

Într-o aproximare plană a Pământului, suprafața acestuia este înlocuită cu planul tangent, iar distanța sferică ( $\psi$ ) devine distanța plană  $s$  ( $s^2 = x^2 + y^2$ ). Funcția de densitate spectrală a anomaliilor gravitației este estimată prin transformare Fourier ca fiind:

$$P_{\Delta g \Delta g}(u, v) = \Delta G(u, v) \Delta G(u, v)^*, \quad (2.35)$$

unde  $\Delta G$  reprezintă transformata Fourier a anomaliilor gravitației  $\Delta g$ .

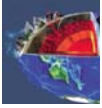
Funcția de covarianță anizotropică bidimensională  $C_{\Delta g \Delta g}(x, y)$  este estimată prin transformata Fourier inversă a lui  $P_{\Delta g \Delta g}(u, v)$ , astfel:

$$C_{\Delta g \Delta g}(u, v) = F^{-1} \{ P_{\Delta g \Delta g} \} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_{\Delta g \Delta g}(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} dx dy. \quad (2.36)$$

O funcție de covarianță izotropică  $C_{\Delta g \Delta g}(s)$  poate fi obținută din (2.32) prin medierea valorilor obținute pe toate azimutele:

$$C_{\Delta g \Delta g}(s) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C_{\Delta g \Delta g}(x, y) d\omega. \quad (2.37)$$

Pentru o funcție izotropică de densitate spectrală de putere  $P_{\Delta g \Delta g}(q)$ , unde  $q^2 = u^2 + v^2$ , funcția izotropică de covarianță  $C_{\Delta g \Delta g}(s)$  corespunzătoare acesteia va fi obținută printr-o transformare Hankel inversă și nu printr-o transformare Fourier



inversă. Operatorul transformării Hankel  $H$  și inversul acestuia  $H^{-1}$ , pentru o funcție  $g$ , se definesc astfel:

$$g(q) = H \{ g(s) \} = \int_0^\infty s g(s) J_0(sq) ds, \quad (2.38)$$

$$g(s) = H^{-1} \{ g(q) \} = \int_0^\infty q g(q) J_0(sq) dq, \quad (2.39)$$

unde  $J_0$  este funcția Bessel de ordinul zero.

### 2.3. MODELE GEOPOTENȚIALE GLOBALE (MGG)

Modelul geopotențial global este o reprezentare a câmpului gravific al întregului glob cu ajutorul unui set de coeficienți armonici sferici. Acesta oferă componentele de lungime mare de undă ale geoidului.

Aceste modele sunt determinate prin analiza orbitelor sateliților, iar modelele cu rezoluție mare sunt produse prin utilizarea combinată a datelor gravimetrice terestre și a datelor altimetrice satelitare. Rezoluția spațială este dată de gradul armonicilor sferice ( $M$ ) folosite în dezvoltarea unui model, unde unui arc de un grad de pe suprafața Pământului îi corespunde o dezvoltare de gradul  $M$ .

Ondulațiile geoidului și anomaliile gravitației pot fi determinate relativ ușor pe baza unui set de coeficienți geopotențiali, folosind următoarele relații:

$$\Delta g_{GM} = \bar{g} \sum_{n=2}^{n_{\max}} (n-1) \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^n \left[ \overline{C_{nm}} \cos m\lambda + \overline{S_{nm}} \sin m\lambda \right] \overline{P_{nm}}(\sin \phi') \quad (2.40)$$

$$N_{GM} = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^n \left[ \overline{C_{nm}} \cos m\lambda + \overline{S_{nm}} \sin m\lambda \right] \overline{P_{nm}}(\sin \phi') + \frac{\Delta g_{BP}(\phi, \lambda)}{\gamma} H(\phi, \lambda) \quad (2.41)$$

Este foarte important ca, înaintea utilizării unui astfel de model, să se facă o analiză a acestuia, deoarece nu toate modelele asigură aceeași precizie. Acest lucru este subliniat în (Lambeck și Coleman, 1983), care au făcut următoarea remarcă referitoare la toate MGG: „...diversele modele nu sunt atât de bune pe cât se spune că ar fi. Dacă ar fi, atunci diferențele dintre ele nu ar trebui să fie atât de mari pe cât sunt în realitate...”

Modelele actuale ale câmpului gravific al Pământului pot fi împărțite în 3 categorii:

- *MGG satelitare*, obținute prin monitorizarea de pe Pământ a sateliților artificiali;
- *MGG combinate*, obținute printr-o combinație a MGG satelitare cu date gravimetrice terestre și cu date gravimetrice derivate din altimetria satelitară, pentru zonele marine;



- *MGG adaptate*, obținute prin îmbunătățirea MGG existente (satelitare sau combinate) cu date gravimetrice regionale și/sau cu rezoluție mare.

Valorile potențialului gravitațional extern al Pământului ( $V$ ), accelerației gravitaționale ( $g$ ) și tensorului gradientului gravitației ( $\Gamma$ ) pot fi ușor determinate în orice punct, pe baza coeficienților armonici care definesc orice MGG. Pentru majoritatea MGG (tabelele 2.4 și 2.5), coeficienții armonici pot fi descărcați de pe site-ul Serviciului Internațional al Geoidului (IGeS), <http://ipmtf14.topo.polimi.it/~iges/db/model.html>, de pe site-ul prof. H. G. Wenzel, <http://www.gik.uni-karlsruhe.de/~wenzel/geopmods.htm>, sau de pe site-ul grupului special de lucru pentru modelarea câmpului gravific global al Asociației Internaționale de Geodezie (IAG), <http://op.gfz-potsdam.de/iagwg/>.

### 2.3.1 MGG satelitare

Estimarea coeficienților geopotențiali pe baza măsurătorilor perturbațiilor orbitale ale sateliților a fost descrisă printre alții și de Reigber (Reigber, 1989) și de Lemoine (Lemoine și alții, 1998). Deși cele mai recente MGG satelitare sunt disponibile până la gradul și ordinul 120 (tabelul 2.5), coeficienții de grad mai mare de 30 (ex. Rummel și alții, 2001) sunt puternic afectați de erori. Acest lucru se datorează, în principal, următoarelor cauze:

- scăderea intensității câmpului gravitațional odată cu creșterea altitudinii, combinată cu altitudinea minimă a satelitului impusă de frânarea atmosferică;
- precizia limitată a măsurătorilor de la sol către sateliți, datorită refracției atmosferice;
- imposibilitatea urmăririi întregii orbite a unui satelit, datorită acoperirii limitate a stațiilor de urmărire terestre;
- modelarea imprecisă a perturbațiilor în mișcarea sateliților, datorate câmpului gravitațional lunar, solar sau planetar.

MGG derivate din gradiometria satelitară sunt considerate, de asemenea, tot MGG satelitare.

**Tabelul 2. 5: Modele geopotențiale globale satelitare publicate începând cu 1990**

Model	grad max	citare		Model	grad max	citare
GEM-T2S	36	Marsh și alții (1990)		GRIM4-S2	50	Schwintzer și alții (1992)
GEM-T3S	50	Lerch și alții (1994)		GRIM4-S3	50	Schwintzer și alții (1993)
JGM-1S	60	Nerem și alții (1994 a și b)		GRIM4-S4	60	Schwintzer și alții (1997)
JGM-2S	60	Nerem și alții (1994 a și b)		GRIM5-S1	120	Biancale și alții (2000)
PGTF-4	50	Shum și alții (1990)		EGM96S	70	Lemoine și alții (1998)
GRIM4-S1	50	Schwintzer și alții (1991)				



### 2.3.2 MGG combinate

Gradul maxim al armonicelor sferice (și implicit rezoluția spațială) a MGG satelitare poate fi extins prin utilizarea anomaliilor gravității obținute din gravimetria terestră sau a celor derivate din altimetria satelitară, pentru zonele marine. La calcularea MGG combinate, coeficienții modelelor satelitare sunt și ei corecți, fiind o etapă a procesului de combinare. La ora actuală, cel mai bun MGG combinat este EGM96 (Lemoine și alții, 1998), ai cărui coeficienți pot fi descărcați de pe site-ul <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm96/egm96.html>.

Principala limitare a preciziei MGG combinate este dată de acoperirea spațială și de calitatea datelor gravimetrice terestre, de altimetria satelitară și de datele despre teren utilizate la îmbunătățirea MGG satelitare. Este evident că în zonele unde nu sunt disponibile date terestre, soluția satelitară nu va fi îmbunătățită. Mai mult decât atât, aceste „găuri” de date pot afecta MGG combinate în alte regiuni, datorită faptului că determinarea lor este bazată pe soluția problemei valorii la limită a potențialului, care are nevoie de date gravimetrice pe întreaga suprafață pentru care se face determinarea, conform teoremei lui Stokes (Heiskanen și Moritz, 1967).

De asemenea, erorile sistematice care afectează datele gravimetrice terestre cauzează erori de joasă frecvență a MGG combinate.

Din aceste motive MGG combinate, deși oferă o rezoluție spațială mult mai mare, pot varia în precizie de la o regiune la alta.

**Tabelul 2. 6: Modele geopotențiale globale combinate publicate începând cu 1990**

Model	grad max	citare		Model	grad max	citare
GEM-T2	36	Marsh și alții (1990)		GRIM5 - C1	120	Gruber și alții (2000)
GEM-T3	50	Lerch și alții (1994)		OSU89A	360	Rapp și Pavlis (1990)
JGM-1	70	Nerem și alții (1994 a și b)		OSU89B	360	Rapp și Pavlis (1990)
JGM-2	70	Nerem și alții (1994 a și b)		OSU91A	360	Rapp și alții (1990)
JGM-3	70	Tapley și alții (1996)		OGE12	360	Gruber și alții (1992)
PGTF -4A	50	Shum și alții (1990)		GFZ93A	360	Gruber și alții (1993)
TEG-2	54	Tapley și alții (1991)		GFZ93B	360	Gruber și alții (1993)
TEG-2B	54	Tapley și alții (1991)		GFZ95A	360	Gruber și alții (1996)
TEG-3	70	Tapley și alții (1997)		GFZ96	359	Gruber și alții (1997)
GRIM4 -C1	50	Reigber și alții (1993) Schwintzer și alții (1991)		GFZ97	359	Gruber și alții (1998)
GRIM4-C2	50	Reigber și alții (1993) Schwintzer și alții (1993)		EGM96	360	Lemoine și alții (1998)
GRIM4-C3	60	Schwintzer și alții (1993)		GAO-98	360	Demianov și alții (2000)
GRIM4-C4	72	Schwintzer și alții (1997)		PGM2000A	360	Pavlis și alții (2001)



Cea mai recentă dezvoltare a MGG combinate este aceea a EGM06. Acest model a fost anunțat a fi disponibil începând cu iunie 2006. Totuși, nu au fost disponibili decât o serie de coeficienți armonici – test. Aceștia sunt disponibili pe site-ul [http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/new\\_egm/new\\_egm.html](http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/new_egm/new_egm.html).

În comparație cu EGM96, acesta anunță o serie de îmbunătățiri substanțiale, una dintre acestea fiind că există o serie de coeficienți sferici și o serie de coeficienți elipsoidali, ceea ce elimină o serie de erori datorate elipticității Pământului.

O comparație între EGM96 și EGM06 este dată în tabelul 2.7:

**Tabelul 2. 7: Comparație EGM96 – EGM06**

<i><b>EGM96</b></i>	<i><b>EGM06</b></i>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Ordin și grad: <math>n=m=360</math></li><li>• Rezoluție: 30'x30' resolution</li><li>• Precizie: 50 cm RMS</li><li>• Propagarea erorilor: 70 x 70</li><li>• 40 sateliți utilizați pentru lungimi mari de undă</li><li>• 30 mil. de valori ale gravității terestre</li><li>• 29 coduri pentru altitudini</li><li>• 130 de mii de coeficienți</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ordin și grad: <math>n=m=2160</math></li><li>• Rezoluție: 5'x5'</li><li>• Precizie: 15 cm RMS</li><li>• Propagarea erorilor: 2160 x 2160</li><li>• CHAMP și GRACE utilizați pentru lungimi mari de undă</li><li>• 52 mil. de valori ale gravității terestre</li><li>• SRTM, ICESAT</li><li>• 4.7 mil. coeficienți</li></ul>

### 2.3.3 MGG adaptate

În cadrul unui proces de adaptare, MGG satelitare și combinate pot fi îmbunătățite, coeficienții armonici sferici ai acestora corecți și, adesea, mărirea gradului acestora folosindu-se date gravimetrice și despre teren care nu au fost utilizate în mod obligatoriu la determinarea MGG.

MGG pot fi adaptate la nivel global sau regional. Foarte important este faptul că MGG adaptate la nivel regional trebuie utilizate doar în regiunea pentru care au fost adaptate, altfel pot să apară efecte nedorite în zonele în care nu sunt disponibile date.

Wenzel a determinat o serie de MGG cu coeficienți armonici sferici de grad 1800: GPM98A, B și C. Clasificarea acestora este discutabilă: combinate sau adaptate la nivel global. Aceste discuții sunt generate de faptul că ele au la bază o dezvoltare de gradul 20 a EGM96 și griduri de 5'x 5' cu anomalii ale gravității terestre. În zonele în care Wenzel nu a avut la dispoziție date gravimetrice, precizia modelelor GPM98 este mică, iar erorile induse de acestea pot fi foarte mari. Coeficienții GPM98 până la gradul 720 sunt publici și pot fi descărcați de pe site-ul <http://www.gik.uni-karlsruhe.de/~wenzel/geopmods.htm>.



## Capitolul 3

### **DETERMINAREA GEOIDULUI PRIN METODE GRAVIMETRICE**

#### **3.1. GEOID, CVASIGEOID ȘI SISTEME DE ALTITUDINI**

##### **3.1.1 Geoid și cvasigeoid**

Geoidul este definit ca fiind suprafața echipotențială de nivel zero sau suprafața de nivel care aproximează nivelul mediu al mărilor; el reprezintă formularea matematică a unei suprafețe „orizontale” la nivelul mării (Heiskanen și Moritz, 1967). De asemenea reprezintă soluția clasică a problemei valorilor la limită a potențialului dată de Stokes și suprafața de referință pentru sistemul de altitudini ortometrice.

Cvasigeoidul reprezintă soluția lui Molodensky la aceeași problemă a valorilor la limită a potențialului, o soluție mai modernă, care nu necesită concentrarea maselor în interiorul geoidului și cunoașterea densității scoarței terestre. El reprezintă suprafața de referință pentru sistemul de altitudini normale. Totuși, cvasigeoidul nu este o suprafață de nivel și nu are o semnificație geofizică.

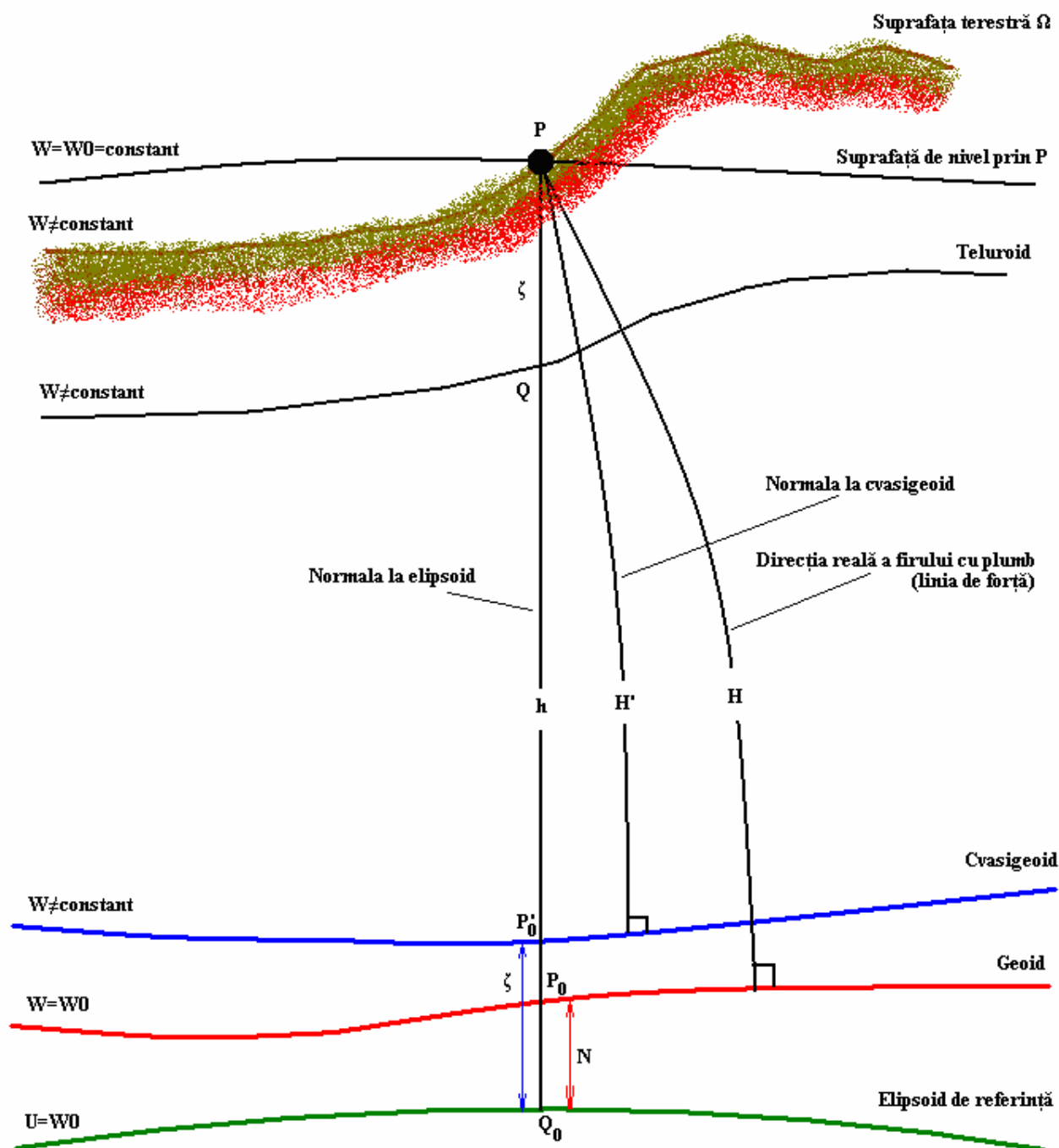


Figura 3. 1: Geometria soluțiilor problemei valorilor la limită ale potențialului date de Stokes și Molodensky (relația dintre undulația geoidului -  $N$ , altitudinea ortometrică -  $H$ , anomalia altitudinii -  $\zeta$  și altitudinea normală -  $H'$ )

Metodele cunoscute de determinare a undulațiilor geoidului se bazează pe metode de calcul și tehnologii specifice.





*Principiile de calcul* pun în lumină modul de realizare a legăturii între mărimea măsurată în câmpul gravific real și anomalia acestei mărimi, relativ la un câmp gravific normal, determinat de un model elipsoidal.

Ondulația geoidului poate fi determinată în următoarele forme:

- mărime punctuală;
- valori ale unui profil;
- suprafață continuă.

Metodele de determinare a undulațiilor geoidului pot fi clasificate astfel (Rus, 2000):

1. metode astrono-geodezice;
2. metode satelitare pasive;
3. metode satelitare active;
4. metode gravimetrice;
5. metode combinate.

### **3.1.1.1 Metode astrono - geodezice**

Deviația verticalei ( $\theta$ ) reprezintă diferența unghiulară dintre direcția vectorului gravitației ( $g$ ), sau direcția firului cu plumb într-un anumit punct, și normala la elipsoid în același punct. Datorită faptului că direcțiile firelor cu plumb sunt perpendiculare pe suprafețele de nivel prin definiție, deviația verticalei mai oferă o informație asupra mărimii gradientului suprafețelor de nivel (inclusiv a geoidului) în raport cu un anumit elipsoid de referință.

În mod uzual deviația verticalei, care este o mărime vectorială, se descompune în două componente perpendiculare: o componentă nord-sud sau în meridian ( $\xi$ ) și o componentă est-vest sau în primul vertical ( $\eta$ ). Acestea se determină separat și apoi se calculează valoarea totală a deviației utilizând teorema lui Pitagora:

$$\theta^2 = \xi^2 + \eta^2 . \quad (3.1)$$

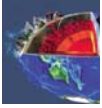
Componenta deviației verticalei  $\varepsilon$  într-un plan oarecare, de azimut  $\alpha$  se poate determina folosind relația:

$$\varepsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha . \quad (3.2)$$

Valoarea undulației geoidului pentru o distanță  $ds$  se poate determina astfel:

$$dN = -\varepsilon ds . \quad (3.3)$$





Prin integrarea ecuației (3.3) se poate determina variația undulației geoidului pe un profil AB oarecare:

$$N_B = N_A - \int_A^B \varepsilon ds . \quad (3.4)$$

Selectarea profilelor și adoptarea unei valori pentru cotă în originea profilelor permit trasarea în această zonă a unei hărți a undulațiilor geoidului.

Această metodă de determinare se numește *nivelment astronomic-geodezic*.

Cea mai utilizată metodă de determinare a componentelor deviației verticalei este cea a comparării coordonatelor astronomice cu cele geodezice în aceleași puncte, pe baza relațiilor:

$$\xi = \varphi - B \quad (3.5)$$

$$\eta = (\lambda - L) \cos B . \quad (3.6)$$

### 3.1.1.2 Metode satelitare pasive

Aceste metode pot fi clasificate în metode *dinamice* și *geometrice*.

#### a. Metode dinamice

Considerându-se potențialul gravitațional al Pământului  $W$  armonic, atunci o soluție a ecuației Laplace în punctul  $P$  de coordonate sferice ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $R$ ) se poate exprima cu ajutorul unor serii de armonici sferice (Heiskanen și Moritz, 1967):

$$W = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{a}{R} \right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) . \quad (3.7)$$

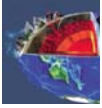
Coeficienții armonici sferici ( $C_{nm}$ ,  $S_{nm}$ ) pot fi determinați din analiza perturbațiilor orbitei sateliților artificiali. Valorile aproximative determinate ale acestora, notate cu  $C'_{nm}$  respectiv  $S'_{nm}$ , împreună cu constantele  $a$ ,  $GM$  și  $\omega$  definesc potențialul câmpului gravific. Ținând cont de acestea, potențialul  $W$  al Pământului devine:

$$W = W_G + W_R \text{ sau } W = (W' + W_A) + W_R , \quad (3.8)$$

unde:  $W'$  – potențialul Pământului, inclusiv oceanele;

$W_A$  – potențialul gravific al atmosferei;

$W_R$  – potențialul de rotație.



Valoarea potențialului  $W'$  poate fi determinată astfel:

$$W' = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{n'} \left( \frac{a}{R} \right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm}'' \cos m\lambda + S_{nm}'' \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi), \quad (3.9)$$

unde: -  $C_{nm}''$ ,  $S_{nm}''$  sunt coeficienții  $C_{nm}'$ ,  $S_{nm}'$  corecți de efectul atmosferei;  
-  $n'$  este gradul maxim pentru care se cunosc coeficienții  $C_{nm}'$ ,  $S_{nm}'$ .

Potențialul perturbator al Pământului  $T'$ , incluzând oceanele, va fi:

$$T' = W' - U, \quad (3.10)$$

unde  $U$  este potențialul normal al elipsoidului de referință.

$T'$  este armonic în exteriorul și la suprafața Pământului și poate fi exprimat și funcție de potențialul perturbator local:

$$T' = T - W_A, \quad (3.11)$$

sau

$$T' = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{n'} \left( \frac{a}{R} \right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi), \quad (3.12)$$

unde  $C_{nm}$ ,  $S_{nm}$  sunt coeficienții normalizați obținuți după corectarea coeficienților  $C_{nm}''$ ,  $S_{nm}''$  funcție de reprezentarea prin funcții armonice a potențialului normal al gravității  $U_G$ .

Coeficientul de grad zero ( $C_{00}$ ) în reprezentarea potențialului perturbator  $T'$  (excluzând atmosfera) va fi *nenul*. Eliminarea primului termen al dezvoltării din ecuația (3.12) are ca rezultat suprapunerea centrului de masă al Pământului cu centru elipsoidului de referință.  $T'$  poate fi dezvoltat și pentru suprafața oceanului.

Ondulația geoidului  $N$  poate fi determinată din ecuația lui Bruns (Heiskanen și Moritz, 1967), prin înlocuirea lui  $T$  cu  $T'$ :

$$N = \frac{T'}{\gamma}, \quad (3.13)$$

sau prin dezvoltarea potențialului perturbator  $T'$  având ca referință un elipsoid geocentric:



$$N_P = \frac{GM}{R_P \gamma_P} \sum_{n=0}^{n'} \left( \frac{a}{R_P} \right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) + \frac{W_{A_P}}{\gamma_P}, \quad (3.14)$$

unde  $P$  este punctul în care se face determinarea.

### b. Metode geometrice

Aceste metode permit determinarea undulației geoidului în puncte discrete, pe baza sistemului de poziționare tridimensională (3D), combinat cu măsurători prin nivelment geodezic de precizie.

Din relația existentă între  $N$ ,  $h$  și  $H$ :

$$h = H + N. \quad (3.15)$$

obținem relația de determinare a undulației geoidului:

$$N = h - H. \quad (3.16)$$

#### **3.1.1.3 Metode satelitare active**

Aceste metode sunt similare cu cele descrise în paragraful 2.2.3.3.

#### **3.1.1.4 Metoda gravimetrică**

Această metodă, cunoscută și ca metoda Stokes, are la bază principiile teoriei potențialului.

Formula lui Stokes, publicată în 1849, este una din cele mai importante formule ale geodeziei fizice. Ea permite determinarea undulațiilor geoidului gravimetric pe baza unei acoperiri globale cu anomalii ale gravitației și pleacă de la următoarele presupuneri:

- potențialul pe elipsoidul de referință este egal cu potențialul pe geoid;
- masa elipsoidului de referință este egală cu masa reală a Pământului;
- centrul elipsoidului coincide cu centrul de masă al Pământului.

Această metodă va fi tratată pe larg în paragraful 3.2.

#### **3.1.1.5 Metode combinate**

Sunt metode care utilizează procedee de determinare a undulațiilor geoidului sau a deviației verticalei prin combinarea metodelor descrise mai sus. Dintre aceste metode cel mai des utilizate sunt:



1. Metoda interpolării deviației verticalei;
2. Metoda colocației;
3. Metoda utilizării anomaliiilor gravimetrice satelitare și terestre;
4. Metoda colocației combinată cu metoda Stokes;
5. Metoda Molodenski.

### 3.1.1.5.1 Metoda interpolării deviației verticalei

Dacă punctele în care au fost determinate deviațiile verticalei sunt poziționate la distanțe relativ mici, atunci se poate determina un profil al acestor valori prin metode *numerice* sau *grafice*.

Distanța  $S$  dintre cele două puncte  $A$  și  $B$ , unde se cunosc valorile deviației verticalei ( $\varepsilon_A$ , respectiv  $\varepsilon_B$ ), poate fi aproximată cu un arc de cerc (pentru distanțe de  $25\text{ km}$  în zone de câmpie și șes și  $10\text{ km}$  în zone de munte), iar relația de interpolare este următoarea:

$$N_B - N_A = -\frac{\varepsilon_A + \varepsilon_B}{2} S. \quad (3.17)$$

În locul utilizării metodelor astronomice de determinare a deviației verticalei, care necesită un timp mare de staționare și aparatură foarte costisitoare, se preferă utilizarea altor metode, cum ar fi:

- măsurarea unghiurilor zenitale (în punctele de pe profil);
- utilizarea balanței de torsiune;
- nivelment astronomic - geodezic;
- utilizarea undulațiilor topografice - izostatice;
- utilizarea undulațiilor topografice - izostatice și a coeficienților modelului geopotențial.

Metoda măsurării unghiurilor zenitale este puternic influențată de refracție, iar utilizarea balanței de torsiune este influențată de topografia terenului. Echipamentul necesar executării unor astfel de determinări este foarte scump.

Una dintre cele mai utilizate metode a fost cea a nivelmentului astronomic – geodezic. Deoarece în relația *Vening – Meinesz* integrarea nu este extinsă pe toată suprafața Pământului, ci se ia în considerare doar o zonă din vecinătatea punctului de calcul, va apărea o eroare datorată faptului că zonele îndepărtate nu sunt luate în considerare. Această eroare este aproape constantă pentru punctele nu prea îndepărtate și variază lent pentru punctele aflate pe un profil de dimensiuni mici. Deviațiile verticalei gravimetrice, calculate pe această cale, pot fi utilizate pentru interpolarea undulațiilor geoidului determinate prin nivelment astronomic – geodezic.

Dacă se cunosc componentele deviației verticalei  $\xi^g$  și  $\eta^g$ , determinate pe cale gravimetrică, componentele  $\varepsilon^g$  se pot determina cu relația (3.2).



Diferențele:

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon - \varepsilon^g, \quad (3.18)$$

variază lent pentru suprafețe relativ extinse și se poate presupune că au o variație liniară cu distanța, astfel încât se pot interpola liniar:

$$\Delta \varepsilon_P = \Delta \varepsilon_A + \frac{\delta \varepsilon_B - \delta \varepsilon_A}{S_{AB}} S_{AP}, \quad (3.19)$$

unde P este un punct de pe profilul AB considerat.

Dat fiind că se cunosc componentele deviației verticalei ( $\varepsilon_A$ ,  $\varepsilon_B$ ) determinate astronomic în punctele A și B, etapele de calcul în continuare sunt:

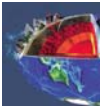
- se determină în punctele A, B și în punctele intermediare  $P_1, P_2, \dots, P_n$  componentele deviației verticalei gravimetrice  $\varepsilon_A^g, \varepsilon_B^g, \dots, \varepsilon_n^g$  și se interpolează valorile  $\delta \varepsilon_i$  pentru punctele intermediare;
- se calculează componentele deviației verticalei  $\varepsilon$  în orice punct intermediar cu relația:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i^g + \delta \varepsilon_i. \quad (3.20)$$

### 3.1.1.5.2 Metoda colocației

Metoda colocației se aplică la interpolarea mărimilor ce descriu câmpul gravitației, fiind cunoscute în special două variante ale acestei metode.

- *Prima variantă*, propusă de Krarup (Krarup, 1969), are la bază determinarea potențialului perturbator  $T$  astfel încât să poată fi asimilat cu un element – nucleu ce reproduce un spațiu Hilbert, constând din funcții armonice pe sfera ce aproximează Pământul. Ca funcție – nucleu ce reproduce acest spațiu a fost propusă o funcție matematică simplă.  $T$  este un element al spațiului Hilbert care are norma minimă și se suprapune exact peste măsurători. (presupuse a fi fără erori). În cazul în care măsurătorile au erori, atunci pătratul normei plus variația pătratului mediei acestor erori trebuie să fie minim.
- *A doua variantă* a fost propusă de Moritz ca o extindere sau generalizare a metodei celor mai mici pătrate. Și în cadrul acestei metode se utilizează aproximarea *Pământ = sferă*, astfel încât  $T$  este o funcție armonică în afara Pământului.  $T$  reprezintă un element al unui spațiu Hilbert, care are funcția de covarianță asemănătoare cu funcția nucleu a acestui spațiu. Ca și în cazul primei metode,  $T$  trebuie să aibă norma minimă și să se suprapună peste valorile măsurate. Utilizarea funcției empirice de covarianță are avantajul teoretic de a furniza o soluție optimă pentru  $T$ , în sensul celor mai mici pătrate.



Fie  $T$  în aproximarea  $Pământ = sferă$ , scrisă sub forma unei dezvoltări în serie armonică sferică. Atunci funcția empirică de covarianță va fi o funcție de două puncte  $P$  și  $Q$  din spațiu. Dacă  $r$  și  $r'$  sunt distanțele de la centrul Pământului la  $P$  și  $Q$ , iar  $\psi$  este distanța sferică între cele două puncte, atunci:

$$\sigma_{PQ}^2 = \text{cov}(P, Q) = \sum_{i=2}^{\infty} \sigma_i^2 \left( \frac{R^2}{rr'} \right)^{i+1} P_i(\cos \psi), \quad (3.21)$$

unde  $P_i$  sunt polinoamele Legendre, iar

$$\sigma_n^2 = \sum_{m=0}^n (C_{nm}^2 + S_{nm}^2) \left( \frac{GM}{R} \right)^2, \quad (3.22)$$

reprezintă varianțele „gradului” dezvoltării ( $n$ ).

Funcția (3.21) este funcția empirică de covarianță a potențialului perturbator. Pornind de la această funcție se pot determina funcțiile de covarianță ale unor mărimi ce depind de potențialul  $T$  prin funcții liniare.

Un mod de determinare a funcției de covarianță pentru undulațiile geoidului  $N$  (care este o funcție de potențial perturbator  $T$  presupus cunoscut) a fost propus de Moritz (1980):

$$\underline{N} = \underline{C}_{Nx}^T \underline{C}_{xx}^{-1} \underline{x}, \quad (3.23)$$

unde:  $\underline{N}$  - semnalul ce trebuie estimat;

$\underline{C}_{Nx}$  - matricea de covarianță dintre semnal ( $N$ ) și măsurători ( $x$ );

$\underline{x}$  - vectorul măsurărilor.

Matricea de covarianță a măsurărilor poate fi scrisă astfel:

$$\underline{C}_{xx} = \underline{C}_{N'N'} + \underline{C}_{nm}, \quad (3.24)$$

unde:  $\underline{C}_{N'N'}$  este matricea de covarianță a semnalului;

$\underline{C}_{nm}$  este matricea de covarianță a erorii semnalului.

Vectorul  $\underline{x}$  poate să conțină pe lângă anomaliile gravimetrice și deviațiile verticale măsurate sau/și alte componente ale potențialului perturbator.

Relația (3.23) presupune că valoarea de așteptare a vectorului  $\underline{x}$  pe suprafață este nulă. Pentru a asigura această condiție, „tendențele regionale” sunt scăzute din măsurători.



Metoda colocației a fost testată și utilizată pentru a rezolva probleme specifice de interpolare și predicție, funcție de scopul urmărit (predicția anomaliilor, a deviațiilor verticalei sau a undulațiilor geoidului).

### 3.1.1.5.3 Metoda utilizării anomaliilor gravimetrice satelitare și terestre

În cadrul acestei metode sunt utilizate anomaliile gravimetrice provenite din două surse:

- a.) anomalii gravimetrice determinate din analiza perturbațiilor orbitelor sateliților, cu ajutorul unor funcții armonice sferice:

$$\Delta g_s = \frac{GM}{R^2} \sum_{n=0}^{n'} (n-1) \left( \frac{a}{R} \right)^n \sum_{m=0}^n (C'_{nm} \cos m\lambda + S'_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi). \quad (3.25)$$

Anomaliile  $\Delta g_s$  sunt libere de efectul atmosferei și de aceea nu vor fi tratate la fel ca anomaliile terestre.

- b.) anomalii gravimetrice determinate la suprafața terestră ( $\Delta g_F$ ), care sunt de regulă anomalii în aer liber (Faye).

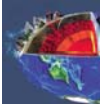
Integrala Stokes trebuie calculată utilizând ambele tipuri de anomalii.

Cel mai utilizat model de determinare a undulațiilor geoidului pe baza celor 2 surse de date descrise mai sus este de forma:

$$N = N_1 + N_2 + N_3, \quad (3.26)$$

unde:

- $N_1$  - reprezintă componenta determinată prin integrala Stokes, utilizându-se anomalii gravimetrice reziduale și o integrare pe un domeniu sferic  $\psi_0$ . Anomaliile gravimetrice reziduale sunt calculate prin efectuarea diferenței dintre anomaliile gravimetrice terestre ( $\Delta g$ ) și anomaliile determinate cu ajutorul sateliților ( $\Delta g_s$ );
- $N_2$  - este componenta determinată pe baza unui model geopotențial armonic sferic de grad mic, care are la bază un elipsoid de referință;
- $N_3$  - reprezintă contribuția câmpului rezidual (descrie de anomaliile reziduale) din afara zonei sferice în care se calculează integrala Stokes.



Componenta  $N_1$  furnizează informațiile de lungime mare de undă care lipsesc din reprezentarea undulației în funcții armonice sferice utilizate la determinarea componentei  $N_2$ . Componenta  $N_3$  este în general neglijată în calculele practice.

Metoda prezentată mai sus este utilizată pentru determinarea undulațiilor geoidului față de un elipsoid de referință geocentric.

#### 3.1.1.5.4 Metoda colocației combinată cu metoda Stokes

Metoda a fost propusă de Lachapelle în 1977. Predicția undulației geoidului este realizată în două etape:

- în prima etapă se utilizează metoda colocației, utilizând datele aflate în zona apropiată (*eng.* inner zone) din jurul punctului de calcul (vezi relația 3.21);
- în etapa a doua, datele aflate în zona îndepărtată (*eng.* outer zone) sunt integrate cu ajutorul integralei Stokes:

$$N_S = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma_{ext}} (\Delta g - \Delta g_{P_{int}}) S(\psi) d\sigma, \quad (3.27)$$

unde:  $\sigma_{ext}$  - aria zonei îndepărtate;

$\Delta g_{P_{int}}$  - anomaliile gravitației prezise în punctul variabil P, aflat în zona îndepărtată  $\sigma_{ext}$ , pe baza datelor aflate în zona apropiată.

Termenul  $\Delta g_{P_{int}}$  poate fi determinat cu relația:

$$\Delta g_{P_{int}} = \underline{C}_{\Delta g}^T \underline{C}_{xx}^{-1} \underline{x}, \quad (3.28)$$

unde  $\underline{x}$  este vectorul datelor din zona îndepărtată.

Relația (3.28) presupune că valoarea de așteptare a observațiilor  $\underline{x}$  pe suprafață este nulă. Această condiție poate fi îndeplinită prin scăderea tendințelor regionale din măsurători. Datele gravimetrice utilizate pentru predicție trebuie reduse de efectul datorat modelului geopotențial. Din acest motiv  $\Delta g$  din ecuația (3.28) se va determina cu relația:

$$\Delta g = \Delta g_F - \Delta g_S, \quad (3.29)$$

unde:

- $\Delta g_F$  este anomalia în aer liber (Faye);
- $\Delta g_S$  este anomalia calculată cu ajutorul coeficienților modelului geopotențial.





Rezultatele predicției undulațiilor geoidului va fi de forma:

$$N = N_C + N_S + N_M \quad (3.30)$$

unde indicii inferiori au următoarea semnificație:  $C$  – colocație;  $S$  – Stokes;  $M$  – model geopotențial global.

Metoda combinată a colocației și integrării Stokes permite utilizarea unor date eterogene, aflate în zone îndepărtate.

### 3.1.1.5.5 Metoda Molodensky

Conceptul Molodensky constituie o alternativă la soluția lui Stokes pentru problema valorilor la limită prin utilizarea ecuațiilor integrale. Diferența principală față de concepția Stokes constă în faptul că problema la limită este formulată pe suprafața Pământului și nu pe geoid (Serediuc, 1996). Prin aceasta nu se fac presupuneri asupra distribuției maselor în interiorul Pământului.

Prin rezolvarea problemei la limită se determină potențialul perturbator  $T$ , din care se calculează anomalia înălțimii  $\zeta$ , exprimată sub forma unei serii (Moritz, 1980):

$$\zeta = \zeta_0 + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 + \dots \quad (3.31)$$

unde:

$$\zeta_n = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} G_n S(\psi) d\sigma, \quad \text{pentru } n = 0, 1 \quad (3.32)$$

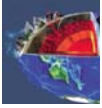
$$\zeta_n = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} G_n S(\psi) d\sigma - \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \frac{(H - H_p)^2}{l_0^3} G_{n-2} d\sigma, \quad \text{pentru } n \geq 2 \quad (3.33)$$

$$G_0 = \Delta g, (\text{anomaliile gravității pe teluroid}) \quad (3.34)$$

Următorii trei termeni  $G_n$  sunt semnificativi (Li și colab, 1995) și au formulele:

$$G_1 = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{H - H_p}{l_0^3} G_0 d\sigma, \quad (3.35)$$

$$G_2 = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{H - H_p}{l_0^3} G_1 d\sigma + G_0 t g^2 \beta, \quad (3.36)$$



$$G_3 = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{H - H_p}{l_0^3} G_2 d\sigma + G_1 t g^2 \beta - \frac{3R^2}{4\pi} \iint_{\sigma} \frac{(H - H_p)^3}{l_0^5} G_0 d\sigma, \quad (3.37)$$

$$l_0 = 2R \sin \frac{\psi}{2}, \quad (3.38)$$

unde:

- $\psi$  este unghiul sferic între punctul mobil din elementul  $d\sigma$  și punctul  $P$  în care se efectuează calculele;
- $\beta$  este unghiul de înclinare al terenului (panta);
- $H, H_p$  altitudinile punctului mobil din elementul  $d\sigma$  și din punctul  $P$ .

O limitare a metodei Molodensky este condiția de convergență a seriei (3.31) care impune ca  $\beta < 45^\circ$  (Moritz, 1980).

O altă formă de prezentare a soluției Molodensky este prin combinarea coeficienților geopotențiali determinați prin metode satelitare cu datele gravimetrice de suprafață.

Această tehnică combină integrarea pe o zonă (sferică) limitată a anomaliilor gravimetrice terestre cu un model geopotențial trunchiat (care utilizează funcții de trunchiere specifice  $Q_n(\psi_0)$ ):

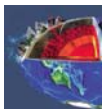
$$\begin{aligned} \zeta = & \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma + \\ & + \frac{GM}{R\gamma} \sum_{n=2}^{n'} Q_n(\psi_0) (n-1) \left( \frac{1}{R} \right)^n \sum_{m=0}^n (C'_{nm} \cos m\lambda + S'_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi), \end{aligned} \quad (3.39)$$

unde funcțiile de trunchiere Molodensky sunt definite astfel:

$$Q_n(\psi_0) = \int_{\psi_0}^{\pi} S(\psi) P_n(\cos \psi) \sin \psi d\psi, \quad (3.40)$$

iar  $P_n(\cos \psi)$  sunt polinoamele Legendre de gradul  $n$  și  $S(\psi)$  reprezintă funcția Stokes.

Precizia metodei depinde de aceeași factori ca și la celelalte metode combinate, dar în plus depinde și de precizia de determinare a funcțiilor Molodensky  $Q_n(\psi_0)$ .



### 3.1.1.6 Legătura dintre geoid și cvasigeoid respectiv dintre sistemul de altitudini ortometric și normal

Ondulația geoidului și anomalia altitudinii (ondulația cvasigeoidului) sunt legate între ele prin următoarea relație:

$$\zeta - N = H^{OR} - H^N = \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H^N = -\frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H^N, \quad (3.41)$$

unde:  $(\zeta - N)$  reprezintă diferența între ondulația geoidului și anomalia altitudinii;  
 $\bar{g}, \bar{\gamma}$  reprezintă gravitatea reală medie, respectiv gravitatea normală medie;  
 $\Delta g_B$  reprezintă anomalia Bouger;  
 $H^N$  reprezintă altitudinea în punctul respectiv.

### 3.1.2 Sisteme de altitudini

Altitudinile (cotele) au o importanță deosebită în determinarea și studierea formei Pământului. Nu se poate vorbi de o modelare tridimensională a terenului fără a se lua în calcul și un model altimetric al acestuia.

Sistemele de altitudini sunt strâns legate de câmpul gravific al Pământului și au o relevanță deosebită în determinarea suprafețelor folosite ca referință pentru acestea (geoid, cvasigeoid).

#### 3.1.2.1 Consecințele neparalelismului suprafețelor de nivel

Definirea unui sistem de altitudini constă, în principiu, în (Ghițău, 1983):

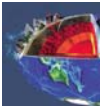
- alegerea unei suprafețe de referință;
- adoptarea unei definiții, cu semnificație fizică sau geometrică, prin care să se descrie poziția punctelor de pe suprafața Pământului în raport cu suprafața de referință.

Suprafețele de nivel nu sunt suprafețe paralele. În fiecare punct din spațiu se poate scrie ecuația fundamentală (Ghițău, 1983):

$$dW = -gdh$$

prin care se stabilește dependența dintre depărtarea  $dh$  și diferența de potențial  $dW$  existente între cele două suprafețe de nivel înfinit apropiate.

Pentru a urmări unele dintre consecințele neparalelismului suprafețelor de nivel pentru lucrările geodezice, trebuie făcută o referire la sistemul de altitudini ortometrice, în care geoidul reprezintă suprafața de referință, iar altitudinea ortometrică este segmentul de linie de forță cuprins între poziția punctului de pe



suprafața terestră și respectiv pe geoid. Din figura 3.2.a se observă că suma diferențelor de nivel elementare, măsurate pe traseul cuprins între punctele  $A$  și  $B$ , notată  $\sum_A^B \Delta h = \Delta h_{AB}$ , nu este egală cu diferența altitudinilor ortometrice ale punctelor  $A$  și  $B$ , notate  $H_A^{OR}$  și  $H_B^{OR}$ .

Acest lucru pune în evidență faptul că rezultatul obținut direct prin lucrările de nivelment geometric  $\sum_A^B \Delta h$  este dependent de traseul parcurs.

Generalizând (figura 3.2.b), rezultă că sumele diferențelor de nivel elementare măsurate pe traseele 1 și 2 nu vor fi egale între ele, nici chiar în cazul ideal, al observațiilor geodezice perfecte, fără erori de măsurare. În consecință, în poligonul format, va rezulta o neînchidere, care se mai numește și eroare de principiu a nivelmentului geometric geodezic.

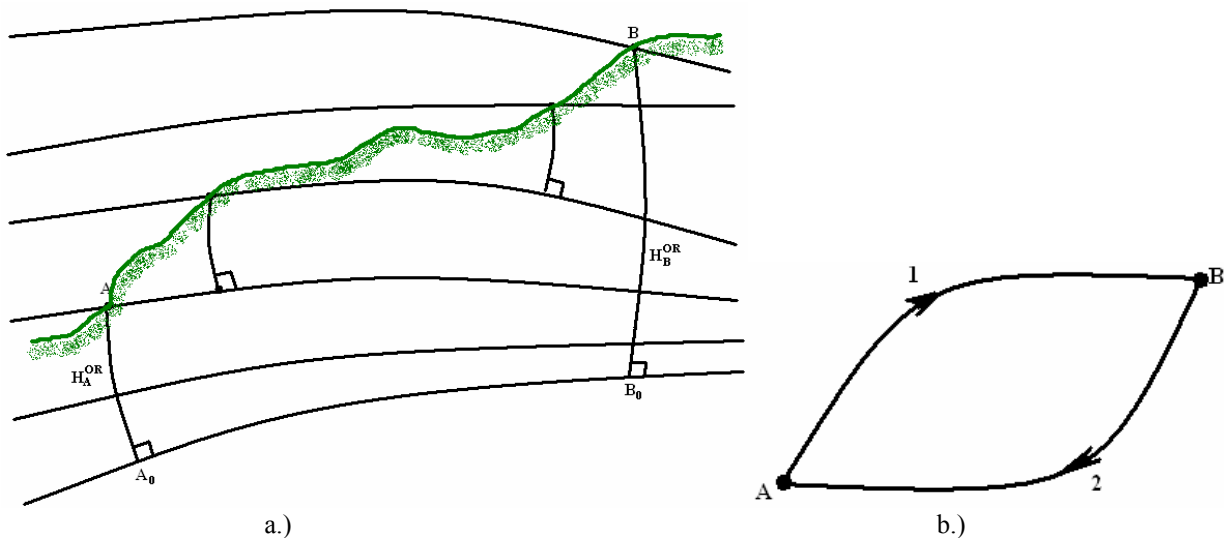


Figura 3. 2: Consecințele neparalelismului suprafețelor de nivel asupra determinărilor nivelitice pe linii și poligoane de mari dimensiuni (după Ghițău, 1983)

Pentru a obține un control corect în lucrările de nivelment geometric de ordin superior este necesar ca în paralel să se efectueze și determinări gravimetrice, pentru calculul diferențelor de potențial:

$$\int_A^B g dh = - \int_A^B dW = W_A - W_B, \quad (3.42)$$

sau, într-o aproximație impusă de posibilitățile practice:

$$W_A - W_B = \sum_A^B g \Delta h. \quad (3.43)$$



Pe un contur închis:

$$\int gdh = W_A - W_B = 0. \quad (3.44)$$

Nivelmentul geometric superior fără determinări gravimetrice este lipsit de rigoarea necesară unor astfel de lucrări, controlul efectuat prin calcularea neînchiderilor în poligoane fiind afectat erorile de principiu menționate anterior.

$$\int gdh \neq 0. \quad (3.45)$$

Pentru liniile și poligoanele de nivelment de mari dimensiuni, specifice rețelelor de nivelment geodezic de stat, simpla însumare a diferențelor de nivel măsurate nu este suficientă pentru transmiterea altitudinilor. Este necesar să se lucreze cu mărimi derivate corectate, în funcție de sistemul de altitudini adoptat

### 3.1.2.2 Numere geopotențiale

Numerele geopotențiale reprezintă informația de bază a altitudinilor. Acestea sunt unice, independente de traseul liniei de nivelment.

$$C_P = W_0 - W_P = \int_0^P \bar{g}dx = \int_0^P g dH, \quad (3.46)$$

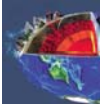
unde:  $C_P$  = numărul geopotențial al punctului P;  
 $W_0$  = potențialul pe geoid;  
 $W_P$  = potențialul în punctul P;  
 $\bar{g}, g$  = vectorul și scalarul gravitației.

### 3.1.2.3 Altitudinile dinamice

Altitudinile dinamice  $H^{\text{din}}$  sunt numere geopotențiale, scalate în unități metrice. Diferențele dintre acestea și altitudinile obținute prin nivelment pot fi destul de mari, depinzând de cât de bine gravitatea normală  $\gamma_0$  aproximează gravitatea reală  $g$  din zona în care se efectuează măsurătorile.

$$H_P^D = \frac{C_P}{\gamma_0}, \quad (3.47)$$

unde:  $\gamma_0$  - o valoare constantă a gravitației normale, de ex.  $\gamma(45^\circ)$ .



### 3.1.2.4 Alitudinile ortometrice

Altitudinea ortometrică  $H_P$  reprezintă lungimea segmentului de dreaptă dintre suprafața punctului P și geoid, pe direcția firului cu plumb.

$$H_P^{OR} = \frac{C_P}{\bar{g}}, \quad (3.48)$$

unde:  $\bar{g}$  = valoarea medie a gravitației reale, în lungul liniei de forță (între P și geoid).

Altitudinile ortometrice necesită cunoașterea sau evaluarea lui  $g$  în interiorul Pământului. Gravitatea reală are un comportament aproape liniar între P și geoid, motiv pentru care se consideră că valoarea medie a gravitației va fi egală cu valoarea acesteia la jumătatea înălțimii ( $\frac{1}{2}H$ ). Presupunând că densitatea crustei terestre este constantă și are valoarea de  $2670 \text{ kg/m}^3$  și că gradientul în aer liber are valoarea de  $0.3086 \text{ mGal/m}$ , obținem așa-numita reducere Prey:

$$\bar{g} = g\left(\frac{1}{2}H\right) = g_P + 0.0424 H, \quad (3.49)$$

unde coeficientul lui  $H$  este în  $\text{mGal/m}$  și se obține prin eliminarea plăcii Bouger de grosime  $\frac{1}{2}H$ , continuarea în jos pe o distanță verticală egală cu  $\frac{1}{2}H$  și reintegrarea plăcii.

Altitudinile ortometrice care utilizează această valoare medie a gravitației se numesc altitudini ortometrice Helmert:

$$H_P^{OR} = \frac{C_P}{g_P + 0.0424 H}. \quad (3.50)$$

Datorită faptului că gradientul Prey este mic, precizia altitudinii  $H$  ce va fi introdusă în numitorul relației (3.50) nu are importanță. Aceasta poate fi o altitudine obținută prin nivelment, iar dacă este necesar, relația poate fi iterată.



### 3.1.2.5 Alitudinile normale

Alitudinile normale pot fi definite fără nici o presupunere sau considerare inițială:

$$H_P^N = \frac{C_P}{\bar{\gamma}}, \quad (3.51)$$

unde:  $\bar{\gamma}$  - valoarea medie a gravității normale, în lungul normalei la elipsoid.

Gravitatea normală poate fi calculată în orice punct, fără a mai fi nevoie de vreo presupunere sau ipoteză. Și gravitatea normală are un comportament liniar, motiv pentru care valoarea medie a acesteia de-a lungul normalei la elipsoid poate fi aproximată cu valoarea gravității normale în punctul de altitudine  $\frac{1}{2}H$ . Neglijând termenii de ordinul doi ai altitudinii, obținem:

$$\bar{\gamma} = \gamma(\phi_P, \frac{1}{2}H_P^n) = \gamma(\phi_P, 0) - 0.1543H_P^n. \quad (3.52)$$

Din (3.51) și (3.52) rezultă:

$$H_P^N = \frac{C_P}{\gamma^P - 0.1543H_P^n}, \quad (3.53)$$

unde:

$$\gamma^P = 978.032,7(1+0,005.279.041\sin^2 B+0,000.023.271.8\sin^4 B+0,000.000.126.2\sin^6 B+ \\ +0,000.000.000.7\sin^8 B) \quad (3.54)$$

De asemenea, pentru  $H^n$  se poate lua o altitudine obținută prin nivelment, iar dacă este necesar, relația poate fi iterată.

Alitudinea normală  $H^n$  este considerată ca fiind înălțimea punctului P deasupra cvasigeoidului. Alternativ, ea mai este considerată ca fiind înălțimea teluroidului deasupra elipsoidului. Aceste altitudini sunt legate de teoria câmpului gravității a lui Molodensky.



### 3.1.2.6 Alitudinile elipsoidale

Alitudinile descrise mai sus sunt mărimi fizice strâns legate de câmpul gravitațional al Pământului (real sau normal).

Alitudinile elipsoidale sunt referite la o suprafață matematică (elipsoidul de referință), fără nici o legătură cu câmpul gravitațional al Pământului, motiv pentru care ele nu au o semnificație fizică ci una pur geometrică. Importanța lor este legată de sistemele de poziționare globală (alitudinile furnizate de receptoarele GPS sunt referite la elipsoid) și de determinarea parametrilor de transformare dintr-un sistem de coordonate în altul (la determinarea coordonatelor geocentrice este necesară altitudinea elipsoidală).

Transformarea dintre alitudinile elipsoidale și cele ortometrice apare în toate documentațiile ca fiind foarte clară. Totuși, scăderea undulației geoidului ( $N$ ) din altitudinea elipsoidală ( $h$ ) nu conduce exact la altitudinea ortometrică ( $H$ ). Acest lucru va fi tratat în capitolul următor.

### 3.1.2.7 Calculul alitudinilor și corecțiile acestora

#### 3.1.2.7.1 Discretizarea

Nivelmentul și măsurătorile gravimetrice produc seturi de date discrete. Prin discretizarea integralei  $\int g dH$  vor apărea mici erori:

$$C_{PQ} = C_Q - C_P = \int_P^Q g dH \approx \sum_{i=1}^n g_i l_i, \quad (3.55)$$

unde:  $l \rightarrow \Delta h$ .

În locul utilizării relației (3.55) pentru calculul alitudinilor, se pot utiliza diferențe de altitudine obținute prin nivelment și corectate. Pentru un sistem de altitudini dat, se poate folosi o relație de tipul:

$$\Delta H_{PQ} = H_Q - H_P = \Delta l_{PQ} + \text{termen de corecție}. \quad (3.56)$$

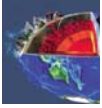
#### 3.1.2.7.2 Alitudinile dinamice

Conform relației (3.55), pentru alitudinile dinamice avem:

$$\Delta H_{PQ}^D = \Delta l_{PQ} + CD_{PQ}, \quad (3.57)$$

unde corecția dinamică  $CD_{PQ}$  este:





$$CD_{PQ} = \sum_i \frac{g_i - \gamma_0}{\gamma_0} l_i. \quad (3.58)$$

### 3.1.2.7.3 Alitudinile ortometrice

Conform relației (3.55), pentru altitudinile ortometrice avem:

$$\Delta H_{PQ}^{OR} = \Delta l_{PQ} + CO_{PQ}, \quad (3.59)$$

unde corecția ortometrică  $CO_{PQ}$  este:

$$\begin{aligned} CO_{PQ} &= CD_{PQ} - CD_{Q_0Q} + CD_{P_0P} \\ &= \sum_i \frac{g_i - \gamma_0}{\gamma_0} l_i + \frac{\bar{g}_P - \gamma_0}{\gamma_0} H_P - \frac{\bar{g}_Q - \gamma_0}{\gamma_0} H_Q. \end{aligned} \quad (3.60)$$

### 3.1.2.7.4 Alitudinile normale

Conform relației (3.55), pentru altitudinile normale avem:

$$\Delta H_{PQ}^N = \Delta l_{PQ} + CN_{PQ}, \quad (3.61)$$

unde corecția normală  $CN_{PQ}$  este:

$$CN_{PQ} = \sum_i \frac{g_i - \gamma_0}{\gamma_0} l_i + \frac{\bar{\gamma}_P - \gamma_0}{\gamma_0} H_P - \frac{\bar{\gamma}_Q - \gamma_0}{\gamma_0} H_Q. \quad (3.63)$$

## 3.2. FORMULA LUI STOKES

Cea mai utilizată metodă de determinare a undulațiilor geoidului pe baza anomaliilor gravitației se bazează pe formula lui Stokes.

Soluția lui Stokes constă în determinarea potențialului  $T$  care satisface ecuația lui Laplace:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0, \quad (3.64)$$

și care, de asemenea, satisface problema valorilor la limită în aproximarea *Pământ = sferă*:

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial R} - \frac{2}{R} T, \quad (3.65)$$



unde  $R$  este raza medie a Pământului.

Soluția lui Stokes a problemei valorilor la limită este:

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma, \quad (3.66)$$

unde  $S(\psi)$  este funcția lui Stokes,  $\psi$  este distanța unghiulară dintre punctul în care se cunoaște anomalia gravitației și punctul în care se fac calculele, iar  $d\sigma$  este elementul de suprafață pe sfera unitate.

Funcția lui Stokes poate fi exprimată astfel (Heiskanen și Moritz, 1967):

funcție de polinoame Legendre:

$$S(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} P_n(\cos \psi), \text{ unde } P_n(t) \text{ este funcția Legendre} \quad (3.67)$$

formulă închisă:

$$S(\psi) = 1 + \frac{1}{\sin(\frac{\psi}{2})} - 6 \sin \frac{\psi}{2} - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \log \left( \sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right). \quad (3.68)$$

Aplicându-se formula lui Bruns, undulația geoidului față de elipsoid este dată de relația:

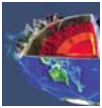
$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma, \quad (3.69)$$

sau, în funcție de latitudine și longitudine:

$$N(\varphi, \lambda) = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Delta g(\varphi', \lambda') S(\psi) \cos \varphi' d\varphi' d\lambda'. \quad (3.70)$$

Ondulațiile geoidului pot fi evaluate dacă anomaliile gravitației  $\Delta g$ :

- sunt referite la suprafața geoidului și nu există mase în exteriorul acestuia;
- reprezintă un câmp continuu  $\Delta g$ ;
- acoperă întreaga suprafață a Pământului.



Practic, situația este diferită:

- anomaliile gravitației sunt referite la suprafața reală a Pământului;
- anomaliile gravitației sunt determinate în mod discret;
- acoperirea cu anomalii ale gravitației este limitată.

Datorită acoperirii limitate cu date gravimetrice a suprafeței terestre, domeniul de integrare se limitează la o calotă sferică (fig. 3.3).

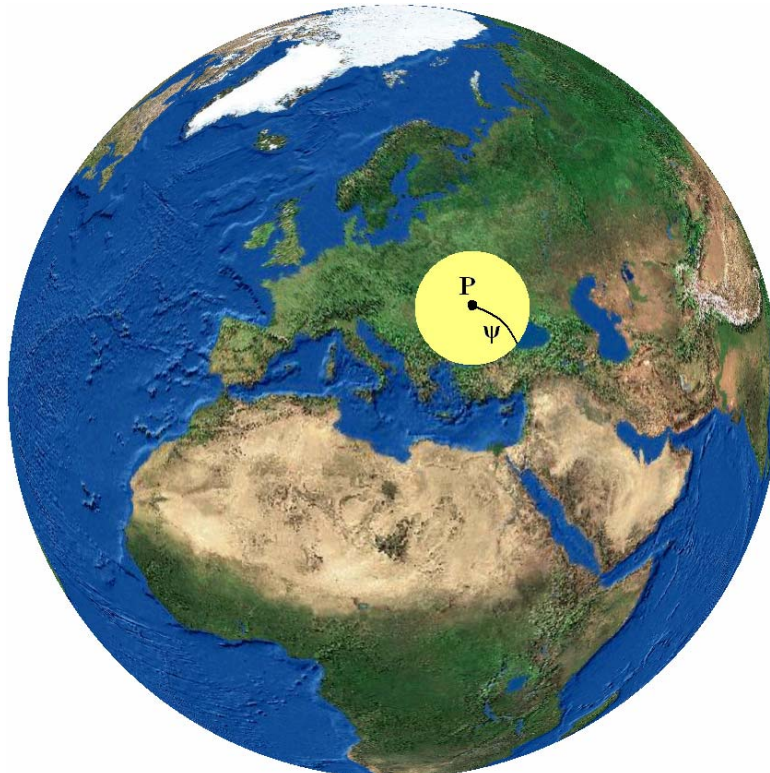


Figura 3. 3: Calota sferică utilizată în calcule cu formula Stokes

Acest aspect a condus la apariția unor erori de trunchiere. Pentru eliminarea acestora, de-a lungul timpului au apărut o serie de modificări ale formulei originale a lui Stokes.

Prima modificare a fost publicată de Molodensky în 1962. Presupunând o calotă de integrare  $\sigma_0$  cu un unghi la centru  $\psi_0$  în jurul punctului de calcul, un estimator general al undulației geoidului poate fi scris astfel (de ex. Vanicek și Sjöberg, 1991):

$$\tilde{N} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma_0} S_M(\psi) (\Delta g - \Delta g_M) d\sigma + c \sum_{n=2}^M s_n^* \Delta g_n, \quad (3.71)$$

unde:



$$S_M(\psi) = S(\psi) - \sum_{k=2}^M \frac{2k+1}{2} s_k P_k(\cos \psi)$$

$s_0, s_1, \dots, s_M$  = parametri selectați;

$s_0^*, s_1^*, \dots, s_M^*$  = parametri selectați;

$$S(\psi) = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{2k+1}{k-1} P_k(\cos \psi)$$

$P_k(\cos \psi)$  = polinomul Legendre de ordinul  $k$ ;

$\Delta g$  = anomalia gravitației măsurată;

$\Delta g_n$  = armonica Laplace de ordinul  $n$  a anomaliei  $\Delta g$  determinată din coeficienții geopotențiali;

$\Delta g_M$  = anomalia gravitației determinată din modelul geopotențial global;

$R$  = raza medie a Pământului;

$\gamma$  = gravitatea normală medie;

$M$  = gradul maxim de dezvoltare al modelului geopotențial global.

Alte modificări ale formulei lui Stokes au mai fost făcute de Wong și Gore (Wong și Gore, 1969), Meissl (Meissl, 1971), Vincent și March (Vincent și March, 1974), Rapp și Rummel (Rapp și Rummel, 1975). Toate aceste modificări au fost făcute presupunând ca erorile induse de coeficienții armonici sferici și de anomaliile gravitației sunt neglijabile, lucru în mod evident eronat.

Modificările formulei lui Stokes au condus la descompunerea undulației geoidului în mai multe componente (fig. 3.4):

- una care reprezintă componenta de lungime mare de undă și este obținută pe baza unui MGG;
- una care reprezintă componenta de lungime medie de undă și este determinată pe baza formulei lui Stokes, utilizând date gravimetrice locale;
- una care reprezintă componenta de lungime scurtă de undă și este dată de efectul indirect al terenului. Aceasta depinde de tipul de reducere aplicată anomaliilor gravitației și este obligatoriu a fi aplicată.

Acest lucru reiese și din următoarea relație:

$$N = N_{GM} + N_{\Delta g} + N_{ind}. \quad (3.72)$$

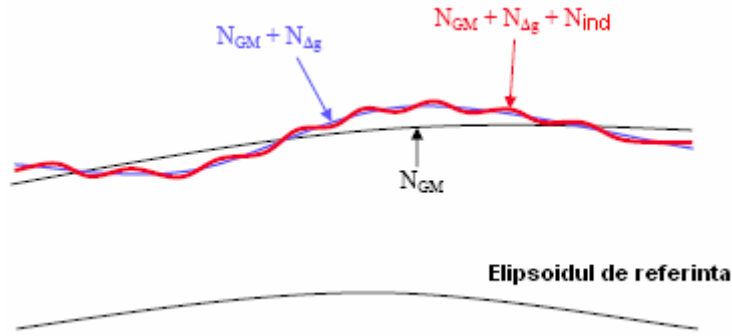
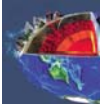


Figura 3. 4: Ondulațiile geoidului gravimetric

Așa cum reiese și din relația de mai sus, doar componenta  $N_{dg}$  se determină folosind formula Stokes, doar că în calcule nu intră anomalia gravității determinată pe baza măsurătorilor la teren, ci o anomalie reziduală.

- *Calculul practic al undulațiilor geoidului*

În mod practic, acestea pot fi estimate utilizând 2 aproximări: una plană și una sferică (Sevilla, 2001).

Relația de calcul în cazul aproximării plane a formulei Stokes este:

$$N_{gra}(x_p, y_p) = \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} \sum_{x=x_i}^{x_M} \sum_{y=y_i}^{y_M} \frac{1}{s} \Delta g(x, y), \quad (3.73)$$

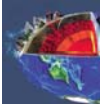
unde  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  sunt pașii gridului pe cele două direcții, iar  $s$  este distanța plană dintre punctul în care se fac determinările  $(x_p, y_p)$  și punctul de integrare  $(x, y)$ .

Singularitatea funcției Stokes din punctul de origine ( $s=0$ ) poate fi evitată prin evaluarea punctuală a undulației, folosind relația:

$$N_{gra}(x_p, y_p) \approx \frac{\sqrt{\Delta x \Delta y}}{\gamma \sqrt{\pi}} \Delta g(x_p, y_p). \quad (3.74)$$

În cazul utilizării transformărilor Fourier rapide bidimensionale plane (2D), relația (3.73) poate fi scrisă sub forma:

$$N(x_p, y_p) = \frac{1}{2\pi\gamma} [\Delta g(x, y) \cdot l(x, y)] = \frac{1}{2\pi\gamma} F^{-1} \{ F(\Delta g(x, y)) \cdot F(l(x, y)) \}, \quad (3.75)$$



unde:

$$F(l(x, y)) = L_N(u, v) = \frac{1}{(u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad (3.76)$$

iar  $u$  și  $v$  sunt frecvențele corespunzătoare lui  $x$  și  $y$ .

Această aproximare plană este valabilă doar pentru vecinătatea punctului de interes P.

Relația de calcul în cazul aproximării sferice a formulei Stokes este:

$$N_{gra}(\varphi_P, \lambda_P) = \frac{R\Delta\varphi\Delta\lambda}{4\pi\gamma} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N S(\psi) \Delta g(\varphi_i, \lambda_j) \cos(\varphi_i), \quad (3.77)$$

unde  $\Delta\varphi$ ,  $\Delta\lambda$  sunt pașii gridului pe latitudine și longitudine,  $M$  și  $N$  reprezintă numărul de meridiane și paralele din grid, iar  $S(\psi)$  este funcția Stokes.

Singularitatea funcției Stokes din punctul de origine poate fi evitată prin evaluarea punctuală a undulației, folosind relația:

$$N_{gra}(\varphi_P, \lambda_P) = R \frac{\sqrt{\Delta\varphi\Delta\lambda \cos(\varphi_P)}}{\gamma\sqrt{\pi}} \Delta g(\varphi_P, \lambda_P). \quad (3.78)$$

Pentru limitarea erorilor induse de aproximarea plană, Strang van Hees (1990) a propus utilizarea transformărilor Fourier rapide bidimensionale sferice aproximative (2D). Astfel, relația (3.77) poate fi scrisă sub forma:

$$N(\varphi_P, \lambda_P) = \frac{R\Delta\varphi\Delta\lambda}{4\pi\gamma} [S(\psi) \cdot \Delta g \cos(\varphi_m)] = \frac{R\Delta\varphi\Delta\lambda}{4\pi\gamma} F^{-1} \{ F(S) \cdot F(\Delta g \cos(\varphi_m)) \}, \quad (3.79)$$

unde:

$$\varphi_m = \frac{(\varphi_1 + \varphi_M)}{2}, \quad (3.80)$$

$$\cos \varphi_P \approx \cos \varphi_Q \approx \cos \varphi_m. \quad (3.81)$$

Haagmans (Haagmans, 1993) a propus utilizarea transformatei Fourier rapide sferice unidimensionale (1D) exacte pentru evaluarea convoluției pe sferă fără nici o aproximare. Ondulațiile geoidului folosind această tehnică de evaluare pot fi scrise sub forma:



$$N(\varphi_l, \lambda_k) = \frac{R\Delta\varphi\Delta\lambda}{4\pi\gamma} F^{-1} \left\{ \sum_{j=0}^{N-1} \left[ F_l \left[ \Delta g(\varphi_j, \lambda_k) \cos \varphi_j \right] F_l \left[ S(\varphi_l, \varphi_j, \varphi_k) \right] \right] \right\}, \quad (3.82)$$

unde

$$\varphi_i = \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N, \quad (3.83)$$

$$S(\varphi_l, \varphi_j, \varphi_k) = \sin\left(\frac{\psi}{2}\right). \quad (3.84)$$

### 3.3. ALGORITMUL „REMOVE - RESTORE”

Algoritmul cel mai frecvent utilizat astăzi pentru determinarea undulațiilor unui geoid gravimetric local este cel cunoscut sub numele de „remove - restore” sau „remove – compute - restore” (eliminare – calculare – reintegrare). El a „prins” foarte bine datorită apariției modelelor geopotențiale globale.

Schematic, etapele de determinare sunt:

- calculul anomaliilor Faye, calculul corecțiilor de relief, calculul anomaliilor Bouger perfecționate în punctele rețelei gravimetrice;
- interpolarea anomaliilor Bouger perfecționate în punctele gridului în care se vor determina undulațiile geoidului;
- calculul corecțiilor de relief și calculul anomaliilor Faye în punctele gridului;
- determinarea componentelor de lungime mare de undă în punctele gridului, utilizând coeficienții unui model geopotențial global;
- calculul anomaliilor reziduale ale gravității în punctele gridului ( $\Delta g = \Delta g_F - \Delta g_{GM}$ ) (**eliminare**);
- calculul componentei de lungime medie de undă a undulației geoidului în punctele gridului ( $N_{\Delta g}$ ) (**calculare**);
- calculul efectului indirect în punctele gridului ( $N_{ind}$ );
- calculul valorilor finale ale undulațiilor geoidului, prin corectarea componentei de lungime medie de undă de efectul indirect și adăugarea componentei de lungime mare de undă ( $N_{GM}$ ) (**reintegrare**).

Acest algoritm este prezentat în figura următoare:



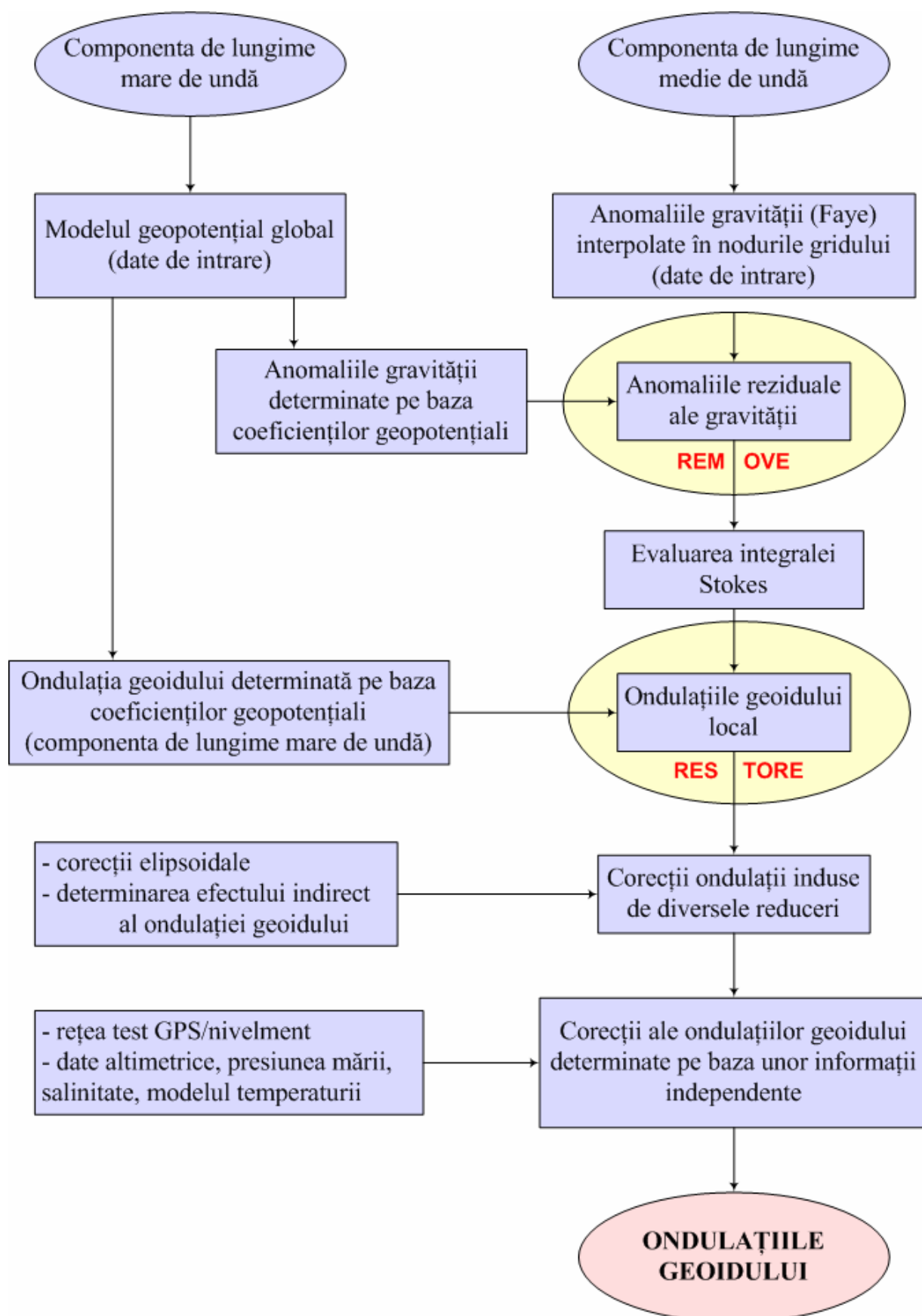


Figura 3. 5: Algoritmul „Remove - Restore”





## Capitolul 4

### ESTIMAREA PRECIZIEI ONDULAȚIILOR GEOIDULUI

#### 4.1. INFLUENȚA ERORILOR DATELOR UTILIZATE ASUPRA ONDULAȚIILOR GEOIDULUI

Tendința actuală la nivel mondial este obținerea undulațiilor geoidului cu o precizie de 1cm. Acest lucru este dorit în special datorită sistemelor de poziționare globală, care pot oferi o alternativă rapidă și precisă de obținere a altitudinilor comparativ cu nivelmentul clasic.

Totuși, acest lucru este dificil de obținut la acest grad de precizie, deoarece undulațiile geoidului sunt influențate de numeroși factori, ca de exemplu:

- aproximări ale relațiilor de calcul;
- erori ale datelor induse de erorile de măsurare sau de prelucrare (metode de prelucrare, corecții care au fost aplicate - corecția atmosferică, corecția elipsoidală etc.);
- sistemele de referință utilizate pentru altitudini, gravitate;
- utilizarea coordonatelor plane.

Unii dintre aceștia pot avea influențe nesemnificative la prima vedere, dar cumulara lor poate afecta negativ rezultatele finale.

Cea mai mare influență o au datele de intrare. Este foarte important ca acestea să fie verificate și validate, astfel încât erorile lor să se încadreze în limitele impuse de precizia rezultatului final.

Un alt element important legat de date este densitatea acestora. Acoperirea cu date influențează în mod direct rezultatele deoarece cu cât acoperirea cu date este mai mică cu atât aproximările introduse sunt mai mari.



În cele ce urmează se vor prezenta câteva exemple legate de cum influențează anumite caracteristici ale datelor diverse mărimi intermediare și, prin propagare, rezultatele finale ale calculelor:

- sistemul de referință orizontal trebuie să fie unic pentru toate datele care intră în calcule - o eroare planimetrică de  $\pm 100$  m induce o eroare a gravității de  $\pm 80$  gal;
- o eroare de  $\pm 0,5$  mgali a anomaliei gravității și o eroare de  $\pm 10$  m a altitudinii induc împreună o eroare de  $\pm 3,1$  mgali în anomalia Faye;
- o eroare de  $\pm 1$  mgal, considerată pe o rază de 100 km induce o eroare a undulațiilor geoidului de  $\pm 10$  cm, conform relației 4.1 (Heiskanen și Moritz, 1967):

$$\delta N = \frac{s_0}{\gamma} \delta g . \quad (4.1)$$

- sistemul de referință altimetric trebuie să fie uniform (la noi în țară rețeaua de nivelment militară și civilă este referită la Marea Neagră, iar MDAT, de obicei, la MSL, care este materializat prin EGM96);
- anomaliile gravității trebuie corectate și de efectul atmosferei. Lipsa acestor corecții pot avea un efect asupra undulațiilor geoidului de până la -60 cm;
- un alt element care este frecvent neglijat este corecția elipsoidală. Acest lucru apare datorită faptului că formula lui Stokes pleacă de la ipoteza că suprafața de referință utilizată este o sferă. Geoidul poate fi aproximat cu un elipsoid, diferența dintre aceste două suprafețe fiind de maxim 100 m. Eroarea sistematică indusă de neglijarea turtirii elipsoidului este de 0,003 din undulația geoidului. Ea poate atinge câteva zeci de centimetri, lucru inacceptabil în determinările de geoizi de precizie ridicată (sub 10 cm);
- lipsa informațiilor despre densitatea terenului (utilizarea densității constante în calcule) poate induce o eroare în corecția de teren de până la 1 mgal;
- densitatea datelor altimetrice influențează în mod direct corecția de relief. Cu cât densitatea gridului altimetric este mai mare, în special în zone cu teren accidentat, cu atât modelarea este mai bună iar valorile sunt mai apropiate de influența reală;

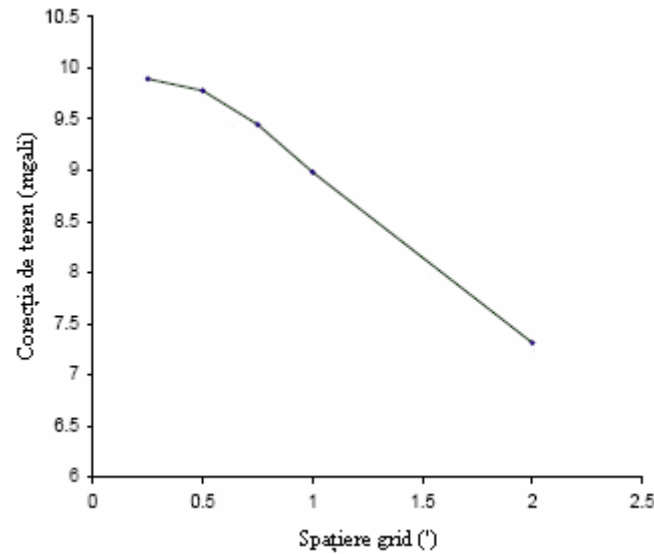
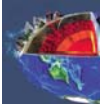


Figura 4. 1: Influența rezoluției gridului altimetric asupra corecției de relief

- densitatea datelor gravimetrice influențează în mod direct undulația geoidului. Astfel, dacă se consideră o suprafață mică, ce poate fi aproximată cu un plan, putem considera că:

$$\pi s_0^2 = R^2 \Delta \varphi \Delta \lambda \cos \varphi. \quad (4.2)$$

Introducând (4.2) în relația:

$$N = \frac{s_0}{\gamma} \Delta g_P, \quad (4.3)$$

obținem:

$$s_0 = R \sqrt{\frac{\Delta \varphi \Delta \lambda \cos \varphi}{\pi}}. \quad (4.4)$$

Dacă se ia în calcul o eroare reziduală a gravității de  $\pm 3$  mgali (ce poate fi obținută în mod uzual prin diverse metode de interpolare),  $R=6371$  km,  $\gamma=981$  gali și o rezoluție a gridului de  $2' \times 4'$ , obținem o eroare a undulației geoidului de 7 mm. Pentru o zonă de  $6^\circ \times 10^\circ$  ( $43^\circ$ - $49^\circ$  pe latitudine și  $20^\circ$ - $30^\circ$  pe longitudine) care acoperă țara noastră obținem un grid de 27.000 de puncte, rezultând o densitate de 1 punct/8,8 km<sup>2</sup> (rețeaua gravimetrică militară asigură 1 punct/121 km<sup>2</sup>). Totuși, pentru a se asigura o precizie satisfăcătoare a interpolărilor anomaliilor gravității în punctele gridului, numărul de puncte din rețeaua gravimetrică ar



trebui să fie de cel puțin trei ori mai mare ( $\sim 71.000$  puncte, adică  $\sim 1$  punct/ $2,9 \text{ km}^2$ ).

## 4.2. ESTIMAREA PRECIZIEI ONDULAȚIILOR GEOIDULUI

Utilizarea combinată a datelor GPS/nivelment/geoid a început să fie o practică pentru diverse aplicații geodezice. Deși aceste trei tipuri de informații altimetrice diferă considerabil în termeni de semnificație fizică, definire/realizare a suprafeței de referință, metode de măsurare, precizie etc., ele trebuie să satisfacă o relație geometrică simplă:

$$h - H - N = 0. \quad (4.5)$$

Practic, relația (4.5) nu este niciodată satisfăcută (vezi figura 4.2) datorită:

- (i) erorilor aleatoare care afectează valorile lui  $h$ ,  $H$ ,  $N$ ;
- (ii) erorilor sistemelor de referință și a altor posibile distorsiuni sistematice ale celor trei seturi de date (de ex. erori sistematice de lungime mare de undă în  $N$ , distorsiuni ale sistemului de referință vertical datorate compensărilor rețelelor de nivelment, diferențe între geoidul gravimetric și suprafața de referință utilizată la nivelment);
- (iii) variațiilor efecte geodinamice (tasarea terenurilor, deformarea plăcilor tectonice în apropierea zonelor de subducție, creșterea nivelului mediu al mării);
- (iv) aproximărilor teoretice folosite la calculul lui  $H$  sau  $N$  (omiterea sau modelarea incorectă a terenului sau a densității acestuia, utilizarea valorilor normale ale gravitației în locul măsurărilor reale ale gravitației la calculul altitudinilor ortometrice Helmert, neglijarea topografiei suprafeței mării la maregrafe etc.).

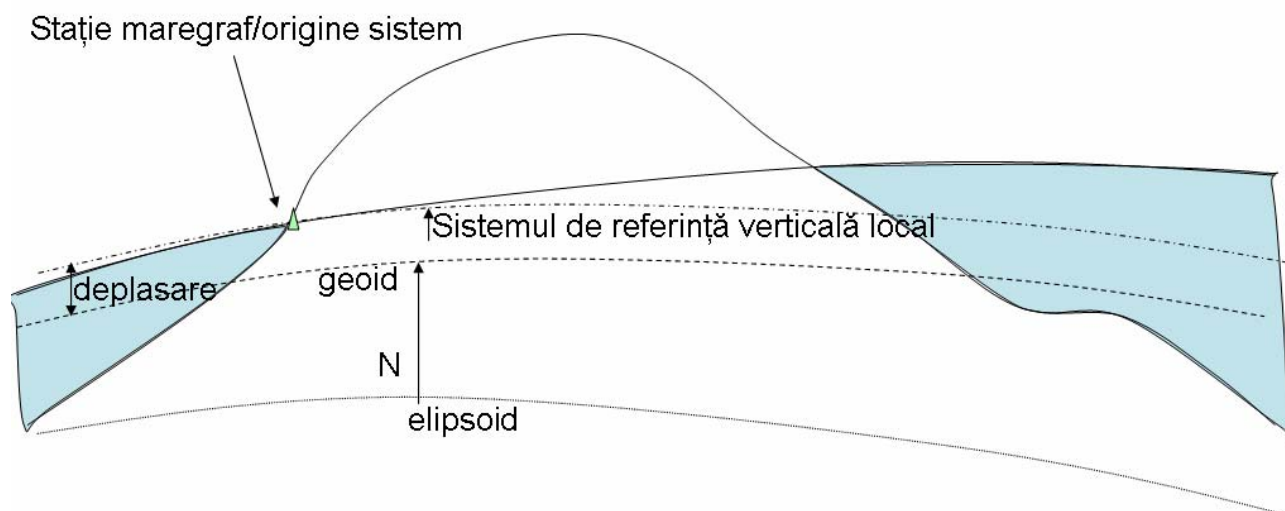
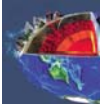


Figura 4. 2: Relația geoid – sistem de referință verticală local



Pentru estimarea preciziei undulațiilor geoidului gravimetric se folosesc două metode de bază: studierea propagării erorilor datelor și compararea acestora cu cele obținute prin GPS/nivelment.

#### 4.2.1 Propagarea internă a erorilor datelor

Dacă se aplică teoria propagării erorilor relației:

$$N = N_{\Delta g} + N_{GM} + N_{ind}, \quad (4.6)$$

atunci avem:

$$\sigma_N^2 = \sigma_{N_{\Delta g}}^2 + \sigma_{N_{GM}}^2 + \sigma_{N_{ind}}^2, \quad (4.7)$$

unde:

$$\sigma_{N_{\Delta g}}^2 = \left( \frac{R \Delta \varphi \Delta \lambda}{4\pi Y} \right)^2 \left( \sigma_{\Delta g}^2 \cos^2 \varphi + \sigma_{\Delta g_{GM}}^2 \right) * \left( S(\psi) - \bar{S}(\psi) \right)^2; \quad (4.8)$$

$$\sigma_{N_{GM}}^2 = R^2 \sum_{n=2}^{360} \sum_{m=0}^n \left( \sigma_{C_{nm}}^2 + \sigma_{S_{nm}}^2 \right); \quad (4.9)$$

$$\sigma_{N_{ind}}^2 = \left( \frac{G \rho \pi}{Y} \right)^2 \sigma_h^2; \quad (4.10)$$

$$\sigma_{\Delta g_{GM}}^2 = G^2 \sum_{n=2}^{360} (n-1)^2 \sum_{m=0}^n \left( \sigma_{C_{nm}}^2 + \sigma_{S_{nm}}^2 \right), \quad (4.11)$$

unde  $\sigma_{C_{nm}}$ ,  $\sigma_{S_{nm}}$  sunt erorile coeficienților geopotențiali normalizați de grad  $n$  și ordin  $m$ ,  $\sigma_h$  este eroarea altitudinilor,  $S(\psi)$  este funcția Stokes, iar  $\bar{S}(\psi)$  este suma seriilor Legendre ale funcției Stokes până la gradul  $n_{\max}=360$ :

$$\bar{S}(\psi) = \sum_{n=2}^{n_{\max}} \frac{2n+1}{n-1} P_n(\cos \psi). \quad (4.12)$$

În acest mod putem obține un estimator intern al preciziei undulațiilor geoidului.



#### 4.2.2 Compararea undulațiilor geoidului gravimetric cu cele ale geoidului geometric obținute prin GPS/nivelment

Majoritatea evaluărilor făcute asupra undulațiilor geoidului gravimetric prin compararea cu cele ale geoidului geometric, obținute prin GPS/nivelment au la bază următorul model matematic:

$$h_i - H_i - N_i = a_i^T x + v_i \quad (4.13)$$

unde  $x$  este vectorul celor  $n$  parametri,  $a_i$  este vectorul coeficienților iar  $v_i$  reprezintă vectorul erorilor aleatoare. Partea parametrică  $a_i^T x$  se presupune a descrie toate erorile posibile ale sistemului de referință, precum și alte efecte sistematice ale seturilor de date.

În practică, pentru aceste studii, se folosește cel mai des următorul model cu patru parametri:

$$a_i^T x = x_0 + x_1 \cos \varphi_i \cos \lambda_i + x_2 \cos \varphi_i \sin \lambda_i + x_3 \sin \varphi_i, \quad (4.14)$$

sau, mai rar, varianta cu cinci parametri:

$$a_i^T x = x_0 + x_1 \cos \varphi_i \cos \lambda_i + x_2 \cos \varphi_i \sin \lambda_i + x_3 \sin \varphi_i + x_4 \sin^2 \varphi_i. \quad (4.15)$$

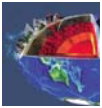
Ambele ecuații corespund modelului de transformare între sistemele de referință pentru undulațiile geoidului  $N$ , descris pe larg în Heiskanen și Moritz (1967, cap. 5-9):

$$\Delta N_i = \Delta a + \Delta X_0 \cos \varphi_i \cos \lambda_i + \Delta Y_0 \cos \varphi_i \sin \lambda_i + \Delta Z_0 \sin \varphi_i + \Delta f \sin^2 \varphi_i, \quad (4.16)$$

unde  $\Delta X_0$ ,  $\Delta Y_0$ ,  $\Delta Z_0$  reprezintă translațiile dintre cele două sisteme de referință „paralele”, iar  $\Delta f$ ,  $\Delta a$  reprezintă diferențele dintre turtirea și semi-axa mare a celor doi elipsoizi corespunzători sistemelor de referință. În cazul nostru cele două sisteme de referință vor corespunde:

- (i) sistemului de referință GPS;
- (ii) sistemului de referință utilizat pentru determinarea modelului armonic sferic global folosit ca suport pentru determinarea geoidului gravimetric și pentru calculul anomaliilor gravitației  $\Delta g$ .

Acest model se aplică tuturor punctelor rețelei, urmat de o compensare prin cele mai mici pătrate pentru estimarea valorilor reziduale  $v_i$ , care reprezintă un estimator extern al preciziei undulațiilor geoidului.



Principala problemă a acestei metode de estimare a preciziei este aceea că  $v_i$  va fi o combinație de erori provenite din nivelment, GPS și geoid. Pentru a separa aceste erori este necesar ca ele să fie ponderate la compensare, lucru dificil de aplicat în practică.

### 4.2.3 Compensarea rețelelor combinate GPS/nivelment/geoid

#### 4.2.3.1 Considerații generale

În general, ecuația (4.5) nu este satisfăcută nu numai datorită prezenței erorilor aleatoare de medie nulă în datele altimetrice, ci și datorită altor efecte sistematice directe sau indirecte. Din moment ce, de obicei, nu sunt disponibile apriori corecții pentru multe din aceste efecte, ele trebuie modelate și estimate în cadrul unui proces de compensare. Astfel, pentru fiecare punct  $P_i$  al unei rețele combinate GPS/nivelment/geoid se pot scrie următoarele trei ecuații generale:

$$h_i = h_i^a + f_i^h + v_i^h, \quad H_i = H_i^a + f_i^H + v_i^H, \quad N_i = N_i^a + f_i^N + v_i^N, \quad (4.17)$$

unde  $h_i$ ,  $H_i$  și  $N_i$  reprezintă valorile „observate” ale altitudinilor GPS, ortometrice și înălțimilor geoidului. Notăția  $a$  semnifică valoarea reală a acestora în raport cu un sistem de referință geodezic unic și satisfac ecuația (4.1):

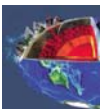
$$h_i^a - H_i^a - N_i^a = 0. \quad (4.18)$$

Termenii  $f_i$  corespund tuturor reducerilor necesare aplicate datelor originale în scopul eliminării erorilor sistemelor de referință sau a altor erori sistematice.

Termenii  $v_i$  descriu erorile aleatoare de medie nulă pentru care este disponibil un model stohastic de ordinul doi:

$$E\{v_h v_h^T\} = C_h, \quad E\{v_H v_H^T\} = C_H, \quad E\{v_N v_N^T\} = C_N. \quad (4.19)$$

Pentru altitudinile ortometrice, matricea de covarianță  $C_H$  se ia din compensarea rețelei de nivelment. În același mod, matricea  $C_h$  poate fi calculată la compensarea măsurărilor GPS făcute în punctele rețelei de nivelment. În cazul geoidului gravimetric, matricea de covarianță  $C_N$  poate fi calculată folosindu-se propagarea erorilor datelor folosite la determinarea acestuia (coeficienții geopotențiali, anomaliiile gravitației, altitudinile terenului). Pentru un model stohastic al erorilor mult mai realist nu trebuie să se presupună că matricele de covarianță sunt complet cunoscute. Acest lucru este adevărat pentru undulațiile geoidului, unde, adeseori cunoașterea vagă a nivelului erorilor datelor de intrare (coeficienții modelului geopotențial, anomaliiile gravitației, altitudinile) și presupunerea că



zgomotul este staționar, necesară în cazul folosirii tehnicilor spectrale rapide pentru determinarea geoidului, pot cauza deviații considerabile ale matricei  $C_N$  de la valorile reale.

Din acest motiv se poate adopta următorul model stohastic pentru erorile aleatoare din cele trei seturi de date:

$$E\{v_h v_h^T\} = \sigma_h^2 Q_h, \quad E\{v_H v_H^T\} = \sigma_H^2 Q_H, \quad E\{v_N v_N^T\} = \sigma_N^2 Q_N, \quad (4.20)$$

unde matricele cofactorilor  $Q_h$ ,  $Q_H$  și  $Q_N$  se presupun a fi cunoscute din sursele indicate anterior, iar cele trei varianțe pot fi tratate ca parametri, controlându-se astfel veridicitatea modelelor apriorice ale erorilor aleatoare. Acest model poate fi extins și mai mult dacă matricea de covarianță  $C_N$  este descompusă în două matrici de covarianță, care vor corespunde celor două surse principale de erori aleatoare ale geoidului: coeficienții geopotențiali și anomaliile gravității.

#### 4.2.3.2 Modelul general al compensării

Dacă se presupune că în fiecare punct  $P_i$  al unei rețele test de  $m$  puncte avem un triplet de observații altimetrice ( $h_i$ ,  $H_i$ ,  $N_i$ ) sau o singură observație „sintetică” echivalentă  $l_i = h_i - H_i - N_i$ , atunci prin combinarea relațiilor (4.17) și (4.18) obținem următoarea ecuație:

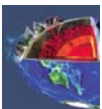
$$l_i = h_i - H_i - N_i = (f_i^h - f_i^H - f_i^N) + (v_i^h - v_i^H - v_i^N), \quad (4.21)$$

sau, într-o formă mai compactă:

$$l_i = f_i + v_i^h - v_i^H - v_i^N. \quad (4.22)$$

Dacă scopul principal al unei astfel de rețele este acela de a evalua precizia geoidului gravimetric, atunci estimarea termenilor  $v_i^N$  prezintă un interes aparte. Din moment ce există un model stohastic asociat acestor termeni, se presupune că valorile  $v_i^N$  reflectă toate sursele de erori aleatoare care au fost luate în calcul la determinarea matricei  $Q_N$ . Mai mult decât atât, posibilitatea estimării parametrului necunoscut  $\sigma_N^2$ , folosind algoritmi de estimare a componentelor varianței, oferă un puternic instrument statistic pentru estimarea viabilă a erorilor reale ale geoidului, precum și un mod de a testa toate presupunerile folosite la construirea modelului preliminar al erorilor geoidului,  $Q_N$ . Există, totuși, un anumit număr de erori care nu sunt incluse în termenii  $v_i^N$  și pentru care, de obicei, nu există nici o informație apriorică (omiteri sau modelări incorecte ale terenului sau densităților, diverse erori ale coeficienților





modelului geopotențial etc.). Asemenea erori ale geoidului, care nu respectă un model de medie nulă, sunt conținute în termenul de corecție  $f_i$ , alături de alte erori sistematice ce afectează datele GPS și altimetrice. În absența unor informații statistice și/sau deterministice apriorice despre aceste surse de erori, filtrarea sau estimarea individuală a mărimii lor este imposibilă.

Pe de altă parte, dacă rețeaua test este folosită la determinarea unei suprafețe optime de corecție pentru viitoarele aplicații GPS/nivelment, atunci mărimile  $f_i$  trebuie estimate și modelate spațial în cel mai bun mod posibil. Termenii erorilor aleatoare  $v_i^h$ ,  $v_i^H$ ,  $v_i^N$  trebuie eliminați la modelarea unei astfel de suprafețe de corecție. Acest lucru este ușor de realizat dacă se ține cont de forma ecuației de bază a măsurătorilor ce vor fi făcute într-o viitoare rețea de nivelment care va utiliza atât informații GPS/geoid, cât și suprafața de corecție determinată în rețeaua test:

$$h - N - c = H + v, \quad (4.23)$$

unde  $c$  reprezintă efectul de reducere al modelului corecțional calculat. Sistemul de ecuații creat pe baza diferențelor ecuației (4.23) între punctele rețelei GPS va fi corectat în așa fel încât estimarea altitudinilor ortometrice în raport cu sistemul de referință vertical utilizat în nivelmentul local, să fie optimă.

Revenind la ecuația (4.18), termenul corecțional  $f_i = f(P_i)$  reprezintă un câmp spațial 2D și poate fi descompus astfel:

$$f_i = a_i^T x + s_i, \quad (4.24)$$

unde  $a_i$  este vectorul coeficienților, iar  $x$  este vectorul parametrilor deterministici. Termenul  $s_i$  reprezintă unele „corecții reziduale”, a căror natură poate fi deterministică sau stohastică. Dacă ținem cont de această descompunere, ecuația finală a măsurătorilor din fiecare punct al rețelei test va fi:

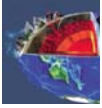
$$l_i = a_i^T x + s_i + v_i^h - v_i^H - v_i^N, \quad (4.25)$$

sau, dacă se utilizează notațiile matriceale pentru a combina toate punctele rețelei, avem:

$$l = Ax + s + Bv, \quad (4.26)$$

unde:

$$l = [l_1 \dots l_i \dots l_m]^T, \quad s = [s_1 \dots s_i \dots s_m]^T; \quad (4.27)$$



$$v = \begin{bmatrix} v_h^T & v_H^T & v_N^T \end{bmatrix}^T; \quad (4.28)$$

$$v_{\#} = \begin{bmatrix} v_1^{\#} \dots v_i^{\#} \dots v_m^{\#} \end{bmatrix}^T, \# : h, H, N; \quad (4.29)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \dots a_i \dots a_m \end{bmatrix}^T; \quad (4.30)$$

$$B = \begin{bmatrix} I_m & -I_m & -I_m \end{bmatrix}, \quad I_m: \text{matrice unitate de dimensiune } m \times m \quad (4.31)$$

Modelul final al compensării este prezentat în figura 4.5, iar modelul stohastic reiese din cel prezentat în ecuația (4.20).

$$l = Ax + s + Bv \quad E\{v\} = 0$$

$$E\{vv^T\} = C_v = \begin{bmatrix} C_h & 0 & 0 \\ 0 & C_H & 0 \\ 0 & 0 & C_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_h^2 Q_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_H^2 Q_H & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_N^2 Q_N \end{bmatrix}$$

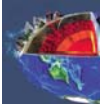
$\sigma_h^2, \sigma_H^2, \sigma_N^2$ : componentele necunoscute ale varianței

**Figura 4. 3: Modelul general al compensării unei rețele combinate GPS/nivelment/geoid**

Asemenea compensări unde, în afara parametrilor deterministici  $x$  și a erorilor aleatoare de medie nulă  $v$ , apar și alte cantități  $s$ , care au la bază o funcție necunoscută (suprafața corectoare în cazul nostru), sunt des întâlnite în aplicațiile geodezice. Când accentul este pus pe estimarea funcțiilor  $s$ , problema este denumită, tradițional, problema colocației prin cele mai mici pătrate cu parametri necunoscuți (Moritz, 1980). În cazul în care interesul este prezentat de parametrii  $x$ , problema este văzută ca o simplă compensare prin cele mai mici pătrate în prezența unor semnale (Dermanis, 1978 și 1984). Ambele abordări sunt în relație directă cu modelele liniare combinate clasice ale teoriei statistice (Koch, 1987).

Problema cea mai importantă a modelului de compensare prezentat în fig. 4.5 o reprezintă modul în care sunt tratate semnalele  $s$ . Într-o abordare simplă, deterministică, aceste semnale trebuie tratate cu un set adițional de parametri, iar relația lor implicită cu funcția necunoscută trebuie ignorată complet. Totuși, această abordare nu este aplicabilă în cazul ecuației (4.26) deoarece matricea rezultantă a ecuațiilor normale, urmărind principiul de minimizare a erorilor:

$$v^T P v = v_h^T Q_h^{-1} v_h + v_H^T Q_H^{-1} v_H + v_N^T Q_N^{-1} v_N = \min. \quad (4.32)$$



cu matricea ponderilor:

$$P = \begin{bmatrix} Q_h^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & Q_H^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & Q_N^{-1} \end{bmatrix}, \quad (4.33)$$

va fi întotdeauna singulară. Pentru a se obține o soluție unică este necesară impunerea unor constrângeri suplimentare asupra corecțiilor sistematice reziduale  $s_i$ .

#### 4.2.3.3 O abordare pur deterministică a compensării

O modalitate relativ simplă de rezolvare a modelului general al compensării prezentat în fig. 4.2 este aceea de a neglija prezența semnalelor corecționale reziduale  $s$ . În principiu, acest lucru înseamnă că suprafața de corecție va fi exclusiv modelată într-o formă parametrică deterministică predefinită. Pentru evitarea oricăror probleme legate de ordin, numărul total al parametrilor selectați trebuie să fie întotdeauna mai mic decât numărul punctelor rețelei. În acest caz, modelul compensării din fig. 4.2 va fi redus la următoarea formă:

$$l = Ax + Bv. \quad (4.34)$$

Soluția finală a ecuației (4.30), ținând cont de condiția de minimizare (4.32), va fi dată de următoarele ecuații:

$$\hat{x} = [A^T(Q_h + Q_H + Q_N)^{-1}A]^{-1}A^T(Q_h + Q_H + Q_N)^{-1}l; \quad (4.35a)$$

$$\hat{v}_h = Q_h(Q_h + Q_H + Q_N)^{-1}Wl; \quad (4.35b)$$

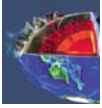
$$\hat{v}_H = -Q_H(Q_h + Q_H + Q_N)^{-1}Wl; \quad (4.35c)$$

$$\hat{v}_N = -Q_N(Q_h + Q_H + Q_N)^{-1}Wl; \quad (4.35d)$$

$$\hat{v}_{total} = B\hat{v} = \hat{v}_h - \hat{v}_H - \hat{v}_N = Wl. \quad (4.35e)$$

$$W = I_m - A(A^T(Q_h + Q_H + Q_N)^{-1}A)^{-1}A^T(Q_h + Q_H + Q_N)^{-1}; \quad (4.35f)$$

În cazul în care nu este disponibilă o matrice de covarianță completă pentru erorile datelor altimetrice, ci doar unele estimări grosiere ale preciziei în diferite puncte, atunci ecuațiile de mai sus pot fi scrise într-o formă mult mai simplă. Dacă notăm cu  $q_h^2$ ,  $q_H^2$  și  $q_N^2$  estimările apriorice uniforme ale preciziei altitudinilor elipsoidale, ortometrice și ale undulațiilor geoidului, atunci se obține următoarea soluție:



$$\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T l; \quad (4.36a)$$

$$\hat{v}_h = \frac{q_h^2}{q_h^2 + q_H^2 + q_N^2} Wl; \quad (4.36b)$$

$$\hat{v}_H = -\frac{q_H^2}{q_h^2 + q_H^2 + q_N^2} Wl; \quad (4.36c)$$

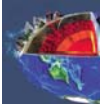
$$\hat{v}_N = -\frac{q_N^2}{q_h^2 + q_H^2 + q_N^2} Wl; \quad (4.36d)$$

$$W = I_m - A(A^T A)^{-1} A^T. \quad (4.36e)$$

Din ultimele trei ecuații (și de asemenea din 4.35b, 4.35c, 4.35d) se poate observa importanța deosebită a modelului stohastic pentru erorile aleatoare ale datelor altimetrice. El oferă mijloacele necesare aplicării unui filtru optim asupra valorilor reziduale totale  $B\hat{v} = Wl$  ale compensării, prin separarea erorilor provenite din fiecare componentă altimetrică. Dacă se consideră că toate datele sunt afectate de erori care se comportă asemenea zgomotului alb staționar, atunci estimările parametrilor necunoscuți  $\hat{x}$  și a valorilor reziduale totale  $B\hat{v}$  nu vor depinde deloc de cele trei niveluri diferite ale erorilor  $q_h^2$ ,  $q_H^2$ ,  $q_N^2$ . Prin aplicarea propagării covarianței rezultatelor de mai sus se poate determina, de asemenea, matricea de covarianță  $C_{\hat{x}}$  a parametrilor modelului compensat, care ar trebui utilizată întotdeauna la evaluarea calitativă a suprafeței parametrice corectoare ce va fi utilizată în viitoarele aplicații GPS/nivelment. O altă matrice utilă este matricea de covarianță încrucișată dintre parametrii modelului compensat și valorile reziduale compensate, din care pot fi extrase informații esențiale privind corelarea suprafeței de corecție cu datele disponibile.

Viabilitatea rezultatelor anterioare depinde de:

- (i) de capacitatea modelului parametric  $Ax$  de a descrie efectiv toate efectele sistematice din seturile de date altimetrice;
- (ii) de corectitudinea modelului stohastic al erorilor de observare ( $Q_h$ ,  $Q_H$ ,  $Q_N$ ). De aceea este necesară, de asemenea, estimarea celor trei componente necunoscute ale varianței (vezi fig. 4.2). Metoda de estimare a componentelor varianței folosită în geodezie este MINQUE (Rao, 1971). În literatura geodezică această problemă a fost rezolvată independent, pentru diverse modele de compensare, de către diverși cercetători. Algoritmul prezentat mai jos ține cont de criteriile MINQUE și oferă o estimare optimă a componentelor necunoscute ale varianței pentru altitudinile elipsoidale ( $\hat{\sigma}_h^2$ ), altitudinile ortometrice ( $\hat{\sigma}_H^2$ ) și undulațiile geoidului ( $\hat{\sigma}_N^2$ ):



$$\hat{\sigma} = J^{-1}k; \quad (4.37a)$$

$$\hat{\sigma} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_h^2 & \hat{\sigma}_H^2 & \hat{\sigma}_N^2 \end{bmatrix}^T; \quad (4.37b)$$

$$k_i = \hat{v}_i^T Q_i^{-1} \hat{v}_i, \quad i, j: h, H, N; \quad (4.37c)$$

$$J_{ij} = tr \left[ (Q_h + Q_H + Q_N)^{-1} W Q_i (Q_h + Q_H + Q_N)^{-1} W Q_j \right]. \quad (4.37d)$$

Există cazuri când utilizarea algoritmului (4.37) poate conduce la estimări negative ale componentelor necunoscute ale varianței. În aceste cazuri sunt necesare modificări ale metodei MINQUE (Sjoberg, 1984; Rao, 1997). În final, pentru validarea rezultatelor compensării vor fi necesare diferite teste statistice și iterații succesive. O imagine de ansamblu a întregului proces de compensare descris în acest subcapitol este dată în schema de mai jos:

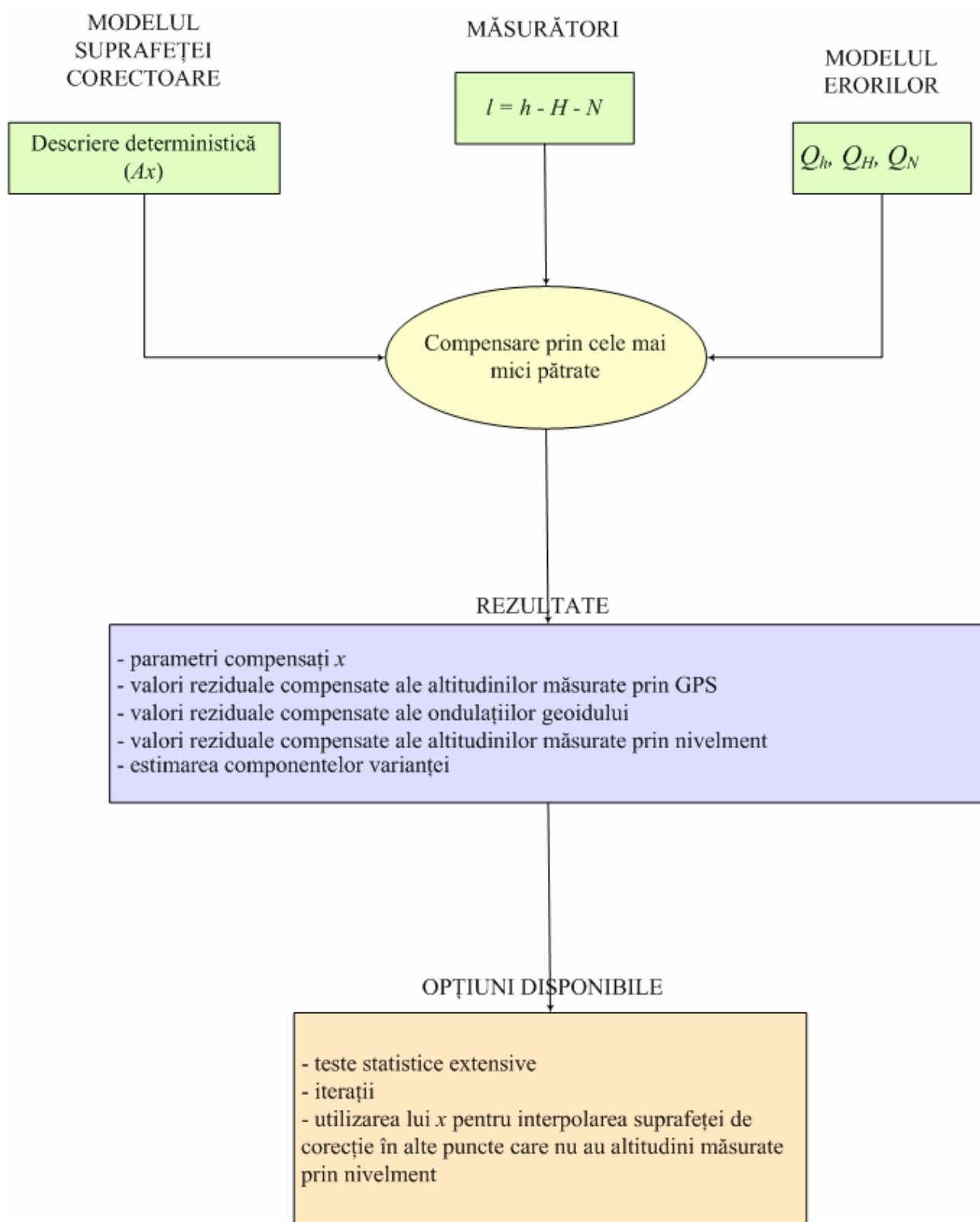
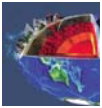


Figura 4. 4: Schema logică a procesului de compensare într-o abordare deterministică



#### 4.2.3.4 O abordare „colocativă” a compensării

Principalul dezavantaj al abordării anterioare a compensării constă în dificultatea de a găsi un model funcțional  $Ax$  bun, care să descrie toate inconsistențele sistematice posibile ce pot apărea în seturile de date (prea multe efecte de modelat). Acest lucru poate crea probleme în legătură cu încrederea ce poate fi acordată erorilor reziduale GPS/nivelment/geoid și componentelor corespunzătoare ale varianței.

Utilizarea testelor statistice clasice poate ajuta la identificarea până la un anumit nivel a slăbiciunilor unui anumit model funcțional, dar nu oferă și mijloacele necesare îmbunătățirii acestuia. Trebuie subliniat că un model funcțional bun nu implică în mod necesar valori mici pentru rezidurile estimate  $B\hat{v}$ , din moment ce nivelul erorilor din datele altimetrice originale ( $Q_h$ ,  $Q_H$ ,  $Q_N$ ) poate să conțină valori relativ mari. Precizia  $C_x$  a parametrilor modelului compensat va oferi informații cu privire la eficiența și eficacitatea modelului viitoare aplicații GPS/nivelment.

Deși parametrizarea efectelor perturbatoare în rețelele GPS/nivelment/geoid este, în sine, un subiect foarte interesant, încercarea de a include toate erorile sistematice într-un model funcțional s-ar putea dovedi nu tocmai potrivită.

Pentru rețele mici, în special, acest lucru ar trebui să fie esențial, deoarece doar un număr mic de parametri pot fi introduși în calcule, pentru a se păstra numărul gradelor de libertate relativ mare și încrederea în rezultatele compensării ridicată. Un asemenea model „compact” nu poate descrie complet complexitatea efectelor sistematice, de aceea ar trebui însoțit de corecții reziduale suplimentare, introduse anterior în forma semnalelor  $s$  (vezi rel. 4.26). În acest caz, soluția modelului general al compensării din fig. 4.2 necesită încorporarea semnalelor  $s$  în condiția de minim.

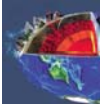
Aceasta din urmă poate fi scrisă astfel:

$$s^T Q_s^{-1} s + v_h^T Q_h^{-1} v_h + v_H^T Q_H^{-1} v_H + v_N^T Q_N^{-1} v_N = \min., \quad (4.38)$$

unde  $Q_s^{-1}$  este matricea ponderilor pentru semnalele de corecție necunoscute.

Deși soluția obținută folosind relația (4.38) nu trebuie să admită în mod necesar o interpretare stohastică pentru partea de semnal, este indicat să se considere semnalele ca parametri stohastici suplimentari, exact ca și erorile aleatoare de medie nulă  $v$ . Stohasticitatea lui  $s$  este necesară în cazul în care se vor aplica testele statistice legate de validarea modelului ponderilor (covarianței)  $Q_s$ .

Una din principalele dificultăți ale acestei abordări este aceea că valoarea medie a semnalelor stohastice  $m_s = E\{s\}$  nu este în mod necesar nulă, datorită manifestărilor sistematice presupuse a exista în valorile lor. Ca rezultat,  $m_s$  ar trebui să apară în formulele finale ale estimării dacă sunt căutați estimatori nedeplasați (de ex. echivalența între principiul celor mai mici pătrate (vzv) și BLUE pentru  $E\{s\} \neq 0$ ).



În scopul evitării unor astfel de calcule inutile, inițial se poate rezolva sistemul  $l = Ax + s + Bv$  utilizând relația simplificată (4.34), cu matricea unitate drept matrice a ponderilor semnalului. Soluția inițială pentru partea semnalului:

$$\hat{s}_{init} = (Q_h + Q_H + Q_N + I_m)^{-1} Wl; \quad (4.39)$$

$$W = I_m - A(A^T(Q_h + Q_H + Q_N + I_m)^{-1}A)^{-1}A^T(Q_h + Q_H + Q_N + I_m)^{-1}. \quad (4.40)$$

poate fi văzută ca și câmpul corecțional rezidual „cel mai neted”, care se potrivește cel mai bine observațiilor  $l$ , modelului funcțional selectat  $Ax$  și modelului stohastic asociat pentru efectele erorilor aleatoare ( $Q_h, Q_H, Q_N$ ).

În acest mod, se poate calcula foarte ușor tendința generală a semnalelor  $s$  prin ajustarea unor suprafețe foarte netede la valorile  $\hat{s}_{init}$ . Astfel se pot crea următoarele măsurători „reduse” și semnale:

$$l_r = l - \hat{m}_s; \quad (4.41)$$

$$s_r = s - \hat{m}_s. \quad (4.42)$$

Acum este corectă presupunerea că semnalele reduse  $s_r$  au media nulă, de ex.  $E\{s_r\} = 0$ . Mai mult decât atât, valorile numerice  $(\hat{s}_{init} - \hat{m}_s)$  pot fi utilizate într-o determinare empirică a modelului funcției de covarianță care descrie comportamentul spațial general al semnalelor reduse  $s_r$ . În acest mod, se poate repeta modelul compensării din fig. 4.5, utilizând noua variantă „îmbunătățită” a modelului stohastic al semnalelor de corecție:

$$l_r = Ax + s_r + Bv, \quad (4.43a)$$

$$E\{s_r\} = 0, \quad E\{s_r s_r^T\} = C_{s_r} = \sigma_{s_r}^2 Q_{s_r}. \quad (4.43b)$$

Elementele matricei cofactorilor  $Q_{s_r}$  se calculează calculate în concordanță cu modelul de covarianță estimat empiric în etapa anterioară. De asemenea, se introduce o componentă necunoscută a varianței pentru a oferi o diagnoză asupra corectitudinii funcției empirice de covarianță a semnalului. Soluția modelului compensării din relația (4.43a) va fi dată de următorii estimatori nedeplasați:

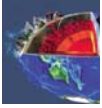
$$\hat{x} = [A^T(Q_h + Q_H + Q_N + Q_{s_r})^{-1}A]^{-1}A^T(Q_h + Q_H + Q_N + Q_{s_r})^{-1}l_r; \quad (4.44a)$$

$$\hat{v}_h = Q_h(Q_h + Q_H + Q_N + Q_{s_r})^{-1}Wl_r; \quad (4.44b)$$

$$\hat{v}_H = -Q_H(Q_h + Q_H + Q_N + Q_{s_r})^{-1}Wl_r; \quad (4.44c)$$

$$\hat{v}_N = -Q_N(Q_h + Q_H + Q_N + Q_{s_r})^{-1}Wl_r; \quad (4.44d)$$





$$\hat{s}_r = Q_s(Q_h + Q_H + Q_N + Q_{s_r})^{-1} W l_r; \quad (4.44e)$$

$$W = I_m - A(A^T(Q_h + Q_H + Q_N + Q_{s_r})^{-1} A)^{-1} A^T(Q_h + Q_H + Q_N + Q_{s_r})^{-1}. \quad (4.44f)$$

Ecuatiile soluției finale sunt similare cu cele ale abordării deterministice, singurele diferențe fiind:

- (i) s-au utilizat măsurători reduse  $l_r$  în locul celor originale  $l$ ;
- (ii) s-a încorporat matricea de covarianță a semnalului  $Q_{s_r}$ .

În cazul particular în care toate cele trei seturi de date altimetrice sunt afectate de un zgomet alb staționar, nu va rezulta nici o simplificare semnificativă prin introducerea matricei  $Q_{s_r}$ .

Estimarea celor patru componente necunoscute ale varianței  $\hat{\sigma}_h^2, \hat{\sigma}_H^2, \hat{\sigma}_N^2, \hat{\sigma}_{s_r}^2$  conduce la o mărire a algoritmului MINQUE (4.37) și este omisă.

Un răspuns complet în privința suprafeței de corecție estimate trebuie să conțină:

- (i) modelul funcțional estimat  $A\hat{x}$ ;
- (ii) parametri descriptivi ai tendinței semnalului de medie nenulă ( $\hat{m}_s$  sunt valorile acestei tendințe doar în punctele rețelei test);
- (iii) valorile estimate ale semnalelor reduse de medie nulă  $\hat{s}_r$  în punctele rețelei;
- (iv) modelul covarianței pentru semnalele de medie nulă  $s_r$ .

O utilizare combinată a (iii) și (iv) în formula de predicție de tip colocație este necesară pentru predicția părții de medie nulă a semnalului de corecție în alte puncte, care nu au beneficiat de măsurători prin nivelment. O schemă logică generală a întregului proces de calcul descris în acest subcapitol este prezentată în fig. 4.5 și fig. 4.6.

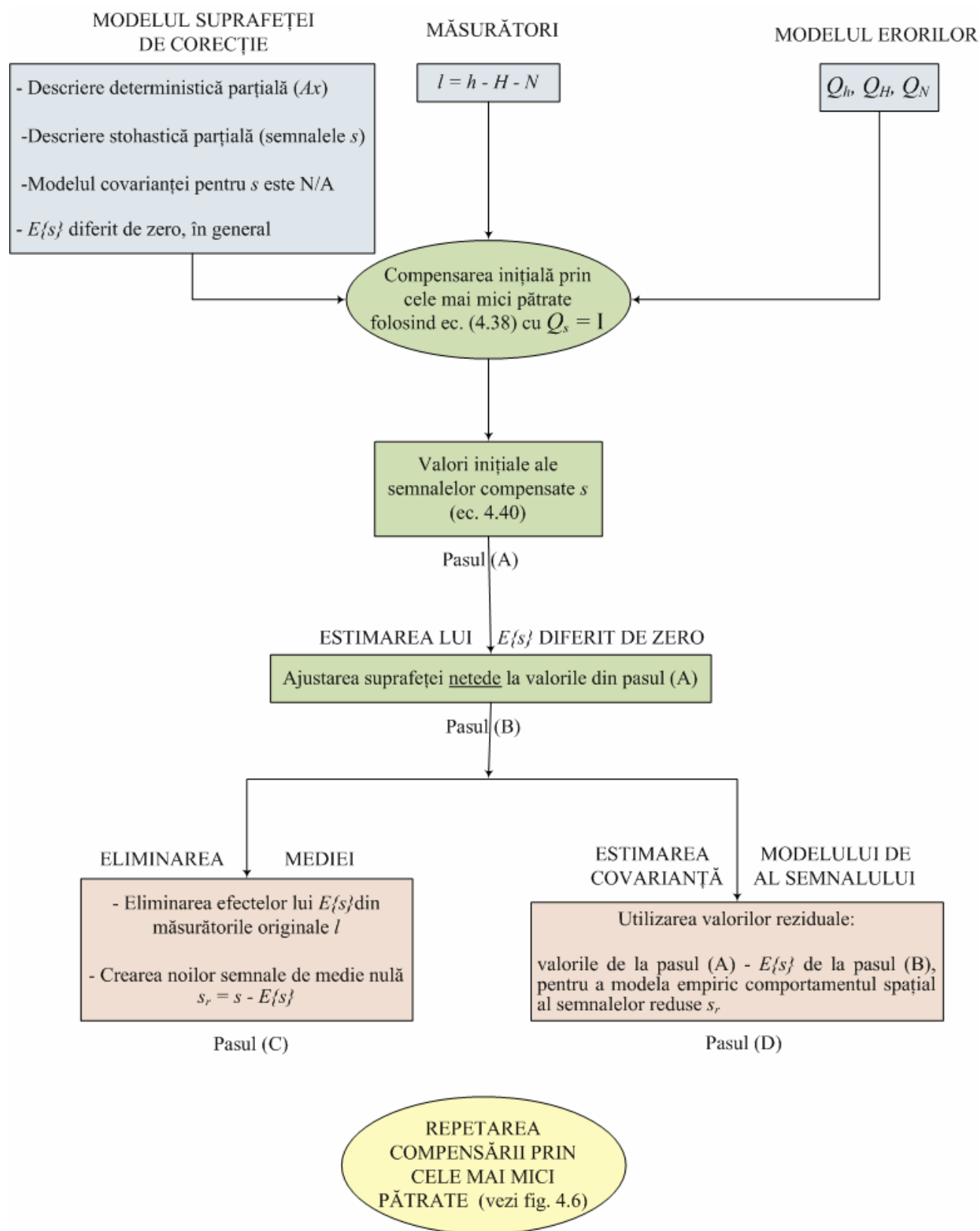


Figura 4. 5: Schema logică a procesului de compensare într-o abordare „colocativă”

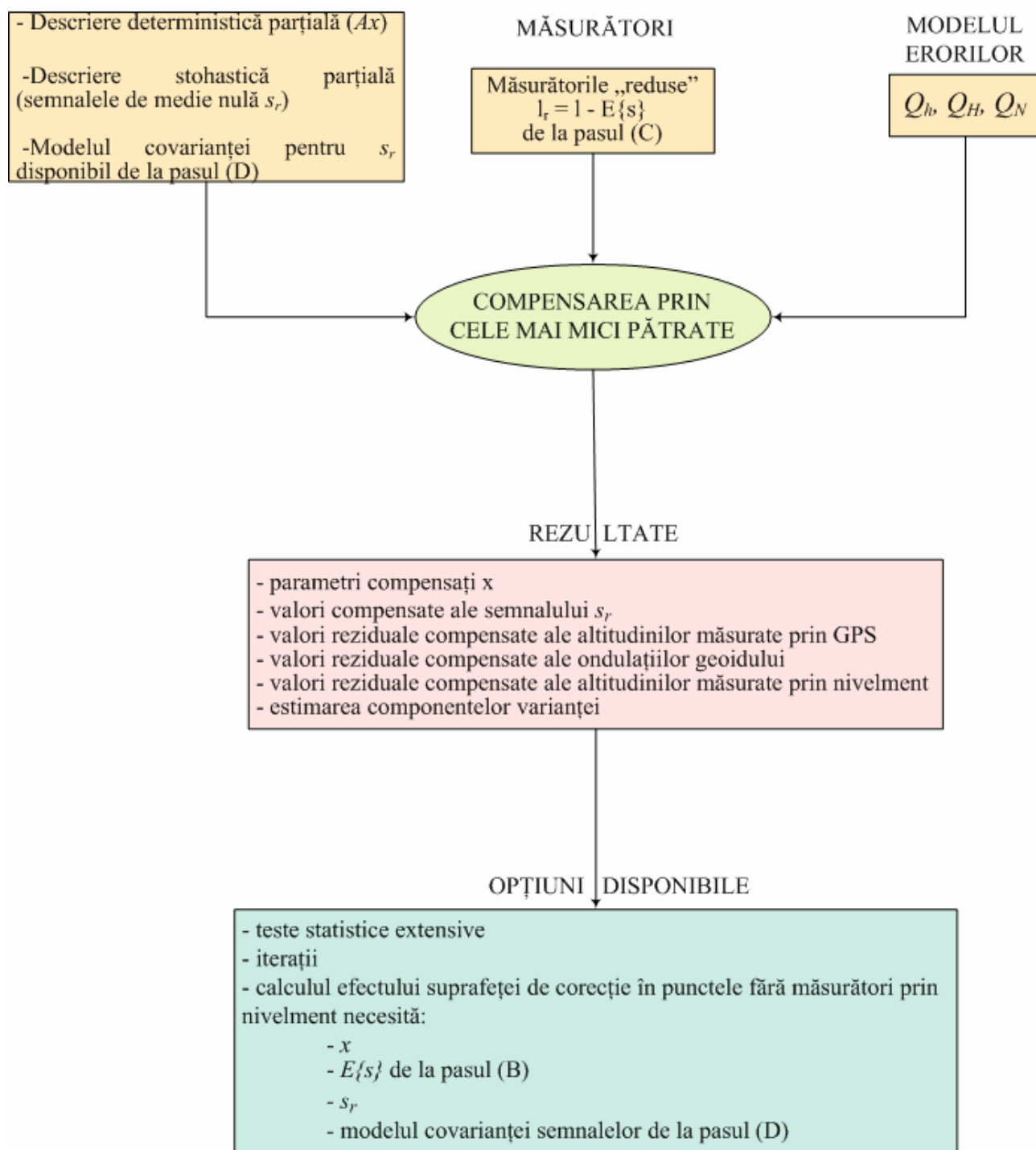


Figura 4. 6: Schema logică a procesului de compensare într-o abordare „colocativă” (continuare)



#### 4.2.3.5 Teste statistice în rețelele combinate GPS/nivelment/geoid

Particularitatea rețelelor combinate GPS/nivelment/geoid, în comparație cu rețelele geodezice clasice 1D, 2D, 3D sau cu cele integrate 1D/2D/3D, este nivelul relativ mare de incertitudine privitor la componentele modelului compensării.

În cazul rețelelor geodezice clasice există mici dubii legate de modelele funcționale selectate și de modelul stohastic al erorilor de măsurare și se consideră că acestea descriu realitatea fizică într-o manieră destul de consistentă.

În rețelele geodezice integrate, de asemenea, modelul covarianței necesar pentru partea de semnal poate fi determinat foarte bine prin procesarea datelor „externe” (de ex. anomaliile gravitației, deviațiile verticalei etc.).

Situația este totuși diferită în cazul rețelelor combinate GPS/nivelment/geoid, unde complexitatea efectelor sistematice implicate, modelările erorilor geoidului gravimetric adesea discutabile și absența oricărei informații externe în determinarea unui model statistic corespunzător pentru semnalele de corecție reziduale, cauzează probleme majore în selectarea unui semnal parametric realist și a unor modele ale erorilor de măsurare.

În consecință, testarea statistică în acest gen de rețele nu trebuie văzută ca un „lux” în identificarea posibilelor greșeli în măsurătorile originale, ci mai degrabă ca o necesitate în validarea și testarea atât a informațiilor apriorice cât și a posibilităților de modelare.

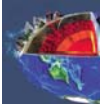
Înainte de efectuarea oricărui test dedicat verificării anumitor elemente din modelul general al compensării, este necesar să se efectueze un test statistic global. Acesta va indica dacă modelul general prezintă probleme (parametri, semnal, erori), fără a le identifica.

Pentru aceasta se folosește următorul test statistic:

$$u = \hat{e}^T M^{-1} \hat{e} \sim \chi_f^2, \quad (4.45)$$

unde  $\hat{e} = \hat{v}_h - \hat{v}_H - \hat{v}_N + \hat{s}_r$ ,  $M = Q_h + Q_H + Q_N + Q_s$ , iar  $f$  reprezintă gradele de libertate. În cazul în care compensarea rețelei GPS/nivelment/geoid a fost abordată într-o manieră complet deterministică, termenul corespunzător părții de semnal trebuie omis din  $u$ . Testul de acceptanță, pentru un nivel de încredere  $\alpha$ , constă în verificarea condiției  $\chi_f^{2(1-\alpha/2)} \leq u \leq \chi_f^{2(\alpha/2)}$ .

Testul anterior oferă o imagine de ansamblu asupra validității modelului, dar, întotdeauna, sunt necesare și alte testări, deoarece efecte ale diverselor modelări ale erorilor se pot anula reciproc în calculul lui  $u$ .



Testele privind validitatea modelului stohastic pentru erorile măsurătorilor altimetrice și cele privind admiterea modelului empiric al covarianței pentru semnalele de corecție necesită estimarea componentelor necunoscute corespondente ale varianței. Ipoteza generală privind componentele varianței este (Rao and Kleffe, 1988):

$$H_o : H\sigma = d \text{ (ipoteza nulă) și } H_a : H\sigma \neq d \text{ (ipoteza alternativă)}, \quad (4.46)$$

unde  $\sigma$  este vectorul celor  $q$  componente ale varianței, iar  $H$  este o matrice  $s \times q$  de rangul  $s$ . Testul statistic, care prezintă o distribuție  $\chi_s^2$ , este:

$$u = \frac{1}{2}(H\hat{\sigma} - d)^T (HJ^{-1}H^T)^{-1}(H\hat{\sigma} - d) \sim \chi_s^2, \quad (4.47)$$

iar ipoteza nulă  $H_o$  este acceptată pentru  $u \leq \chi_s^{2(\alpha)}$ . Structura matricei  $J$  este dată în (4.37e). De asemenea, în literatura geodezică au apărut și teste pentru componente singulare ale varianței.

Testul :

$$H_o : \sigma_i^2 = \sigma_0^2 \quad \text{și} \quad H_a : \sigma_i^2 \neq \sigma_0^2 \quad (4.48)$$

este echivalent cu testul:

$$H_o : u_i = \frac{k_i}{p_i \sigma_0^2} = 1 \quad \text{și} \quad H_a : u_i = \frac{k_i}{p_i \sigma_0^2} \neq 1 \quad (4.49)$$

unde:

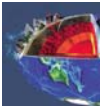
$$k_i = \hat{v}_i^T Q_i^{-1} \hat{v}_i \text{ pentru } i = h, H, N \text{ și } k_i = \hat{s}_r^T Q_s^{-1} \hat{s}_r \text{ pentru } i = s_r, \quad (4.50)$$

$$p_i = \text{tr}[(Q_h + Q_H + Q_N + Q_s)^{-1} W Q_i]. \quad (4.51)$$

Structura generală a matricei  $W$  este dată de relația (4.44a). La compensarea rețelelor GPS/nivelment/geoid fără a se ține cont de semnale, toți termenii legați de acestea din ecuațiile de mai sus dispar. Ipoteza  $H_o$  este acceptată când:

$$F_{p_i, \infty}^{1-\alpha/2} \leq u_i \leq F_{p_i, \infty}^{\alpha/2}, \quad (4.52)$$

unde  $F$  reprezintă punctele centesimale ale distribuției Fisher.



O altă familie importantă de teste statistice poate fi utilizată pentru a se verifica performanțele modelului deterministic al efectelor perturbatoare sistematice din rețelele GPS/nivelment/geoid. Deși ar fi extrem de util să se poată executa testări între *diferite* modele deterministice, nu există nici un instrument statistic disponibil în acest sens. Singura posibilitate este compararea modelelor deterministice „derivate”, care, în principiu, înseamnă fie testarea existenței unor posibili parametri suplimentari într-un model deja adoptat (extinderea modelului), fie testarea posibilității de a elimina unii parametri dintr-un model deja utilizat (restrângerea modelului).

Pentru efectuarea testelor descrise mai sus au fost dezvoltate teste statistice eficiente din punct de vedere al efectuării calculelor, care nu mai necesită repetarea procesului de compensare folosind modelul parametric extins/restrâns.

O altă metodă empirică care poate fi folosită la verificarea grosieră a modelului deterministic constă în utilizarea valorilor de corelație dintre parametrii modelului. O corelație ridicată sugerează o posibilă supra-parametrizare, în timp ce o corelație scăzută dă prioritate extinderii modelului.

O utilizare combinată a tuturor testelor menționate mai sus, în paralel cu o compensare iterativă, care corectează modelul deterministic prin includerea componentelor varianței estimate în pasul anterior, ar trebui adoptată în cadrul unei evaluări riguroase a rețelelor GPS/nivelment/geoid. Rezultatele finale ale compensării vor conține informații prețioase cu privire la nivelul real al erorilor geoidului gravimetric și comportamentul efectelor sistematice, necesare la transformarea altitudinilor măsurate prin GPS în altitudini ortometrice, referite la un sistem de referință vertical local.

Referitor la modelul de covarianță al semnalelor de corecție  $s_r$ , în afara căii directe, empirice, de determinare a unor astfel de modele de covarianță preliminară (așa cum a fost descrisă anterior) și atribuirea unei singure componente a varianței în scopul controlării validității acestora, mai există și alternativa utilizării unei funcții de covarianță liniară, parametrizată, pentru partea stohastică de medie nulă a câmpului perturbator:

$$C(P, Q) = \sum_k \sigma_k^2 \psi_k(P) \psi_k(Q), \quad (4.53)$$

unde varianțele „gradului”  $\sigma_k^2$  joacă rolul de componente necunoscute ale varianței, ca de exemplu:

$$E\{s_r s_r^T\} = C_s = \sum_k \sigma_k^2 Q_k, \quad (4.54)$$

$$Q_k[i, j] = \psi_k(i) \psi_k(j). \quad (4.55)$$



Alegerea bazei de trunchiere  $\{\psi_k\}$  utilizată pentru descrierea câmpului de corecție rămâne o problemă deschisă. Estimarea și testarea componentelor varianței pentru partea de semnal se reduce astfel la problema estimării și testării „spectrului de putere” (*eng.* power spectrum) ținând cont de baza adoptată.

Pentru obținerea de informații viabile privind diverse componente (erori ale undulațiilor geoidului, semnale de corecție, parametri etc.) sunt necesare iterații consecutive ale întregului algoritm de compensare folosind noul spectru estimat la fiecare pas. O asemenea abordare poate elimina necesitatea utilizării parametrilor deterministici discreți suplimentari  $Ax$ , prin includerea lor în sistemul selectat pentru funcțiile de bază.

Astfel, problema compensării rețelei GPS/nivelment/geoid poate fi redusă la o colocație cu „zgomote aleatoare” (în terminologie geodezică) sau la o modelare a efectelor aleatoare (în terminologie statistică).



## Capitolul 5

### STUDIU DE CAZ

#### 5.1. INTRODUCERE

În cadrul studiului de caz autorul și-a propus implementarea practică a relațiilor matematice și a algoritmului prezentat în capitolul 3. Zona acoperită este întreg teritoriul României, adică 237.500 km<sup>2</sup>.

Datele utilizate au fost:

- anomaliiile Bouger pentru teritoriul României existente în bazele de date ale BGI;
- valorile gravității determinate în punctele rețelei gravimetrice militare;
- Modelul Digital Altimetric al Terenului pentru teritoriul României obținut în urma misiunii SRTM;
- Modelul Geopotențial Global EGM96.

Determinările s-au făcut prin metoda Stokes, utilizând algoritmul „remove-restore”.

O schemă a etapelor de calcul urmărite în cadrul studiului de caz este prezentată în schema următoare:



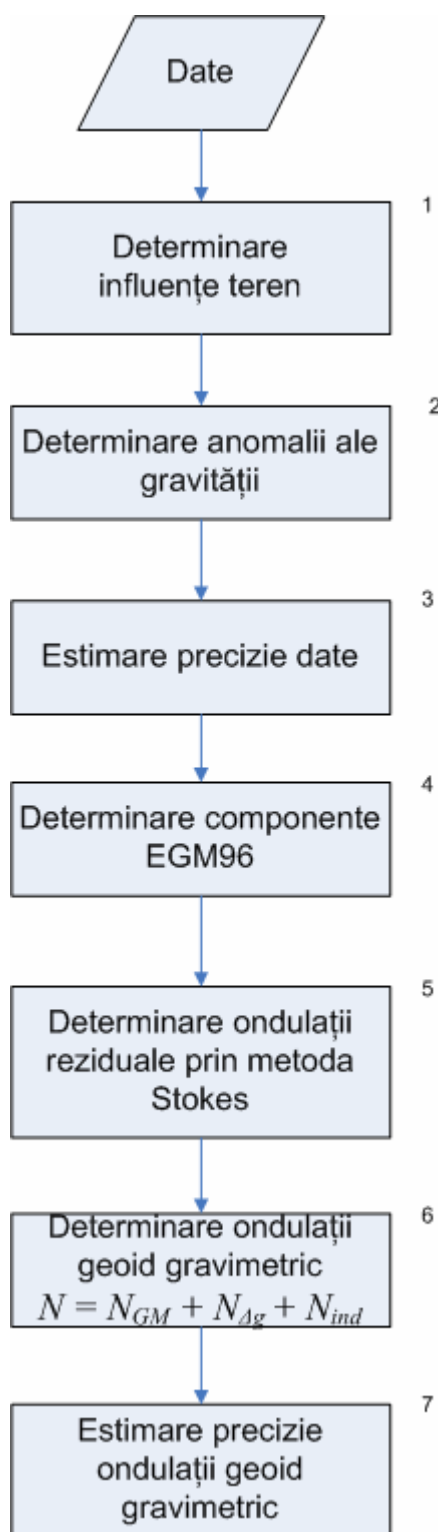


Figura 5. 1: Algoritmul urmărit în cadrul acestui studiu de caz (Microsoft Visio 2003)



## 5.2. DELIMITAREA ZONELOR

Pentru determinările efectuate în cadrul acestui studiu de caz s-au stabilit două zone de lucru: *zona I*, având limitele cuprinse între 19° - 31° pe longitudine și 42° - 50° pe latitudine (901.317,09 km<sup>2</sup>) și *zona II*, delimitată de granița țării (237.500 km<sup>2</sup>) (fig. 5.2).

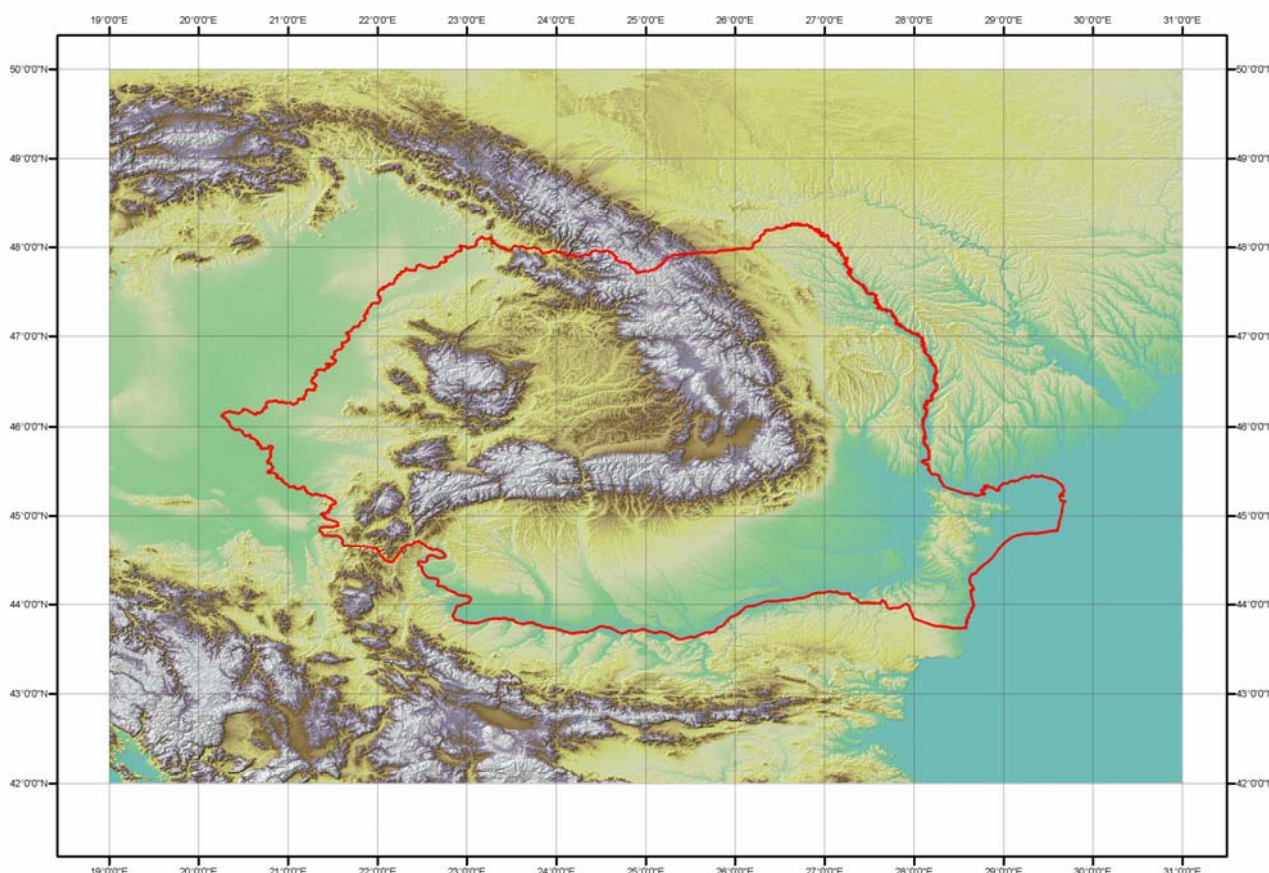


Figura 5. 2: Limitele zonelor de lucru (ArcInfo 9.1 - ArcMap)

Zona I conține datele altimetrice utilizate pentru determinarea corecțiilor de relief (efectul direct al terenului) și a efectului indirect al terenului asupra undulațiilor geoidului. Deoarece distanța maximă de corelație în cazul corecțiilor de relief este de 167 km, dimensiunea acestei zone a fost aleasă astfel încât să fie acoperitoare.

Zona II reprezintă zona care conține datele gravimetrice și în care se vor efectua calculele.



## 5.3. DATELE UTILIZATE ÎN DETERMINĂRILE EFECTUATE ÎN CADRUL STUDIULUI DE CAZ

### 5.3.1 Datele gravimetrice

Ondulațiile geoidului depind în mod direct de datele gravimetrice utilizate, calitatea și acoperirea acestora având o importanță deosebită. Valoarea soluțiilor teoretice este diminuată sau chiar lipsită de importanță în fața calității și acoperii cu date gravimetrice. Din acest motiv acestea necesită o verificare atentă, deoarece măsurătorile s-au efectuat cu diverse instrumente, au aplicate reduceri determinate cu diferite formule și au valori de referință diferite.

În studiul de caz efectuat în cadrul acestei lucrări s-au utilizat două seturi de date gravimetrice:

- 233 de puncte din rețeaua gravimetrică determinată de către DTM, folosite pentru verificarea preciziei și control (figura 5.3);

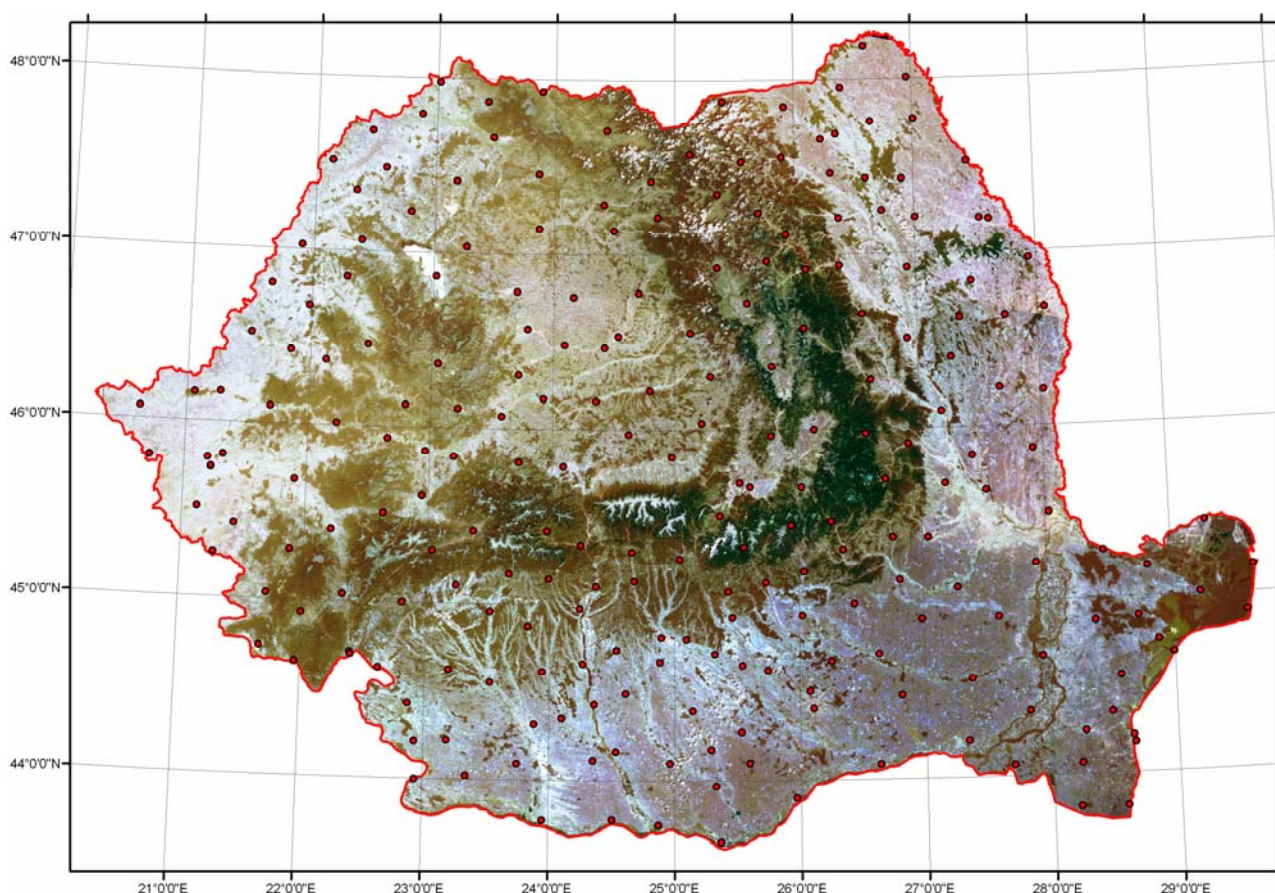
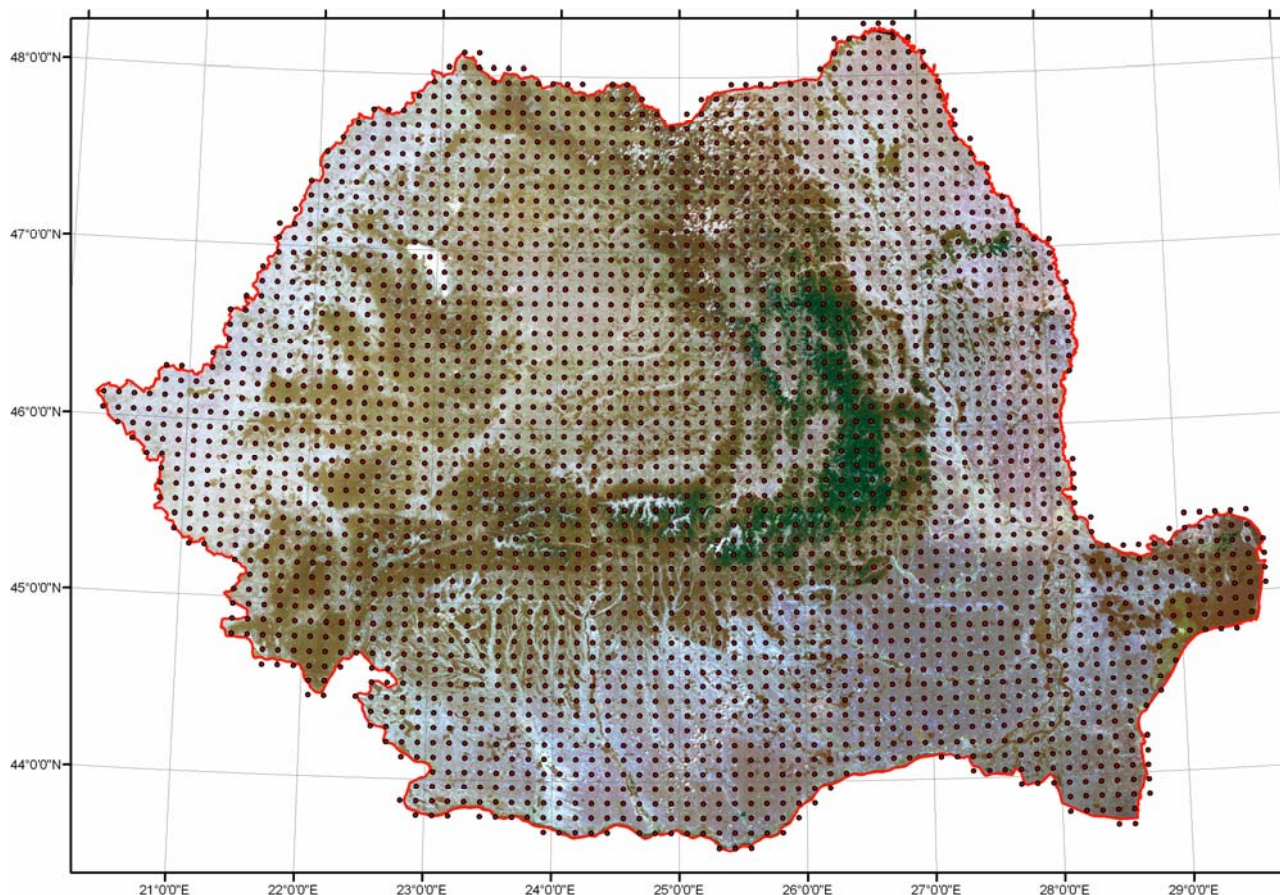


Figura 5. 3: Dispunerea punctelor rețelei gravimetrice militare (ArcInfo 9.1 - ArcMap)





- un grid cu 2.765 de puncte cu anomalii Bouger obținute de la BGI, grid în care se vor determina și undulațiile geoidului (figura 5.4).



**Figura 5. 4: Dispunerea punctelor gridului cu anomalii Bouger al BGI (ArcInfo 9.1 - ArcMap)**

Gridul cu anomalii Bouger preluat de pe site-ul oficial al BGI acoperă zona cuprinsă între granițele țării, având pasul de 7,5 minute pe longitudine și 5 minute pe latitudine, adică un număr de 2.765 puncte.

Datele statistice referitoare la aceste date, puse la dispoziție de către BGI, sunt următoarele:

- harta anomaliilor Bouger a fost creată pe baza a 78.026 puncte gravimetrice, având o acoperire medie de 0,33 puncte /km<sup>2</sup> (0,21 ÷ 0,58 puncte /km<sup>2</sup>);
- măsurătorile s-au efectuat cu următoarele gravimetre: Norgaard (33%), GAK (20%), Sharpe (36%), Askania (5%), Worden (2%);
- verificarea și calibrarea gravimetrelor a fost efectuată în fiecare an, pe o bază de calibrare verticală, în apropiere de Brașov (350m diferență de nivel și 13 km lungime pe șosea, având o diferență de aprox. 78 mgali). Diferența utilizată pentru calibrare a fost determinată prin medierea a 3 gravimetre diferite, calibrate în 1972 în Cehoslovacia și în 1978 la Moscova în



laboratorul de calibrare al Institutului de Fizica Pământului din cadrul Academiei de Științe a Uniunii Sovietice;

- erori ale valorilor de gravitate:  $0,05 \div 0,1$  mgali;
- erori ale măsurătorilor de nivelment: 0,2 m, inducând o eroare în reducerea Bouger sub 0,04 mgali;
- gravitatea normală a fost calculată cu formula adoptată la Congresul IUGG ținut la Stockholm în 1930 (formula Silva - Cassinis):

$$\gamma = 978\,049(1 + 0.0052884\sin^2\varphi - 0.0000059\sin^22\varphi) \quad (5.1)$$

- punctul gravimetric de referință: Observatorul Geofizic Surlari ( $g = 980527,81$  mgali) racordat la Potsdam 1967 ( $g = 981259,90$  mgali);
- referința verticală: Kronstadt (Marea Baltică);
- valoarea densității folosită pentru reduceri:  $2,67$  g/cm<sup>3</sup>;
- corecțiile de teren s-au determinat folosind metoda Schleusener (inele concentrice).

### 5.3.2 Modelul digital altimetric

Anomaliile gravității sunt dependente de masele topografice. Pentru a determina cât mai corect influența terenului, avem nevoie de un model digital altimetric al terenului cât mai precis.

Datele altimetrice utilizate au fost extrase din modelul DTED SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) obținut în urma măsurătorilor efectuate cu altimetrul radar instalat la bordul navetei spațiale americane ENDEAVOUR, în urma misiunii din 11.02 – 22.02.2000. Ca urmare a acestei misiuni au rezultat modele digitale altimetrice în format DTED1 (pasul de 3'') și DTED2 (pasul de 1''). Modelul utilizat în calcule a fost extras din DTED1 SRTM și are următoarele caracteristici (MIL-PRF-89020B):

- pasul de 3'', atât pe latitudine cât și pe longitudine;
- sistem de coordonate geografice WGS 84;
- sistem de referință vertical: nivelul mediu al mării (*eng.* Mean Sea Level - MSL);
- eroarea planimetrică (90%):  $\leq 50$  m;
- eroarea altimetrică (90%):  $\leq 30$  m.

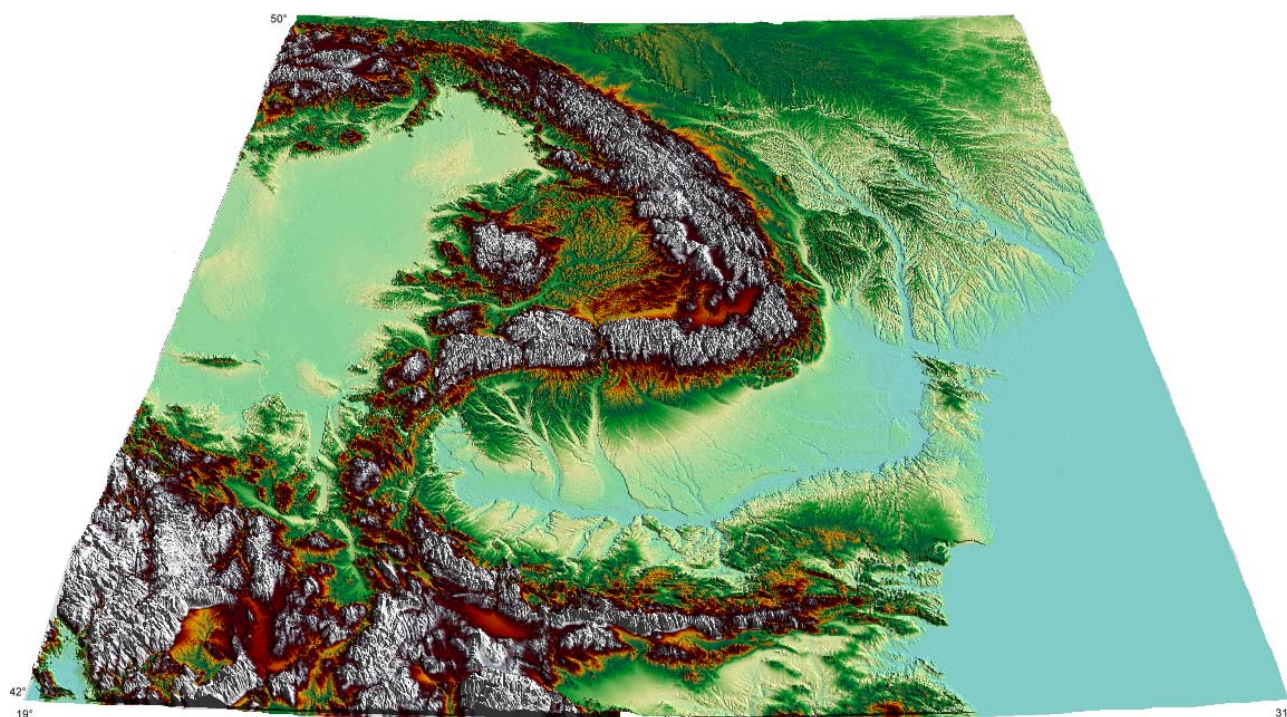


Figura 5. 5: Modelul digital altimetric al terenului în zona I (Erdas 9.0 – VirtualGIS)

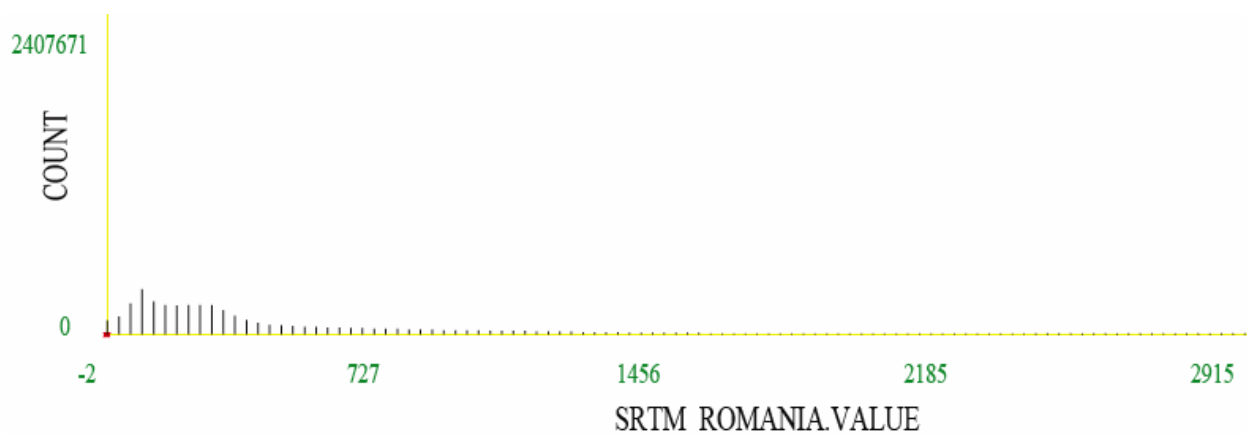


Figura 5. 6: Histograma valorilor altitudinilor modelului digital altimetric al terenului (ArcInfo 9.1 - Arc)



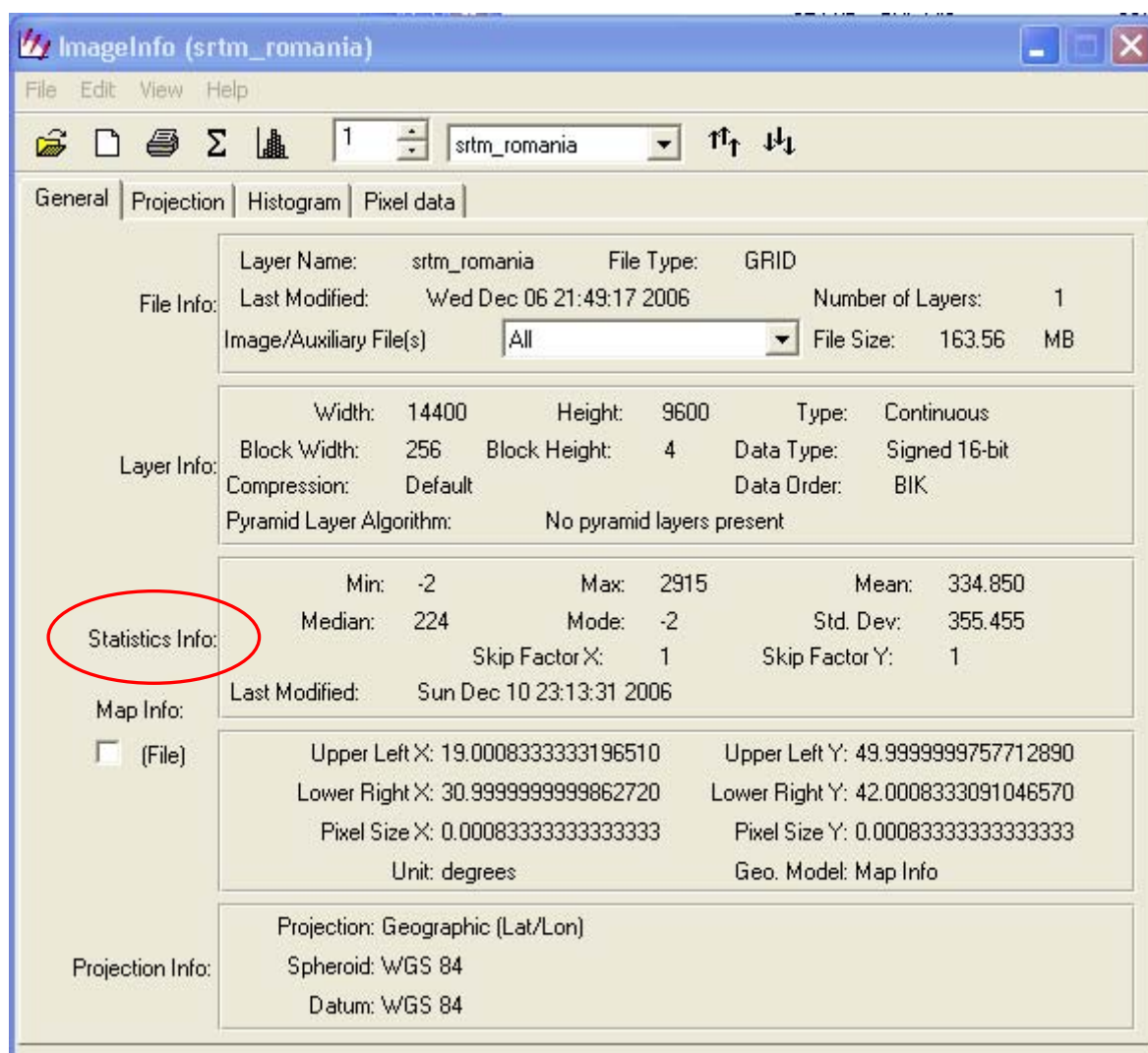


Figura 5. 7: Statistici ale modelului digital altimetric al terenului (Erdas 9.0 - Viewer)

### 5.3.3 Modelul geopotențial global EGM96

Cel mai utilizat model geopotențial global la ora actuală este EGM96. Caracteristicile acestuia sunt:

- este determinat față de elipsoidul WGS-84 (tabelul 5.1);
- are coeficienți armonici sferici de grad și ordin 360, asigurând o lungime de undă minimă de aprox. 111 km, conform relației:

$$\lambda = \frac{2\pi R}{n} \approx \frac{40000000}{n}, \quad (5.2)$$

unde  $R=6371000$  m, iar  $n=360$ .



Parametrii, relațiile de calcul și varianțele gradului dezvoltării sunt date în (NIMA, 2000). Fișierul cu coeficienții armonici sferici a fost luat de pe site-ul oficial al NGA.

Pentru determinarea gravității normale s-au utilizat parametri și constantele derivate ale elipsoidului WGS-84 (tabelul 5.1) precum și relația închisă a lui Somigliana (NIMA, 2000):

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (5.3)$$

unde:

$$k = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_a} - 1 \quad (5.4)$$

**Tabelul 5. 1: Parametrii și constantele elipsoidului WGS-84 utilizate în calcule**

<b>Parametri definitorii</b>		
<i>Parametru</i>	<i>Notatie</i>	<i>Valoare</i>
Semiaxa mare	a	6378137.0 metri
Turtirea	f	1/298.257223563
Viteza unghiulară a Pământului	$\omega$	$7292115.0 \times 10^{-11}$ rad/s
Constanta gravitațională a Pământului (masa atmosferei inclusă)	GM	$3986004.418 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$
<b>Constante geometrice derivate</b>		
<i>Constantă</i>	<i>Notatie</i>	<i>Valoare</i>
Semiaxa mică	b	6356752.3142 metri
Prima excentricitate	e	$8.1819190842622 \times 10^{-2}$
Prima excentricitate la pătrat	$e^2$	$6.69437999014 \times 10^{-3}$
<b>Constante fizice derivate</b>		
<i>Constantă</i>	<i>Notatie</i>	<i>Valoare</i>
Gravitatea teoretică (normală) la Ecuator (pe elipsoid)	$\gamma_e$	$9.7803253359 \text{ m/s}^2$
Gravitatea teoretică (normală) la poli (pe elipsoid)	$\gamma_p$	$9.8321849378 \text{ m/s}^2$
Parametrul geodezic $m = \omega^2 a^2 b / GM$	m	0.00344978650684





## 5.4. INFLUENȚA TERENULUI ASUPRA ONDULAȚIILOR GEOIDULUI

Influența terenului se manifestă în două moduri: direct, asupra anomaliilor gravității (corecțiile de relief) și indirect, asupra undulațiilor geoidului.

### 5.4.1 Corecțiile de relief

Datele gravimetrice preluate de la Biroul Gravimetric Internațional au fost sub forma unui grid cu anomalii Bouger perfecționate. Deoarece pentru determinarea undulațiilor geoidului sunt necesare anomaliile Faye, pentru calculul acestora a fost necesară determinarea corecțiilor de relief pentru aceste puncte.

Acest lucru s-a făcut și pentru punctele din rețeaua gravimetrică militară, valorile anomaliilor Bouger perfecționate obținute în acestea fiind utilizate la estimarea preciziei datelor BGI. Din acest motiv estimarea influenței terenului s-a determinat înaintea evaluării calității datelor.

Corecțiile de relief s-au determinat prin metoda prismelor. Valorile corecțiilor de relief determinate prin această metodă, în aproximare sferică, sunt proporționale, dar mai mari (aproape cu un ordin de mărime) decât cele determinate prin metoda liniilor de masă, în aproximare plană a terenului. Toate aceste determinări s-au făcut utilizând programe proprii (vezi Anexa 1).

Astfel s-au determinat corecții de relief în 2.998 puncte, 2.765 ale gridului și 233 ale rețelei. Calculele s-au efectuat pe raza de 110 km, utilizându-se rezoluția maximă a modelului digital altimetric al terenului: 3”.

**Tabelul 5. 2: Statistici ale corecțiilor de relief  
pentru zona de studiu (mgali)**

Valoare (mgali)	<i>c</i>
<b>Minimă</b>	0.01
<b>Maximă</b>	302.27
<b>Medie</b>	15.93
<b><math>\sigma</math></b>	25.90

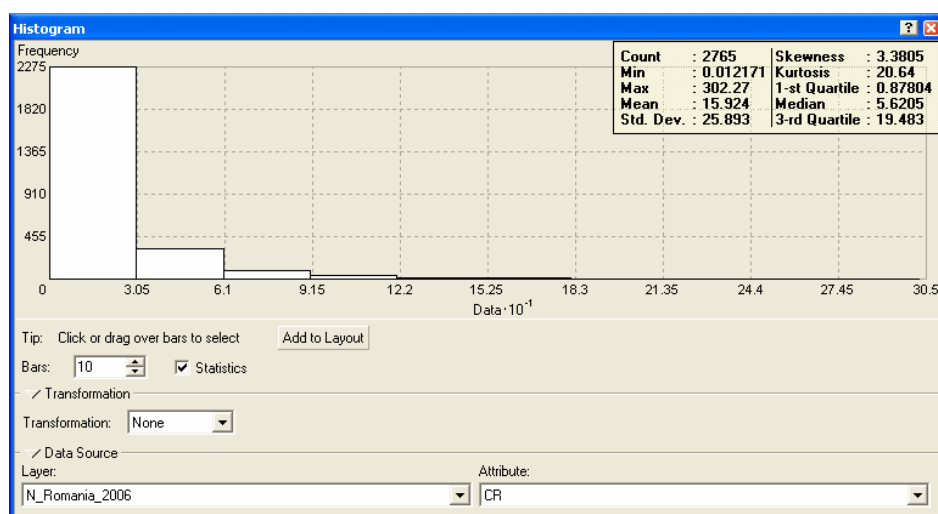


Figura 5. 8: Histograma valorilor corecțiilor de relief (ArcInfo 9.1 – Geostatistical Analyst)

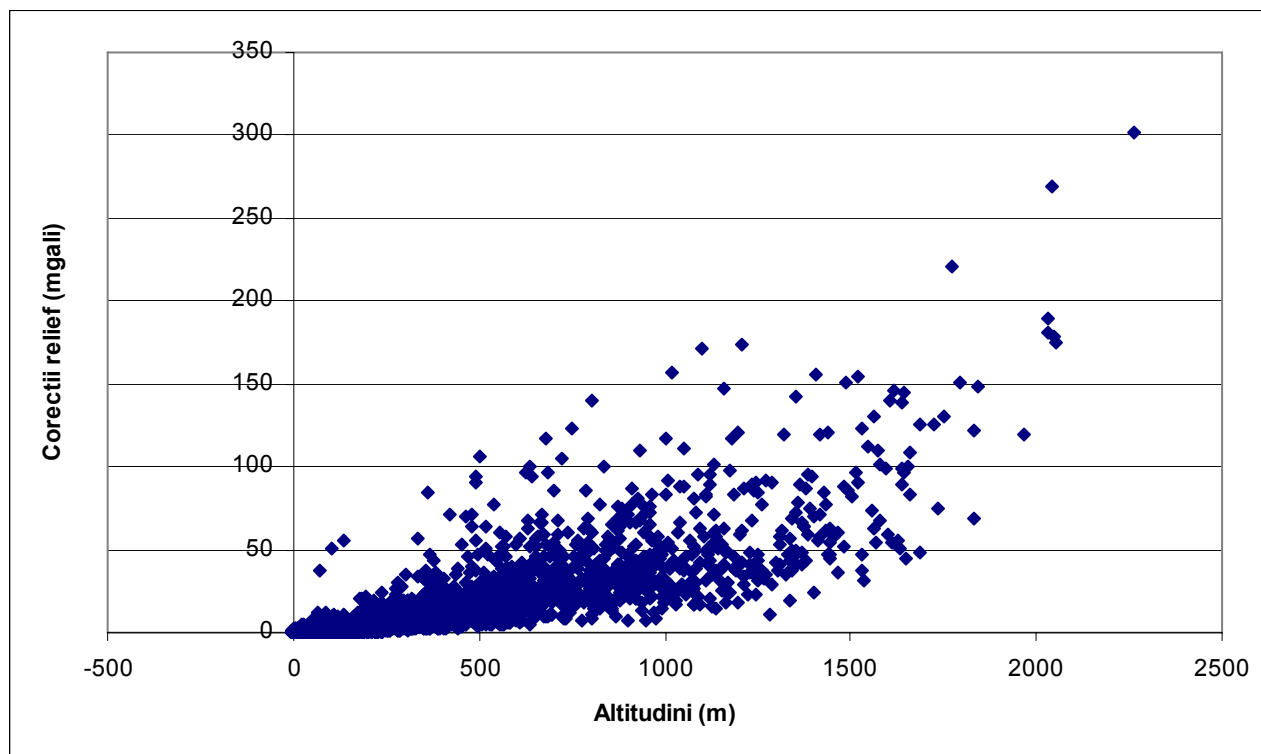


Figura 5. 9: Distribuția corecțiilor de relief funcție de altitudine (Microsoft Excel 2003)

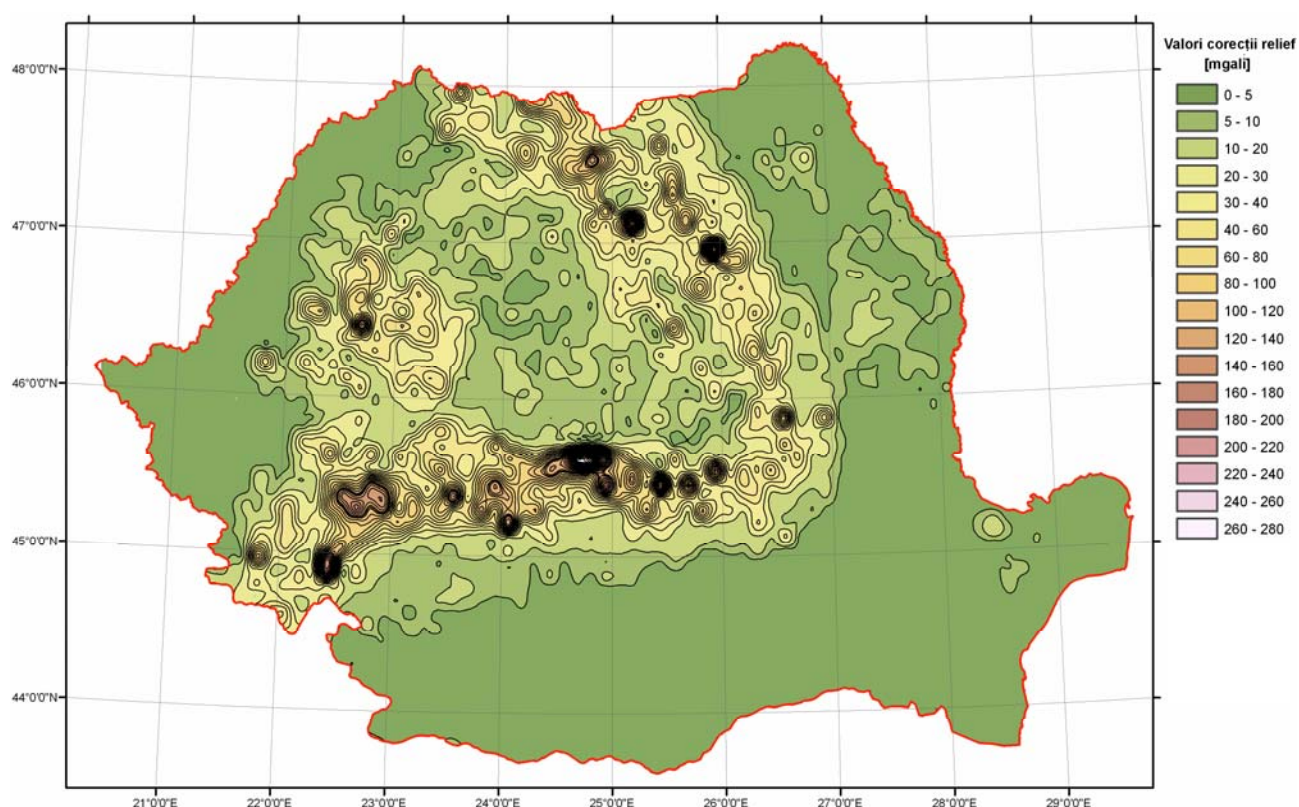


Figura 5. 10: Zonarea corecțiilor de relief (ArcInfo 9.1 - ArcMap)

Din analiza rezultatelor se desprind următoarele concluzii:

- în zonele de câmpie și deal, unde terenul are variații mici și este relativ neted, corecțiile de relief au o distribuție uniformă, iar rezoluția modelului digital altimetric are o influență mai mică asupra acestora;
- în zonele de munte, unde terenul are variații mari, corecțiile de relief sunt mai dispersate, iar influența rezoluției modelului digital altimetric crește.

#### 5.4.2 Efectul indirect

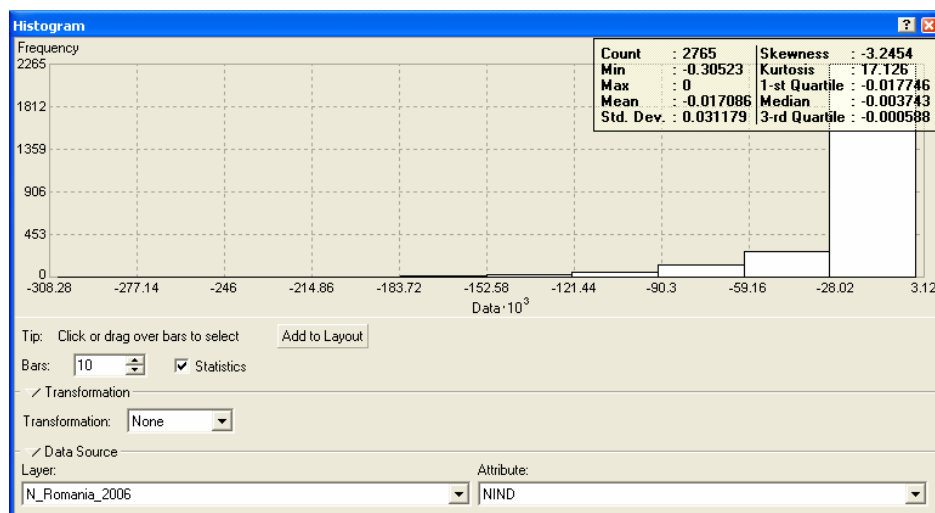
Efectul indirect al terenului furnizează componenta de lungime scurtă de undă a undulației geoidului și reprezintă influența zonelor apropiate asupra acesteia.

Acest efect s-a calculat în toate punctele gridului folosindu-se același model digital altimetric ca și pentru calculul corecțiilor de relief. Datorită faptului că reprezintă influența zonei apropiate, acesta s-a calculat pe baza datelor altimetrice aflate la maxim 20 km în jurul punctului.

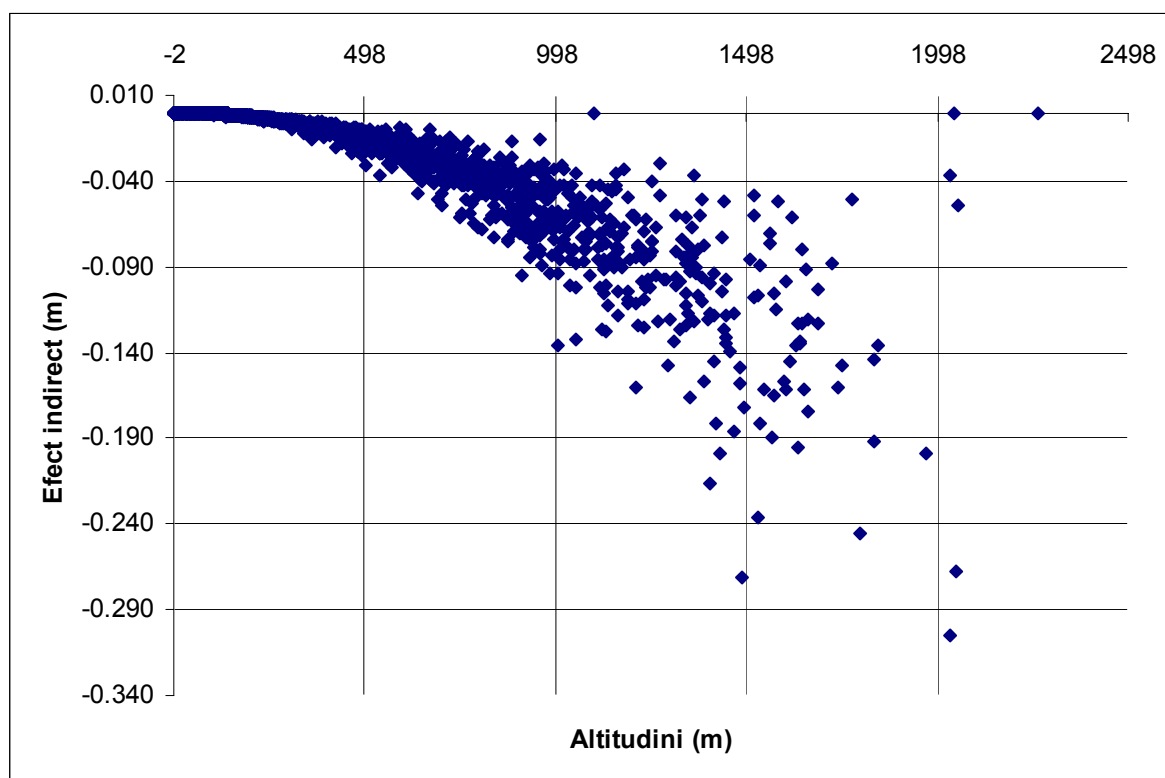


**Tabelul 5. 3: Statistici ale efectului indirect  
pentru zona de studiu (metri)**

Valoare (metri)	$N_{\text{indirect}}$
<b>Minimă</b>	-0.305
<b>Maximă</b>	0.000
<b>Medie</b>	-0.017
<b><math>\sigma</math></b>	0.031



**Figura 5. 11: Histograma valorilor efectului indirect (ArcInfo 9.1 – Geostatistical Analyst)**



**Figura 5. 12: Distribuția efectului indirect funcție de altitudine (Microsoft Excel 2003)**

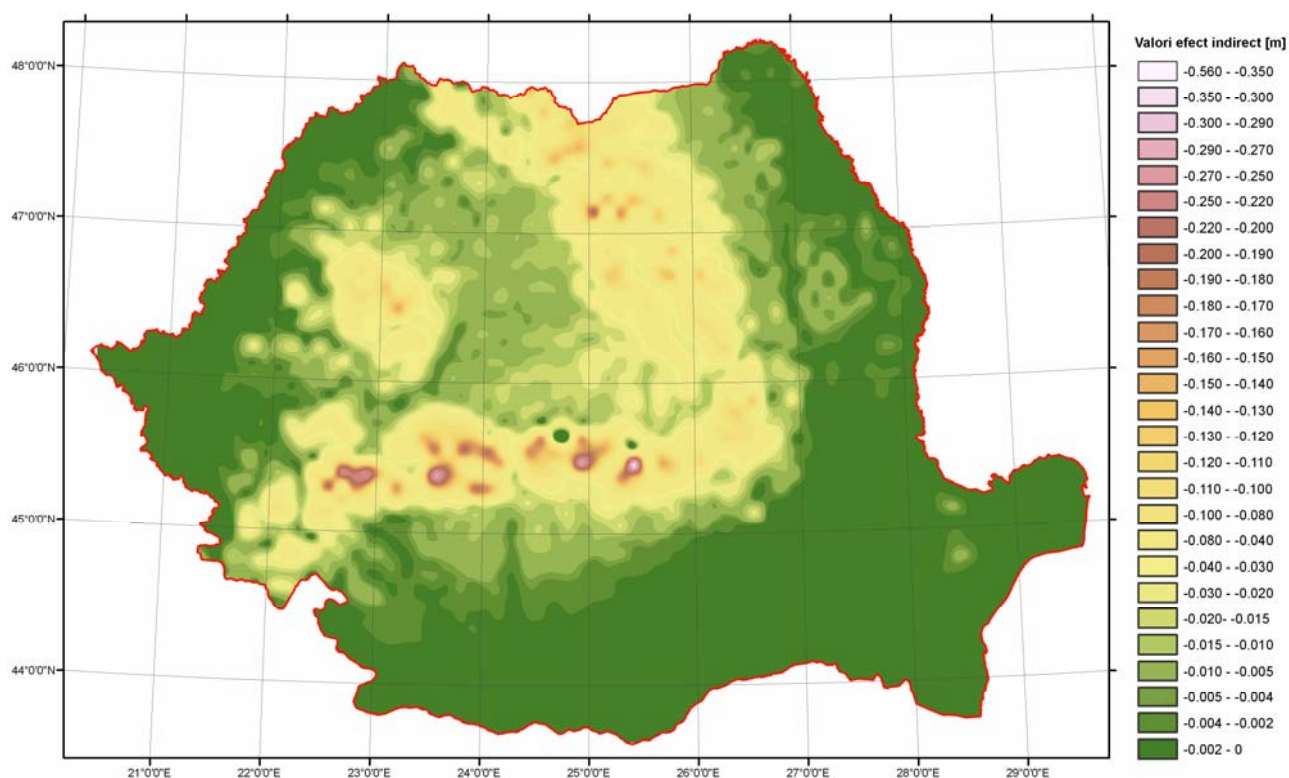


Figura 5. 13: Zonarea efectului indirect al terenului (ArcInfo 9.1 - ArcMap)

La fel ca în cazul corecțiilor de teren, efectul indirect este strâns legat de conformația terenului, acest lucru fiind vizibil și din fig. 5.12 și 5.13: atât valorile efectului cât și dispersia acestora cresc proporțional cu altitudinea.

Determinarea efectului indirect s-a făcut de asemenea cu un program propriu (vezi Anexa 2).

## 5.5. CALCULUL ANOMALIILOR GRAVITĂȚII

### 5.5.1 Prelucrări ale datelor în punctele rețelei

Pentru punctele rețelei gravimetrice s-au preluat următoarele date: latitudine, longitudine și valoarea gravității. S-a preferat utilizarea acestora și recalcularea diverselor corecții și reduceri pentru a se obține maximul de precizie posibil în aceste condiții.

Prima corecție aplicată a fost corecția atmosferică. Pentru determinarea acesteia s-a folosit relația:

$$\delta g_A = 0.87e^{-0.116 \cdot H^{1.047}} \text{ (mgali)}. \quad (5.5)$$



**Tabelul 5. 4: Statistici ale corecției atmosferice**

Valoare (mgali)	$\delta g_A$
<b>Minimă</b>	0.781
<b>Maximă</b>	0.870
<b>Medie</b>	0.847
<b><math>\sigma</math></b>	0.020

Această corecție se adună valorilor gravității. Aplicarea ei s-a considerat necesară deoarece din documentele existente nu reiese că ea ar fi fost aplicată acestor puncte. Singurele puncte care au cu certitudine aplicată această corecție sunt punctele care au măsurători gravimetrice absolute și care nu sunt incluse în setul de date. Această corecție are valori maxime la nivelul mării. Deși valorile ei sunt relativ mici, în condițiile determinării unor undulații ale geoidului având precizia sub 5 cm sunt absolut necesare, deoarece au un efect cumulativ.

Pentru obținerea anomaliilor Faye s-au determinat corecțiile în aer liber, cu care se vor corecta anomaliile gravității  $\Delta g$  ( $\Delta g = g - \gamma$ ). Această corecție este utilizată pentru continuarea în jos (sau în sus) a gravității folosind gradientul vertical al gravității normale.

Corecția în aer liber de ordinul doi este mult mai riguroasă decât uzuala aproximare liniară de 0.3086 mGali/m deoarece ține cont de forma elipsoidală a Pământului.

Relația utilizată la calculul acestei corecții este (NIMA, 2000):

$$\delta g_F = \frac{2\gamma}{a}(1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi)H - \frac{3\gamma}{a^2}H^2. \quad (5.6)$$

Statistici ale diferențelor dintre corecția de ordinul doi și cea liniară sunt prezentate în tabelul 5.5:

**Tabelul 5. 5: Statistici ale corecției în aer liber**

Valoare (mgali)	$\delta g_F$ liniar	$\delta g_F$ ordinul II	Diferențe (ord. II - liniar)
<b>Minimă</b>	0.164	0.163	-0.950
<b>Maximă</b>	288.100	287.194	0.622
<b>Medie</b>	76.031	76.014	-0.017
<b><math>\sigma</math></b>	64.127	64.068	0.241

Deși diferențele dintre aproximarea liniară și corecția de gradul II sunt mici, ele au un caracter sistematic și nu implică un efort deosebit pentru calculare.

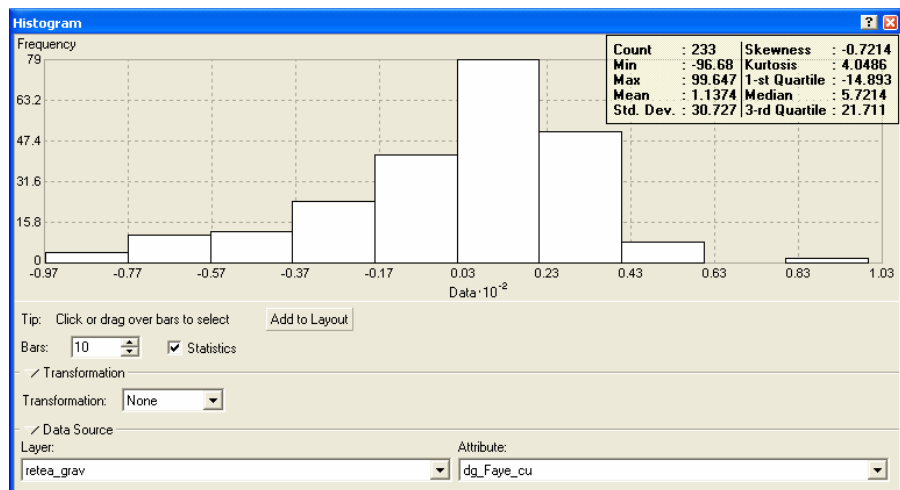
Prin aplicarea corecțiilor descrise anterior anomaliilor gravității din punctele rețelei s-au obținut anomaliile Faye (cu relația 2.17, unde  $g^P$  are aplicată și corecția dată de relația 5.1) .



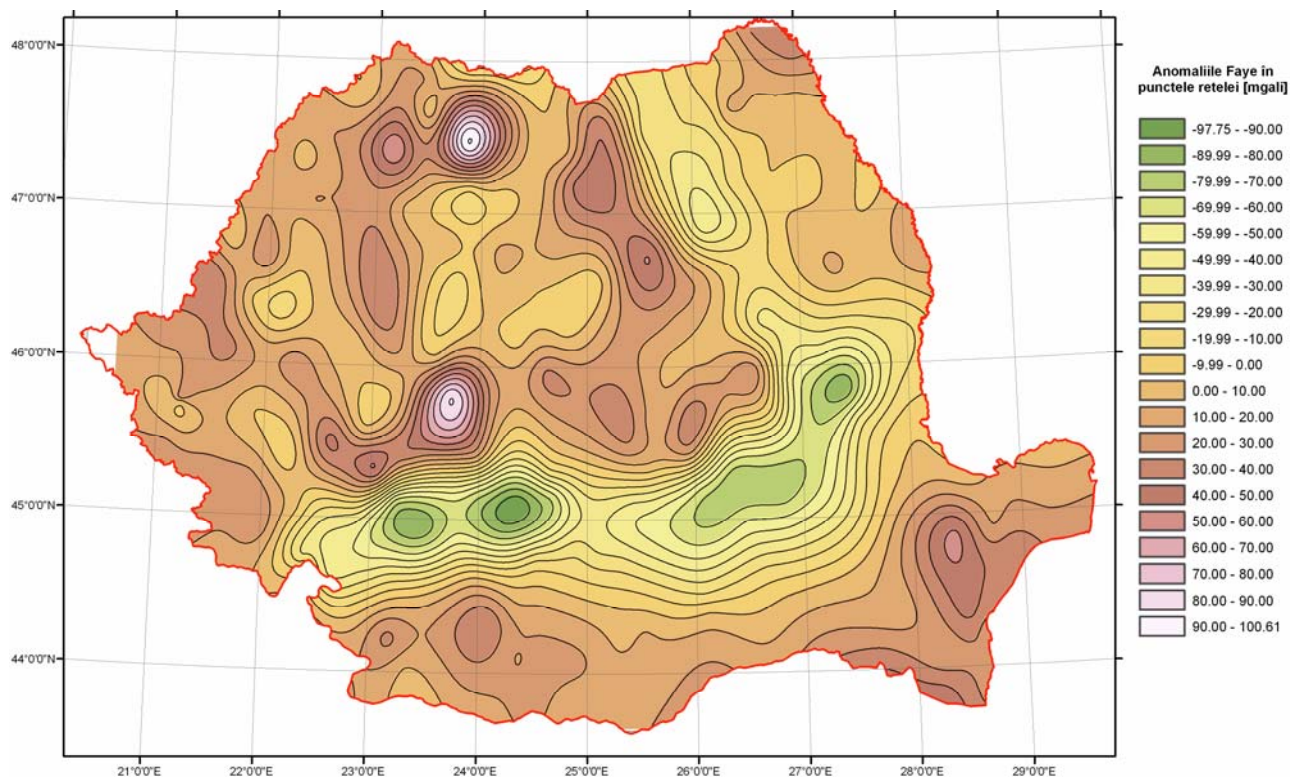


**Tabelul 5. 6: Statistici ale anomaliilor Faye din punctele rețelei**

Valoare (mgali)	$\Delta g_F$
<b>Minimă</b>	-96.680
<b>Maximă</b>	99.647
<b>Medie</b>	1.137
<b><math>\sigma</math></b>	30.727



**Figura 5. 14: Histograma valorilor anomaliilor Faye determinate în punctele rețelei (ArcInfo 9.1 – Geostatistical Analyst)**



**Figura 5. 15: Zonarea anomaliilor Faye determinate în punctele rețelei (ArcInfo 9.1 - ArcMap)**



Deoarece aceste puncte s-au folosit la verificarea anomaliilor Bouger din punctele gridului, a fost necesară determinarea anomaliilor Bouger și în punctele rețelei. Având corecțiile de teren determinate și în aceste puncte, calculul anomaliilor Bouger nu a ridicat nici o problemă, fiind o simplă aplicare a relației 2.20.

Tabelul 5. 7: Statistici ale anomaliilor Bouger din punctele rețelei

Valoare (mgali)	$\Delta g_B$
<b>Minimă</b>	-111.447
<b>Maximă</b>	69.291
<b>Medie</b>	-16.909
<b><math>\sigma</math></b>	33.419

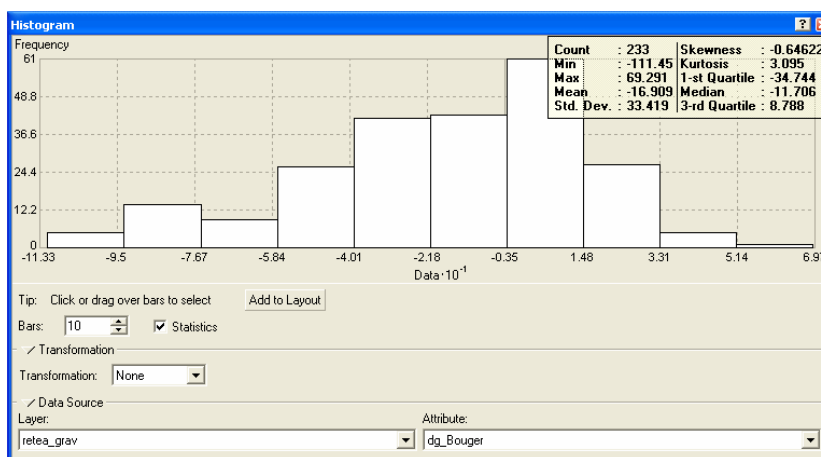


Figura 5. 16: Histograma valorilor anomaliilor Bouger determinate în punctele rețelei (ArcInfo 9.1 – Geostatistical Analyst)



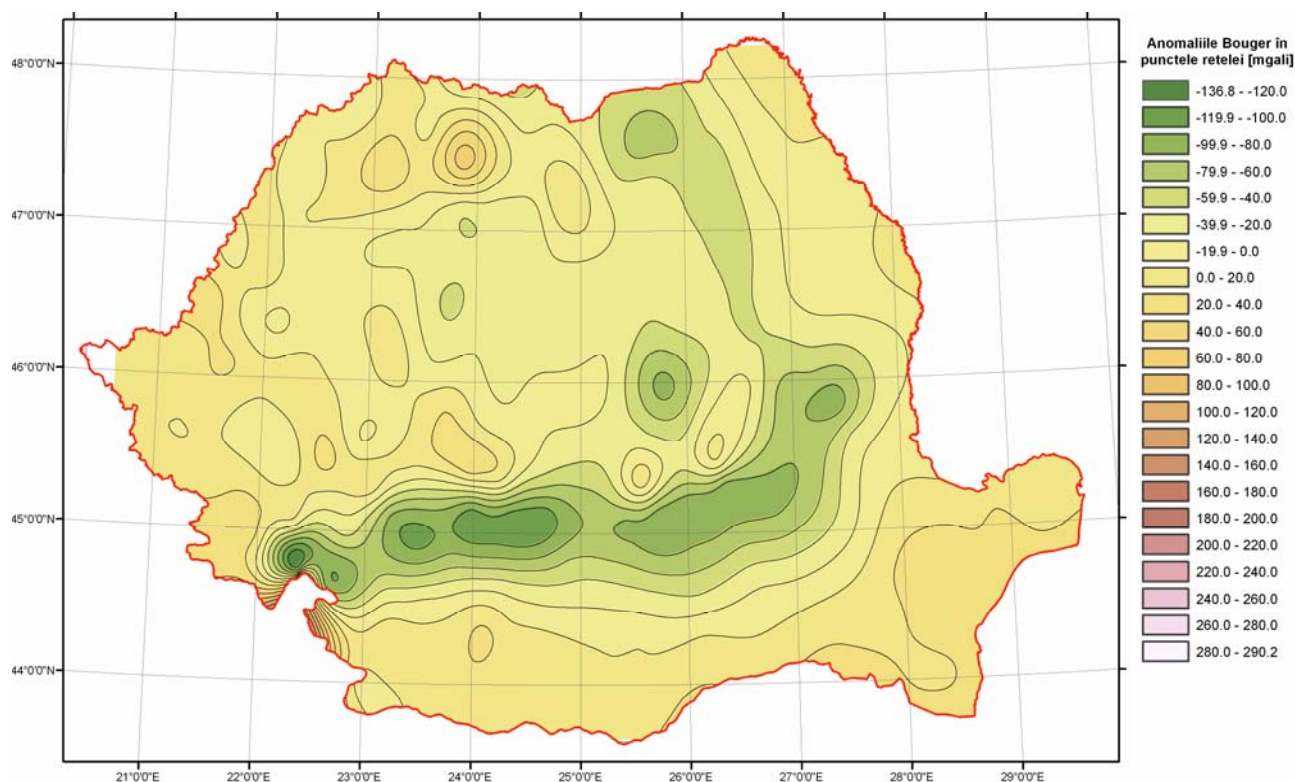


Figura 5. 17: Zonarea anomaliilor Bouguer determinate în punctele rețelei (ArcInfo 9.1 - ArcMap)

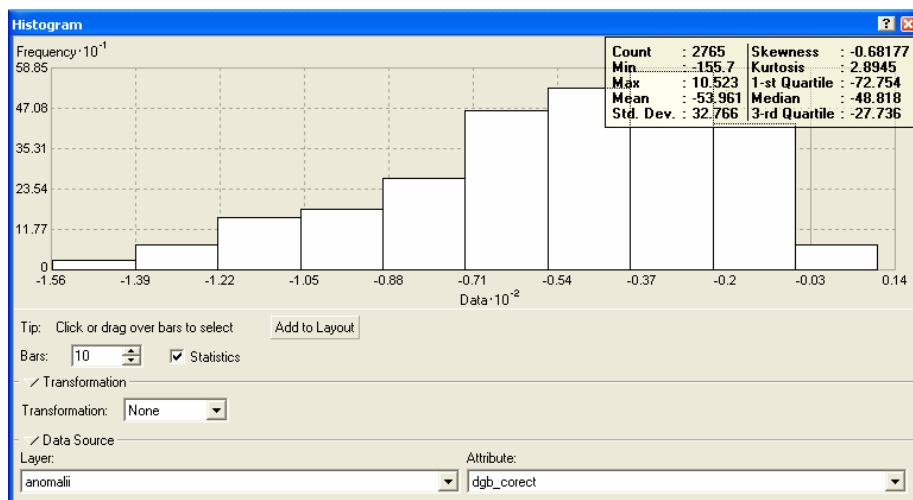
### 5.5.2 Prelucrări ale datelor din punctele gridului

Deoarece pentru determinarea undulațiilor geoidului gravimetric local s-a utilizat algoritmul „remove - restore” și MGG EGM96, care este determinat față de WGS84, toate calculele s-au făcut utilizând parametrii acestui elipsoid.

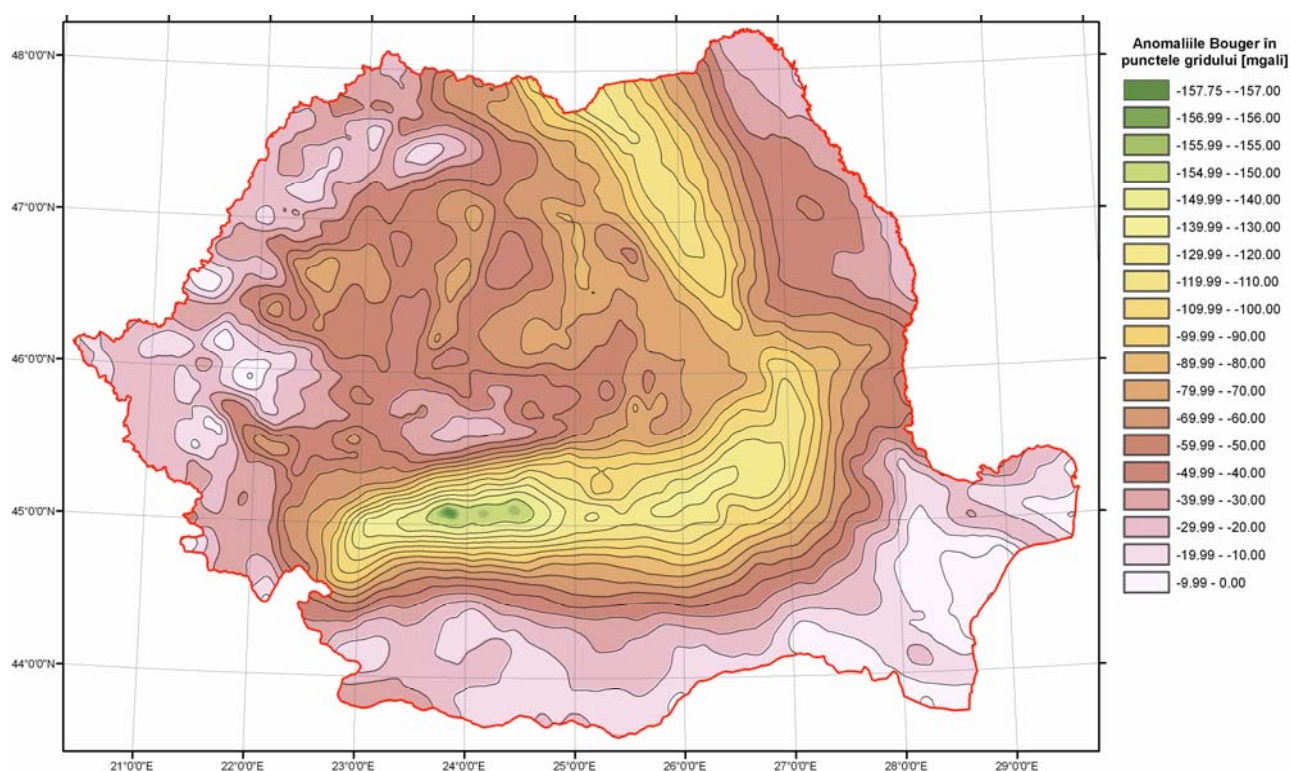
Datele preluate de la BGI au utilizat în calcule o relație diferită a gravității normale, motiv pentru care a fost necesară determinarea unor corecții între gravitatea normală obținută cu formula (5.1) și cea obținută cu formula (5.3). Corecțiile determinate au fost aplicate anomaliilor Bouguer ( $\Delta g_{B \text{ corectat}} = \Delta g_{B \text{ BGI}} + c$ ).

Tabelul 5. 8: Statistici ale corecțiilor gravității normale aduse anomaliilor Bouguer din punctele gridului

Valoare (mgali)	$\gamma_{WGS-84}$	$\gamma_{IUGG1930}$	$c = \gamma_{WGS-84} - \gamma_{IUGG1930}$	$\Delta g_{B \text{ BGI}}$	$\Delta g_{B \text{ corectat}}$
<b>Minimă</b>	980495.38	980505.32	-9.93	-146.10	-155.67
<b>Maximă</b>	980917.13	980925.96	-8.83	20.26	10.52
<b>Medie</b>	980695.59	980705.00	-9.41	-44.58	-53.96
<b><math>\sigma</math></b>	104.25	103.98	0.27	32.88	32.76



**Figura 5. 18: Histograma valorilor anomaliilor Bouger corectate în punctele gridului (ArcInfo 9.1 – Geostatistical Analyst)**



**Figura 5. 19: Zonarea anomaliilor Bouger corectate în punctele gridului (ArcInfo 9.1 - ArcMap)**

După corectarea anomaliilor Bouger din punctele gridului, având și corecțiile de relief determinate în aceste puncte, s-au calculat anomaliile Faye.



Tabelul 5. 9: Statistici ale anomaliilor Faye determinate în punctele gridului

Valoare (mgali)	$\Delta g_F$
<b>Minimă</b>	-148.53
<b>Maximă</b>	109.43
<b>Medie</b>	-26.53
<b><math>\sigma</math></b>	31.84

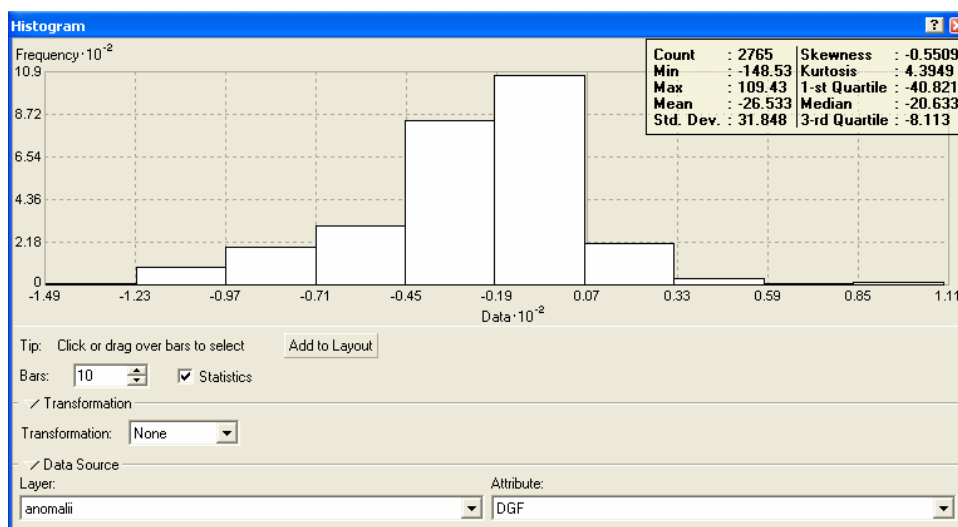


Figura 5. 20: Histograma valorilor anomaliilor Faye determinate în punctele gridului (ArcInfo 9.1 – Geostatistical Analyst)

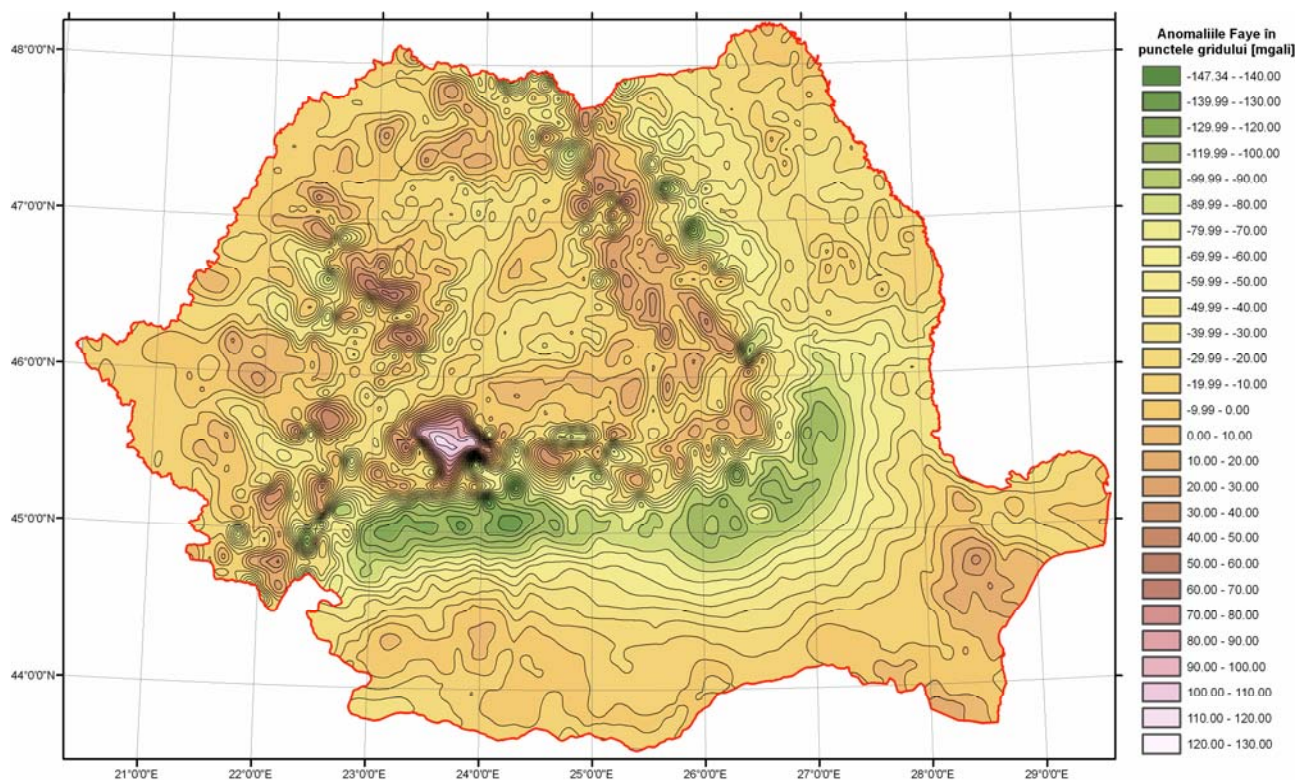


Figura 5. 21: Zonarea anomaliilor Faye determinate în punctele gridului (ArcInfo 9.1 - ArcMap)





## 5.6. ESTIMAREA PRECIZIEI DATELOR INIȚIALE

### 5.6.1 Sistemul de referință orizontal (datum-ul orizontal)

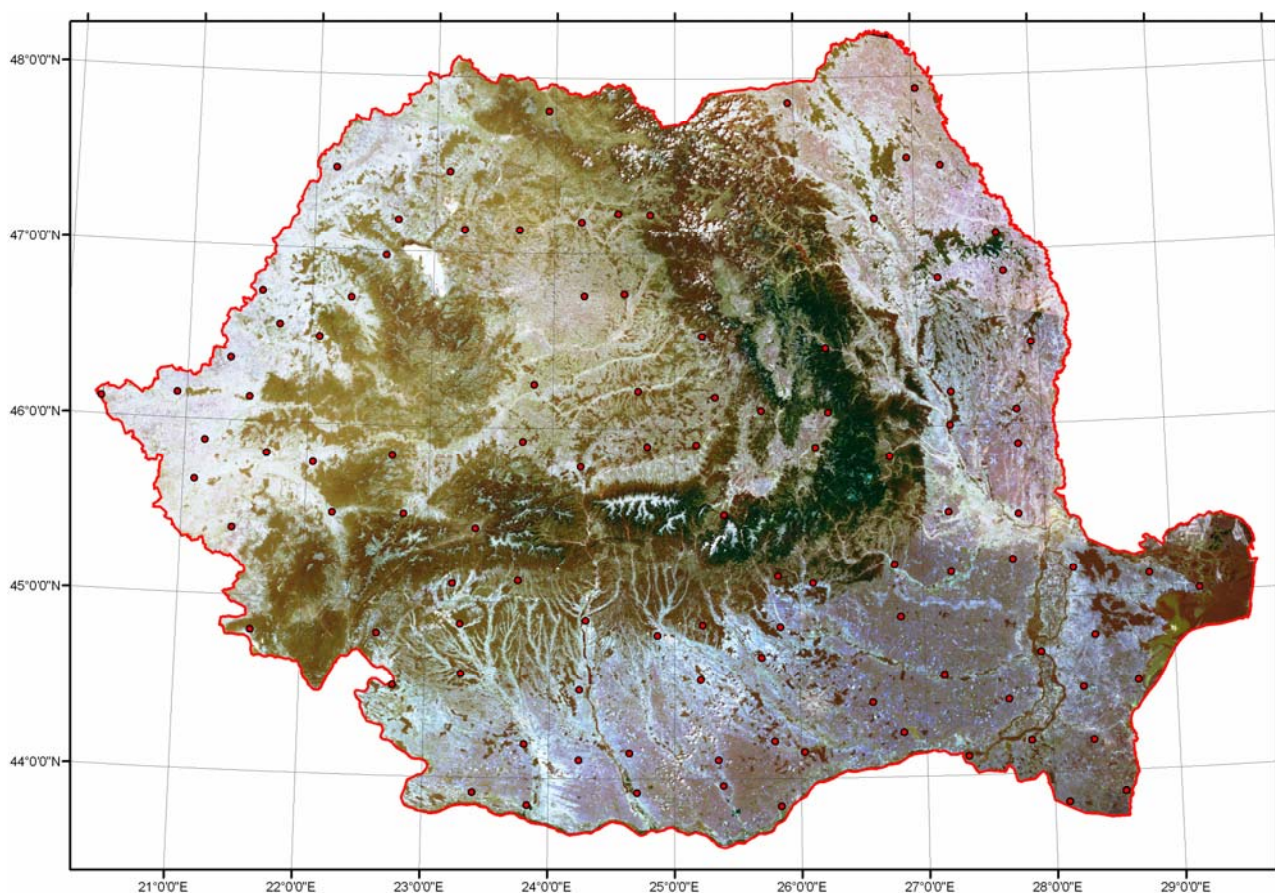
Pentru calculele efectuate în studiul de caz s-a ales ca sistem de referință orizontal sistemul WGS-84. Motivele care au condus la această decizie au fost următoarele:

- modelul digital altimetric, modelul geopotențial global EGM96 și punctele din rețeaua GPS sunt referite la acest sistem;
- sistemul de referință local utilizat în țara noastră, S-42, cu originea la Pulkovo, care utilizează elipsoidul Krasovski, prezintă două dezavantaje care nu pot fi trecute cu vederea în cadrul determinărilor geoidale și anume: nu este geocentric și nu are asociați un set de parametri fizici celor geometrici.

Pentru transformarea coordonatelor din sistemul S-42 în sistemul WGS-84 s-a utilizat programul **Geodezic v.1.0** (vezi Anexa 7).

În cadrul acestui studiu s-au determinat parametrii de transformare între cele două sisteme de coordonate utilizând o transformare ortogonală 3D cu 7 parametri și o transformare polinomială cu 30 de parametri. S-au folosit două transformări pentru control.

Pentru ambele transformări s-au utilizat ponderi globale, bazate pe preciziile generale ale coordonatelor punctelor în cele două sisteme, obținute din compensările rețelelor: 15 cm pentru coordonatele în S-42 și 5 cm pentru coordonatele în WGS-84. Parametrii de transformare s-au determinat pe baza a 121 puncte cu coordonate în ambele sisteme.



**Figura 5. 22: Dispunerea punctelor cu coordonate comune, utilizate la determinarea parametrilor de transformare între cele două sisteme de coordonate (ArcInfo 9.1 - ArcMap)**

a. Determinarea parametrilor de transformare între sistemul de coordonate S42 și WGS84 utilizând o transformare ortogonală 3D cu 7 parametri, cu baricentru

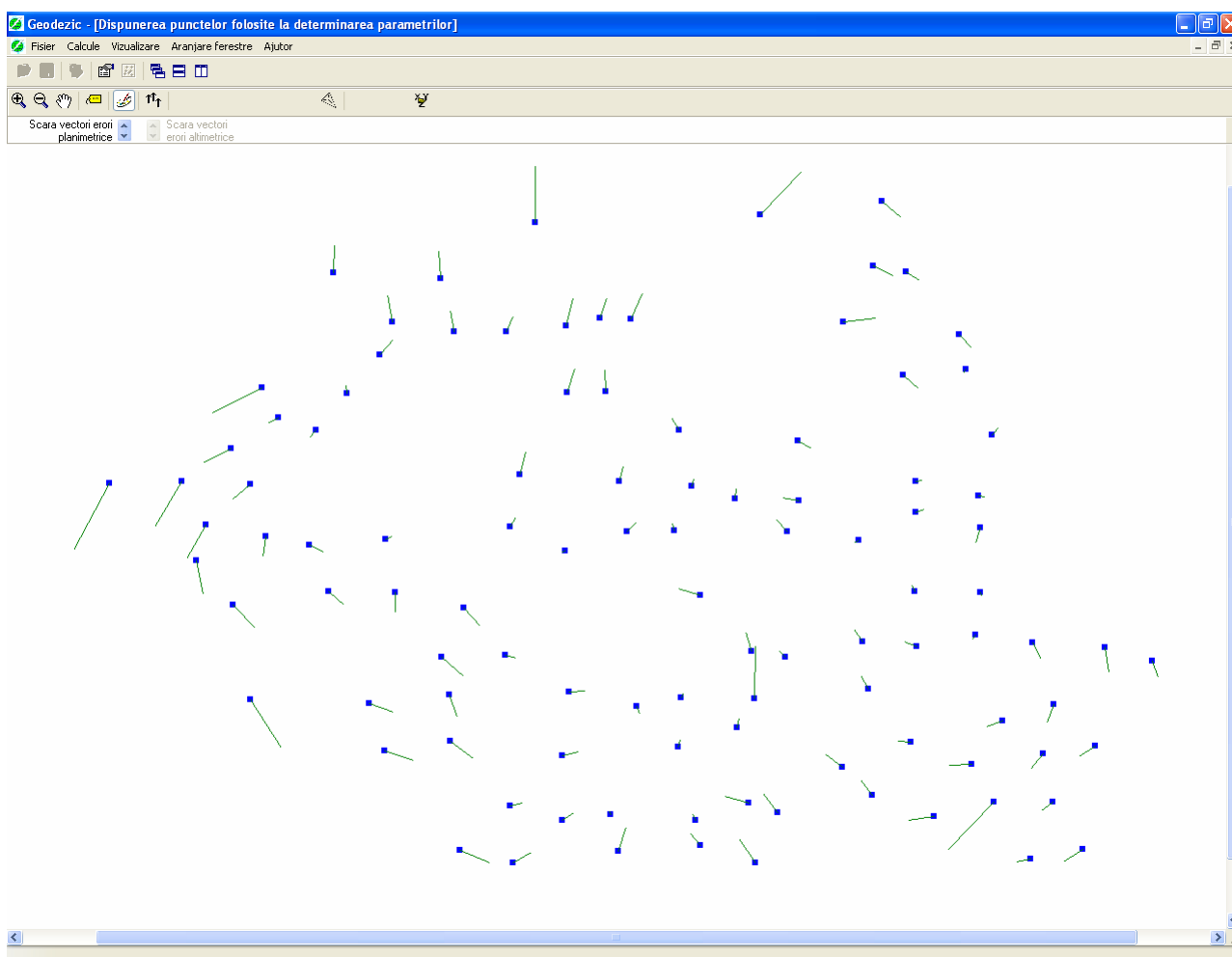
**Tabelul 5. 10: Date primare transformare ortogonală 3D cu 7 parametri**

	Coordonate baricentre (m)		Translații între baricentre (m)
	S-42	WGS-84	
X	4045102.8725	4045125.7144	22.8419
Y	1894848.5444	1894726.3928	-122.1516
Z	4533029.1897	4532947.9376	-81.2521



**Tabelul 5. 11: Parametri obținuți folosind o transformare ortogonală 3D cu 7 parametri**

Parametru	Valoare	Precizie	UM
Translație X	22.841	+/- 0.03482304	m
Translație Y	-122.151	+/- 0.02777286	m
Translație Z	- 81.252	+/- 0.03674627	m
Rotație X	0.0275266327	+/- 0.01942311	Sec
Rotație Y	0.0695659155	+/- 0.03009501	Sec
Rotație Z	0.0864319272	+/- 0.01803330	Sec
Scara m	1.0000046304	+/- 0.00000014	-
Abaterea standard		0.2256	m



**Figura 5. 23: Distribuția erorilor planimetrice ale transformării 3D ortogonale cu 7 parametri în punctele utilizate la determinarea parametrilor (Geodezic v.1.0)**



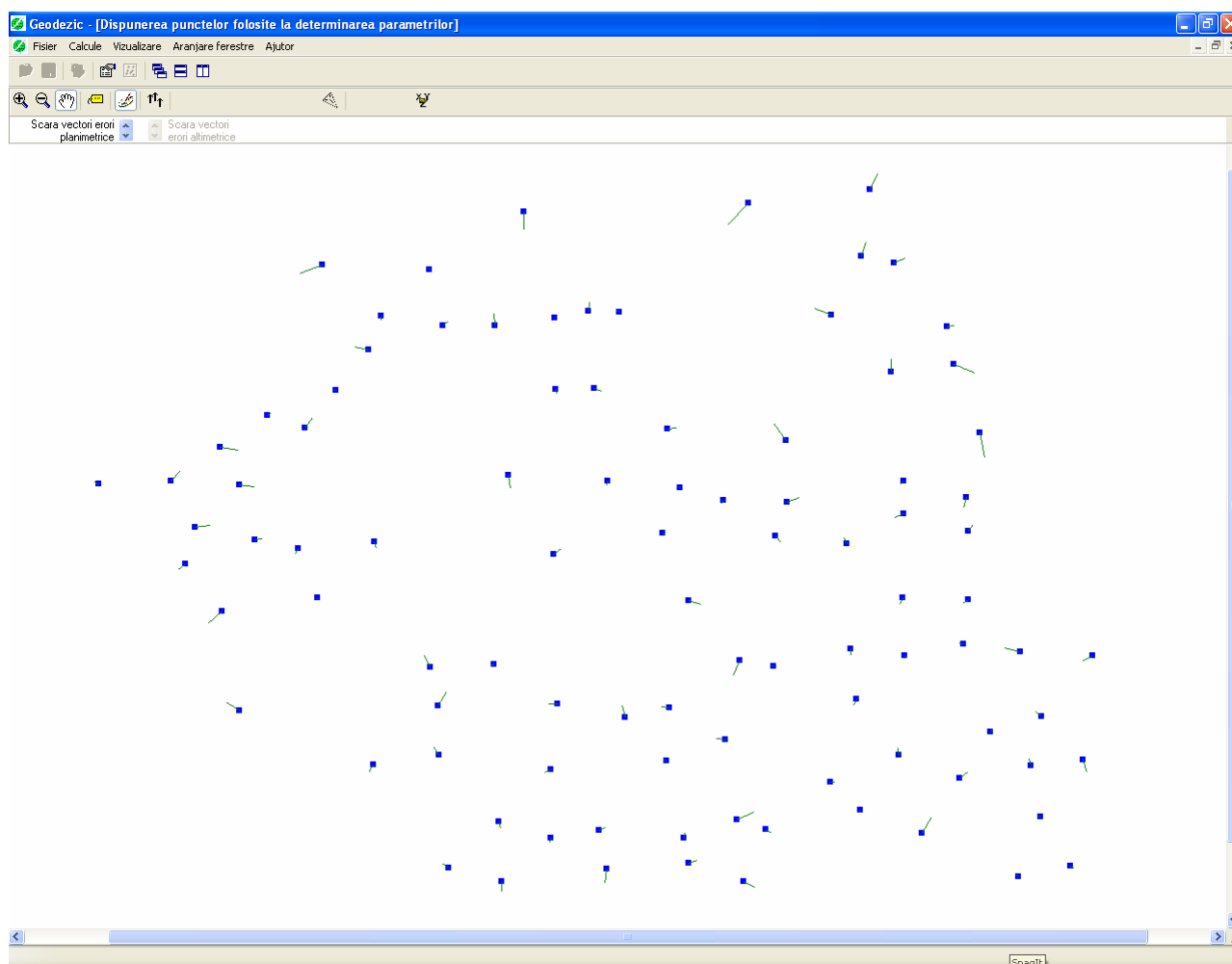
*b. Determinarea parametrilor de transformare între sistemul de coordonate S42 și WGS84 utilizând o transformare polinomială cu 30 de parametri*

**Tabelul 5. 12: Date primare transformare polinomială cu 30 parametri**

	Coordonate baricentre (m)		Translații între baricentre (m)
	S-42	WGS-84	
X	4042289.8707	4042312.6887	22.8181
Y	1897051.7624	1896929.6077	-122.1547
Z	4534568.9740	4534487.6996	- 81.2745

**Tabelul 5. 13: Parametri obținuți folosind o transformare polinomială cu 30 parametri**

	Parametru	Valoare	Precizie
X	$\beta_{x0}$	23.6801348747	+/- 0.64765332
	$\beta_{x1}$	- 0.0001894802	+/- 0.00010838
	$\beta_{x2}$	0.0000000028	+/- 0.00005091
	$\beta_{x3}$	0.0000000024	+/- 0.00012215
	$\beta_{x4}$	- 1.0000784188	+/- 0.00000000
	$\beta_{x5}$	- 0.0000000004	+/- 0.00000000
	$\beta_{x6}$	- 0.0000000026	+/- 0.00000000
	$\beta_{x7}$	- 0.0002140192	+/- 0.00000000
	$\beta_{x8}$	- 0.0000000036	+/- 0.00000000
	$\beta_{x9}$	- 0.0000000034	+/- 0.00000000
Y	$\beta_{y0}$	-123.1548768537	+/- 0.64765332
	$\beta_{y1}$	0.0000000024	+/- 0.00010838
	$\beta_{y2}$	0.0000000022	+/- 0.00005091
	$\beta_{y3}$	0.8944881411	+/- 0.00012215
	$\beta_{y4}$	- 0.0001750859	+/- 0.00000000
	$\beta_{y5}$	- 0.0000000015	+/- 0.00000000
	$\beta_{y6}$	- 0.0000000014	+/- 0.00000000
	$\beta_{y7}$	- 0.0001012616	+/- 0.00000000
	$\beta_{y8}$	- 0.0000000008	+/- 0.00000000
	$\beta_{y9}$	- 0.0000000082	+/- 0.00000000
Z	$\beta_{z0}$	- 81.2745617193	+/- 0.64765332
	$\beta_{z1}$	0.0000000005	+/- 0.00010838
	$\beta_{z2}$	0.0000000053	+/- 0.00005091
	$\beta_{z3}$	- 0.0001563421	+/- 0.00012215
	$\beta_{z4}$	- 0.0000000012	+/- 0.00000000
	$\beta_{z5}$	- 0.0000000013	+/- 0.00000000
	$\beta_{z6}$	1.4459982756	+/- 0.00000000
	$\beta_{z7}$	- 1.0002459294	+/- 0.00000000
	$\beta_{z8}$	- 0.0000000048	+/- 0.00000000
	$\beta_{z9}$	- 0.0000000039	+/- 0.00000000
Abaterea standard		0.2095 m	



**Figura 5. 24: Distribuția erorilor planimetrice ale transformării 3D cu 30 de parametri în punctele utilizate la determinarea parametrilor (Geodezic v.1.0)**

Parametrii determinați prin ambele metode au precizii comparative (20 - 22 cm), deși cei determinați prin metoda polinomială au erorile ceva mai omogene și mai bine distribuite. Totuși, la nivelul de precizie estimat pentru rezultatele acestui studiu diferența dintre metode este nesemnificativă. Datorită simplității și posibilității implementării în alte programe „de firmă” pentru calcule s-au utilizat parametrii determinați prin transformarea ortogonală 3D cu 7 parametri (*a*).

### 5.6.2 Sistemul de altitudini

Sistemul de altitudini oficial la noi în țară este sistemul normal, referit la nivelul mediu al Mării Negre, cu originea la Constanța.

MDAT conține altitudini ortometrice. Pentru uniformizarea sistemelor ar fi trebuit să transformăm altitudinile normale în altitudini ortometrice, dar, datorită faptului că diferențele dintre cele două sisteme ating valori de maxim 15-17 cm și sunt sub nivelul de precizie al MDAT, s-au considerat a fi irelevante pentru majoritatea estimărilor.





### 5.6.3 Modelul digital altimetric

Pentru a se obține informații privind precizia acestui model, s-au folosit 14.671 puncte din rețelele de nivelment de ordinul I-V determinate de către Direcția Topografică Militară.

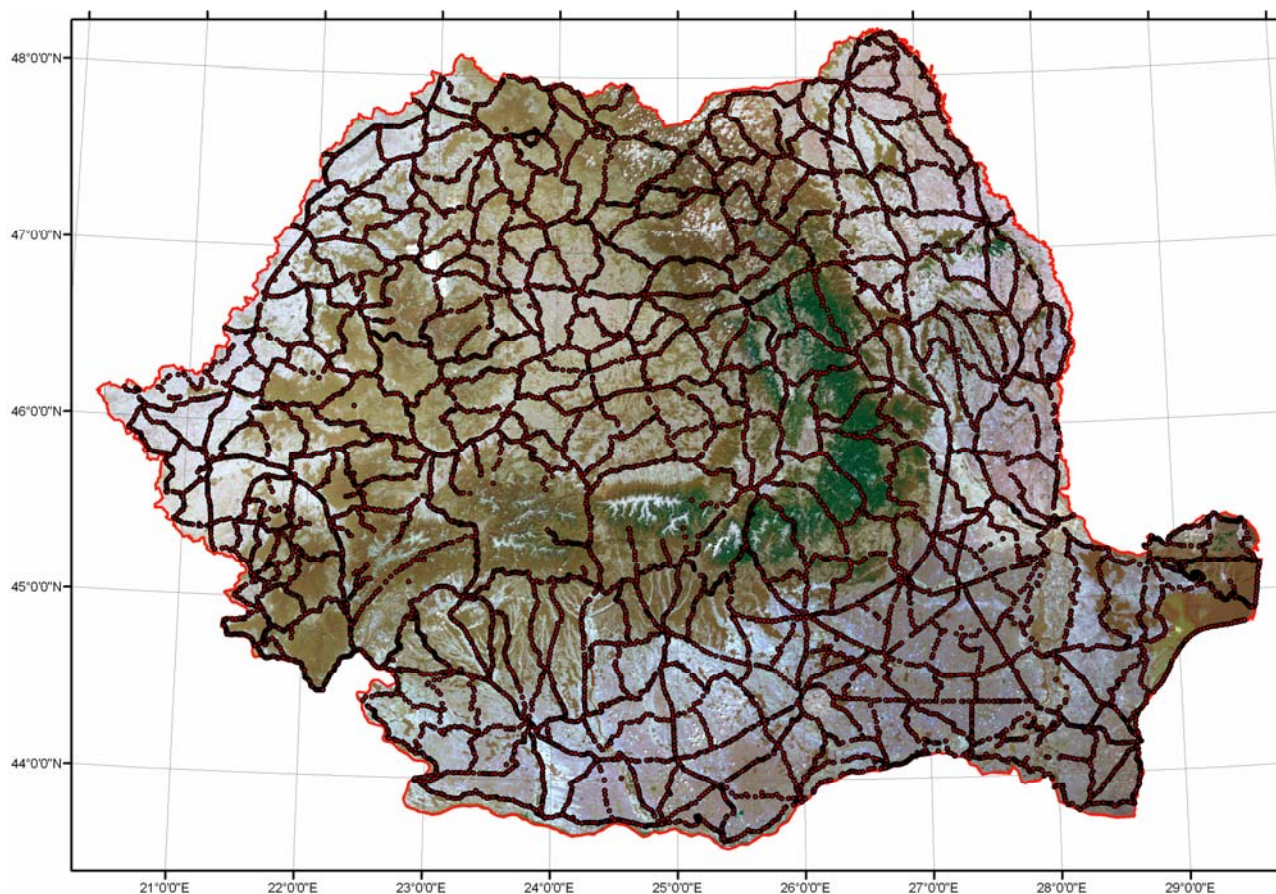


Figura 5. 25: Punctele utilizate la studiul preciziei modelului altimetric digital (ArcInfo 9.1 - ArcMap)

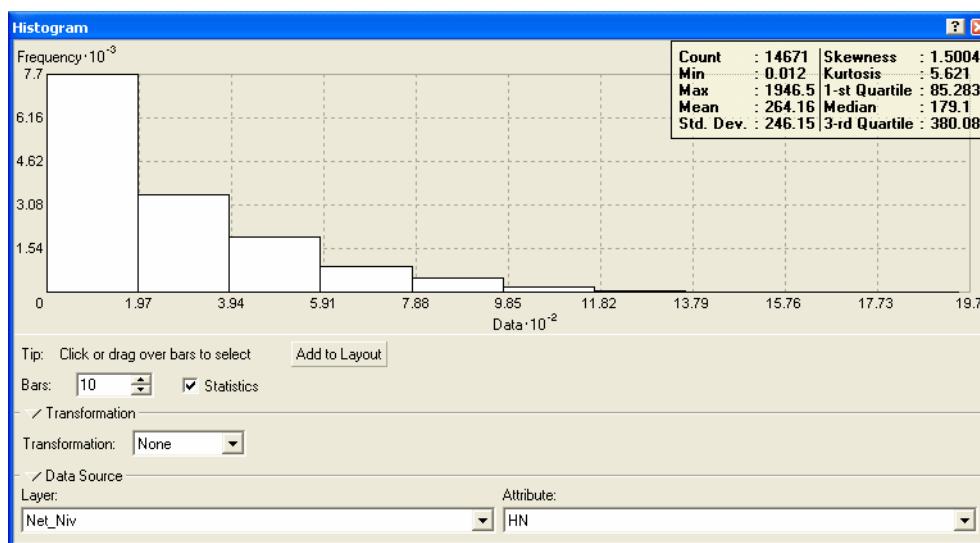


Figura 5. 26: Histograma valorilor altitudinilor obținute prin nivelment în punctele rețelei (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst)

În aceste puncte s-au interpolat altitudinile pe baza MDAT, utilizându-se o interpolare biliniară deoarece, având în vedere dimensiunea celulei modelului și nivelul de precizie al acestuia, s-a considerat a fi cea mai potrivită.

Având în punctele rețelei atât altitudinile obținute prin nivelment cât și cele obținute prin interpolare s-a putut face o estimare a preciziei modelului. Datele statistice privind rețeaua de puncte, MDAT și diferențele dintre acestea sunt prezentate în tabelul 5.14:

Tabelul 5. 14: Statistici ale datelor altimetrice

Valoare (metri)	Altitudini în punctele rețelei, obținute prin nivelment	Altitudini în punctele rețelei, obținute prin interpolare	Diferențe absolute (valori măsurate – valori interpolate)
Minimă	0.012	-2.000	0.000
Maximă	1825.882	1825.000	29.869
Medie	243.639	243.222	4.949
$\sigma$	225.180	226.424	5.232

Din analiza tabelului 5.1 rezultă că eroarea altimetrică a MDAT este cuprinsă între -0.283 m și +10.191 m.

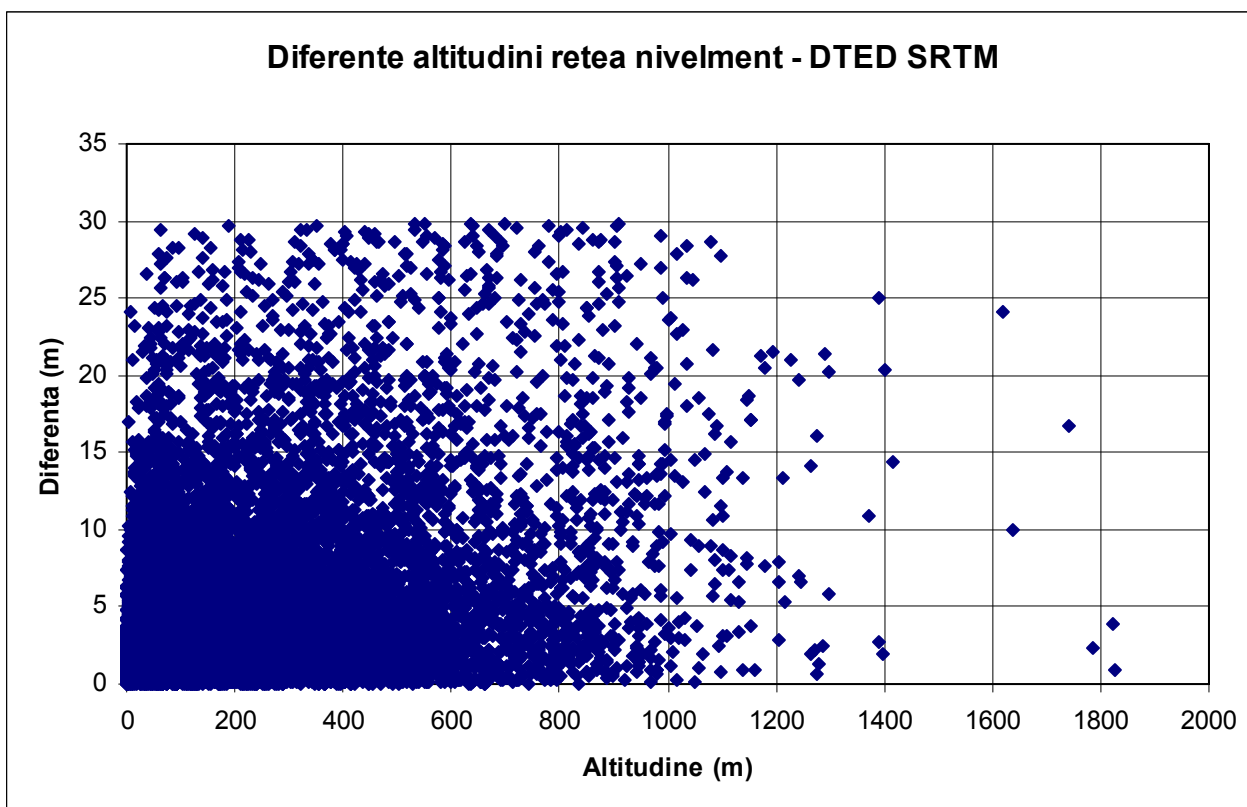
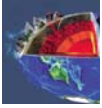


Figura 5. 27: Distribuția diferențelor de altitudine între valorile măsurate și cele interpolate (Microsoft Excel 2003)

*Observații:*

1. Valoarea obținută este un indicator general al preciziei, care poate să confirme sau să infirme valoarea furnizată de producător pentru întreg modelul. Ar fi mult mai util ca informațiile privind precizia MDAT să fie date la nivel de celulă, având astfel posibilitatea filtrării datelor în funcție de tipul determinării.
2. Referința verticală a MDAT este nivelul mediu al mării (MSL - dat de modelul geopotențial global EGM96). Deoarece diferențele între MSL și referințele verticale utilizate la noi în țară nu sunt specificate, erorile introduse de aceste diferențe sunt necunoscute, iar problemele generate de acest aspect deschise studiului;
3. Deși sistemul altimetric oficial la noi în țară este cel normal, există multe dubii privind aplicarea corecțiilor gravimetrice care definesc acest sistem, mai ales altitudinilor rezultate în urma măsurătorilor din rețelele de nivelment de ordinul II sau inferior.



#### 5.6.4 Anomaliile Bouger furnizate de BGI

Deși gridul cu anomalii Bouger a fost însoțit de câteva informații privind precizia acestora, datorită vechimii lor s-a considerat necesar să se facă o nouă estimare. Pentru acest lucru s-au comparat anomaliile Bouger calculate în punctele rețelei cu cele interpolate în aceleași puncte.

Pentru estimare s-a utilizat krigingul normal (obișnuit) sau B.L.U.E. (Best Liniar Unbiased Estimator), cunoscut ca fiind cel mai bun estimator liniar nedeplasat. El este „liniar” pentru că estimările sale sunt combinații liniare ponderate ale tuturor datelor; este „nedeplasat” deoarece eroarea medie trebuie să fie nulă; este „cel mai bun” deoarece tinde să minimizeze varianța erorilor  $\sigma_R^2$ .

Relațiile de calcul folosite sunt următoarele (Isaaks, 1989):

$$\sum_{j=1}^n w_j \tilde{C}_{ij} + \mu = \tilde{C}_{i0} \quad \forall i=1, \dots, n, \quad (5.7)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1. \quad (5.8)$$

Matricial, sistemul poate fi scris astfel:

$$\begin{matrix} \mathbf{C} & * & \mathbf{w} & = & \mathbf{D} \\ \begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & \dots & \tilde{C}_{1n} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}_{n1} & \dots & \tilde{C}_{nn} & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} & * & \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \mu \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \tilde{C}_{10} \\ \vdots \\ \tilde{C}_{n0} \\ 1 \end{bmatrix}, \\ (n+1) \times (n+1) & & (n+1) \times 1 & & (n+1) \times 1 \end{matrix} \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} * \mathbf{w} &= \mathbf{D}, \\ \mathbf{C}^{-1} * \mathbf{C} * \mathbf{w} &= \mathbf{C}^{-1} * \mathbf{D}, \\ \mathbf{I} * \mathbf{w} &= \mathbf{C}^{-1} * \mathbf{D}, \\ \mathbf{w} &= \mathbf{C}^{-1} * \mathbf{D}. \end{aligned}$$

Elementele matricei  $\mathbf{C}$  sunt covarianțele dintre punctele cu mărimi cunoscute. Elementele vectorului  $\mathbf{D}$  sunt covarianțele dintre punctele cu mărimi cunoscute și punctul în care se face estimarea. Având vectorul ponderilor determinat, valoarea estimată este dată de relația:

$$\hat{v}_0 = \sum_{i=1}^n w_i v_i, \quad (5.10)$$



unde  $v_i$  sunt mărimile cunoscute, iar  $\hat{v}_0$  este valoarea estimată.

Un mare avantaj al acestei metode este faptul că oferă pe lângă valoarea estimată și un indicator al preciziei de estimare. Varianța minimizată a estimării este dată de relația:

$$\hat{\sigma}_R^2 = \tilde{\sigma}^2 - \sum_{i=1}^n w_i \tilde{C}_{i0} + \mu. \quad (5.11)$$

Conform (Moritz, 1980), pentru anomaliile Bouger se pot utiliza următoarele funcții de covarianță:

$$C(p_i p_j) = C(s_{ij}) = \frac{C_0}{\left(1 + \frac{s_{ij}^2}{d^2}\right)^{\frac{1}{2}}}, \quad (5.12)$$

$$C(p_i p_j) = C(s_{ij}) = \frac{C_0}{\left(1 + \frac{s_{ij}^2}{d^2}\right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (5.13)$$

Relațiile (5.12) și (5.13) sunt valabile pentru  $s_{ij} < 100$  km, caz în care distanța maximă de corelație  $d$  se consideră egală cu 40 km, iar  $C_0 = 337$  mgali.

În studiul efectuat s-a utilizat relația (5.12). În urma estimării anomaliilor Bouger în punctele rețelei, pe baza anomaliilor din grid, s-au obținut atât diferențele dintre valorile estimate și cele calculate cât și precizia interpolării.

**Tabelul 5. 15: Statistici privind studiul preciziei anomaliilor Bouger din grid**

<b>Valoare (mgali)</b>	<b><math>\Delta g_B</math> calculat</b>	<b><math>\Delta g_B</math> interpolat</b>	<b>diferențe absolute <math>\Delta g_B</math> calculat - <math>\Delta g_B</math> interpolat</b>	<b>eroare de interpolare</b>	<b>eroare totală anomali</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>Minimă</b>	-111.447	-134.779	1.807	0.005	2.014
<b>Maximă</b>	69.291	24.491	94.979	0.446	95.093
<b>Medie</b>	-16.909	-35.862	19.896	0.118	20.013
<b><math>\sigma</math></b>	33.419	35.288	15.154	0.073	15.146

Din analiza tabelului 5.15 se poate vedea că erorile anomaliilor Bouger au valori cuprinse între 4,867 și 35,159 mgali.



*Observații:*

1. Interpolările s-au efectuat cu ajutorul unui program propriu (vezi Anexa 3);
2. Diferențele mari constatate provin în primul rând de la metodele diferite folosite la determinarea corecțiilor de relief: în cadrul studiului s-a utilizat metoda prismelor, iar anomaliile Bouger furnizate de BGI au corecțiile de relief determinate prin metoda cercurilor sau inelelor concentrice (metoda Schleusener);
3. Alte erori mai pot proveni de la diverse aproximații făcute în perioada când s-au determinat anomaliile furnizate BGI (anii '70) la reducerile gravimetrice, precum și din alte cauze cum ar fi densitatea gridului, metodele de interpolare aplicate la crearea acestuia etc.

### 5.6.5 Modelul geopotențial global EGM96

Conform (NIMA, 2000), EGM96 are erori cuprinse între  $\pm 0.5$  și  $\pm 1.0$  metri (1 sigma) pe întreg globul. De asemenea, mai sunt date următoarele valori:

- valoare minimă = -106.99 metri
- valoare maximă = 85.39 metri
- valoare medie = -0.57 metri
- abatere standard = 30.56 metri

Din practică s-a constatat că pentru teritoriul României erorile pot avea valori de până la  $\pm 1.2$  metri.

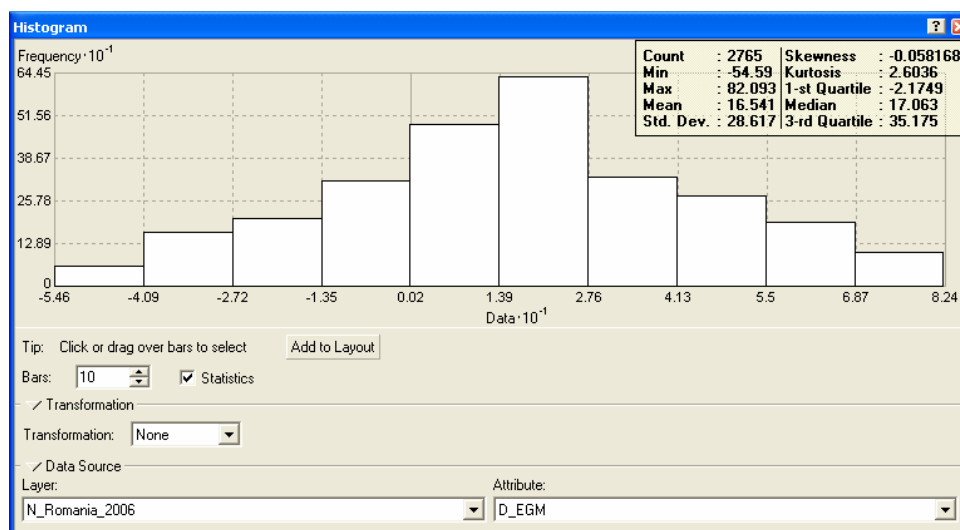
### 5.7. DETERMINAREA COMPONENTELOR DE LUNGIME MARE DE UNDĂ PE BAZA MODELULUL GEOPOTENȚIAL GLOBAL EGM96

Pe baza acestui model geopotențial s-au determinat atât anomaliile gravității cât și undulațiile geoidului în punctele gridului, ambele reprezentând influența zonei îndepărtate sau componenta de lungime mare de undă. Aceste mărimi sunt absolut necesare la determinarea undulațiilor geoidului folosind algoritmul „*remove - restore*”.

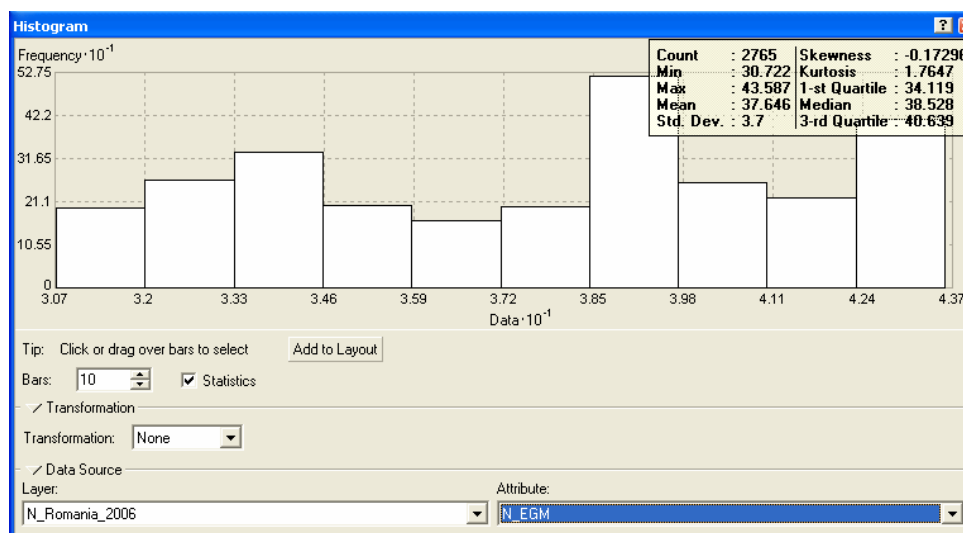
**Tabelul 5. 16: Statistici ale datelor obținute în punctele gridului din modelul geopotențial EGM96**

Valoare	$\Delta g_{\text{EGM96}}$ (mgali)	$N_{\text{EGM96}}$ (metri)
Minimă	-54.5902	30.722
Maximă	82.093	43.587
Medie	16.541	37.646
$\sigma$	28.617	3.699

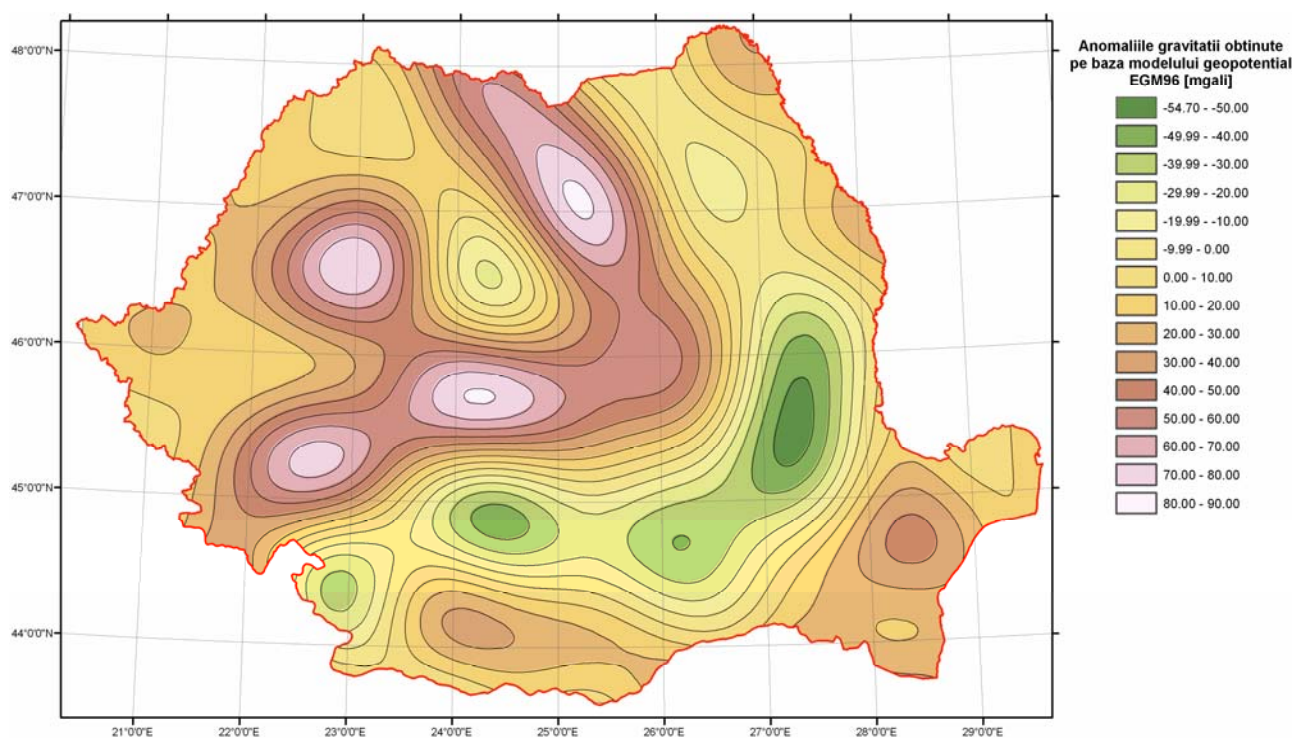




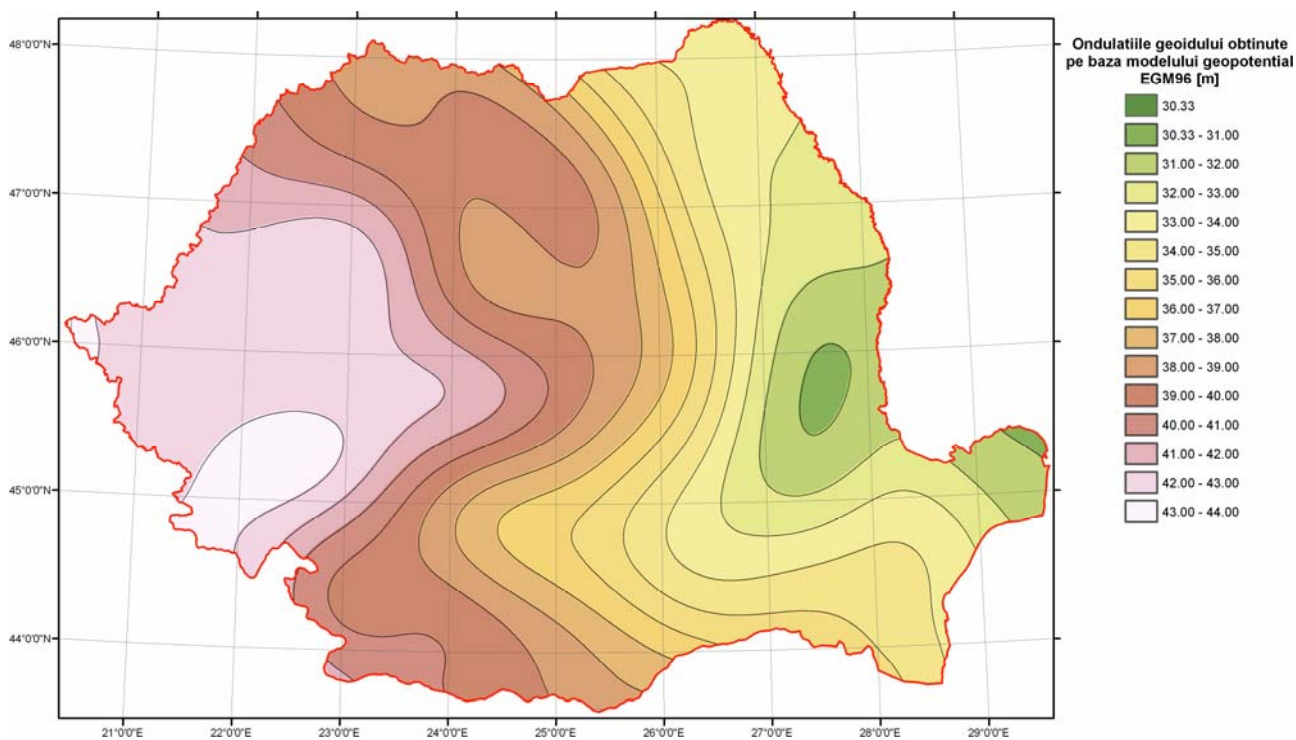
**Figura 5. 28: Histograma valorilor anomaliilor gravității obținute pe baza modelului geopotențial global EGM96 în punctele gridului (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst)**



**Figura 5. 29: Histograma valorilor undulațiilor geoidului obținute pe baza modelului geopotențial global EGM96 în punctele gridului (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst)**



**Figura 5. 30: Zonarea anomaliilor gravitației obținute pe baza modelului geopotențial global EGM96 în punctele gridului (ArcInfo 9.1 - ArcMap)**



**Figura 5. 31: Zonarea undulațiilor geoidului obținute pe baza modelului geopotențial global EGM96 în punctele gridului (ArcInfo 9.1 - ArcMap)**





*Observații:*

1. Calculele s-au efectuat cu un program propriu, descris în anexa 4;
2. EGM96 reprezintă o familie de modele geopotențiale globale. Există EGM96a, EGM96b, EGM96c. Acest lucru se datorează recalculării coeficienților modelului pe măsură ce tot mai multe date gravimetrice devin disponibile la nivel global.
3. Diferențele între aceste modele nu afectează în mod semnificativ precizia rezultatelor acestui studiu.

## 5.8. DETERMINAREA ONDULAȚIILOR GEOIDULUI FOLOSIND METODA STOKES ȘI ALGORITMUL „REMOVE - RESTORE”

Undulațiile geoidului gravimetric pentru teritoriul României s-au determinat în punctele gridului preluat de la BGI. În aceste puncte s-au calculat anomaliile reziduale ale gravității prin diferențierea anomaliilor Faye și a anomaliilor din EGM96. Aceste anomalii reziduale au constituit datele de intrare pentru calculul componentei de lungime medie de unda prin metoda Stokes.

Tabelul 5. 17: Statistici ale anomaliilor reziduale ale gravității

Valoare (mgali)	$\Delta g_F$ calculat	$\Delta g_{EGM96}$	Diferențe $\Delta g_F - \Delta g_{EGM96}$
1	2	3	4
Minimă	-138.990	-54.590	-158.75
Maximă	118.910	82.093	58.614
Medie	-17.124	16.539	-33.608
$\sigma$	32.008	28.676	28.821

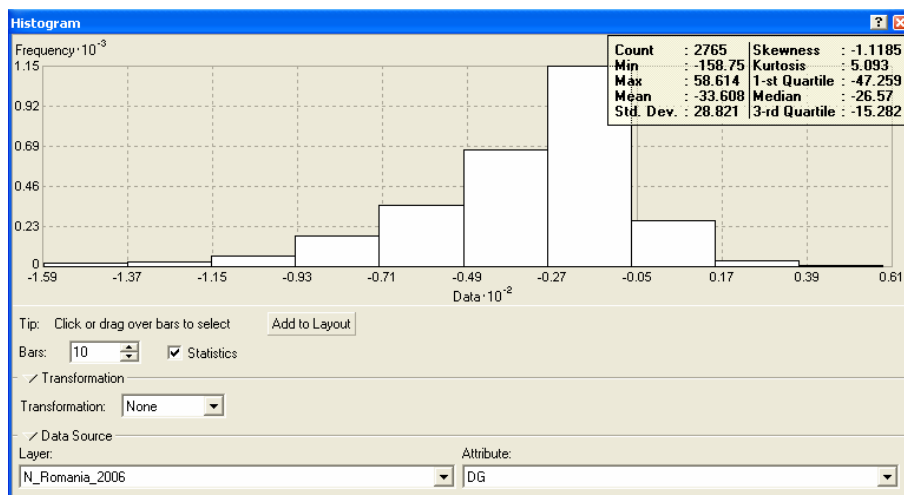
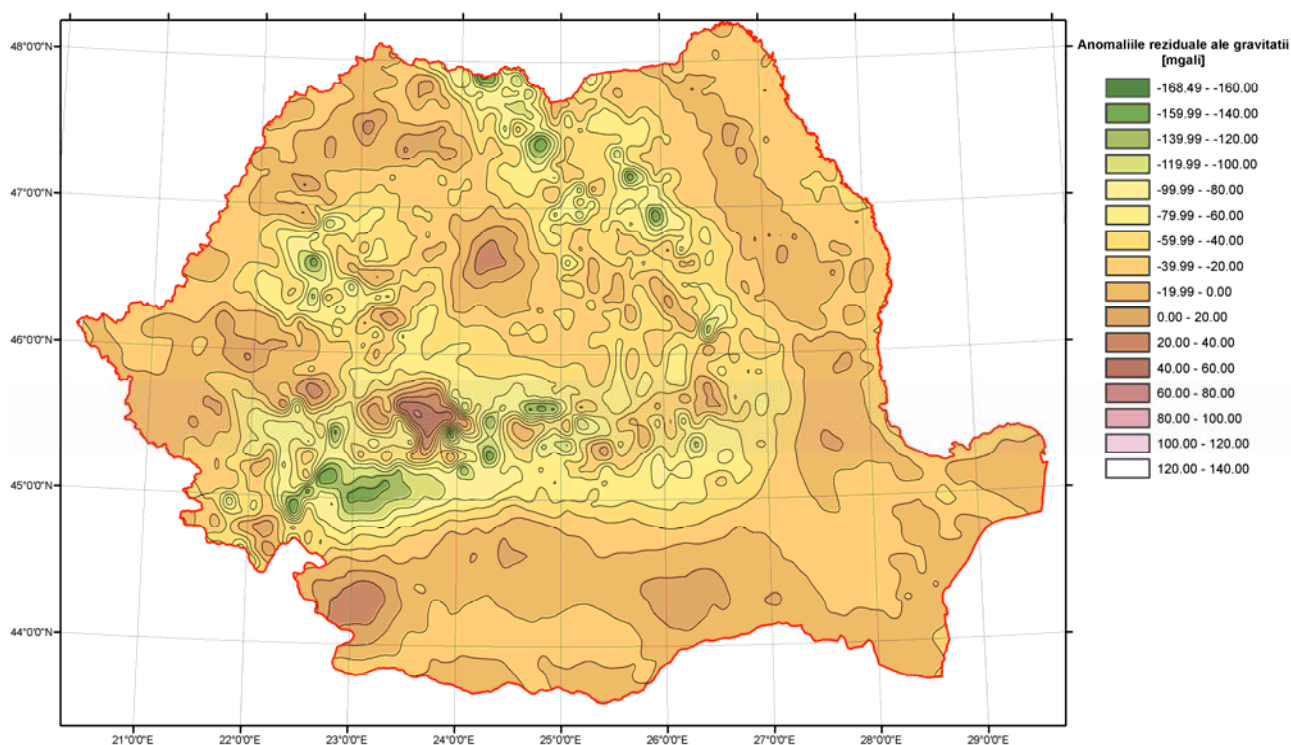


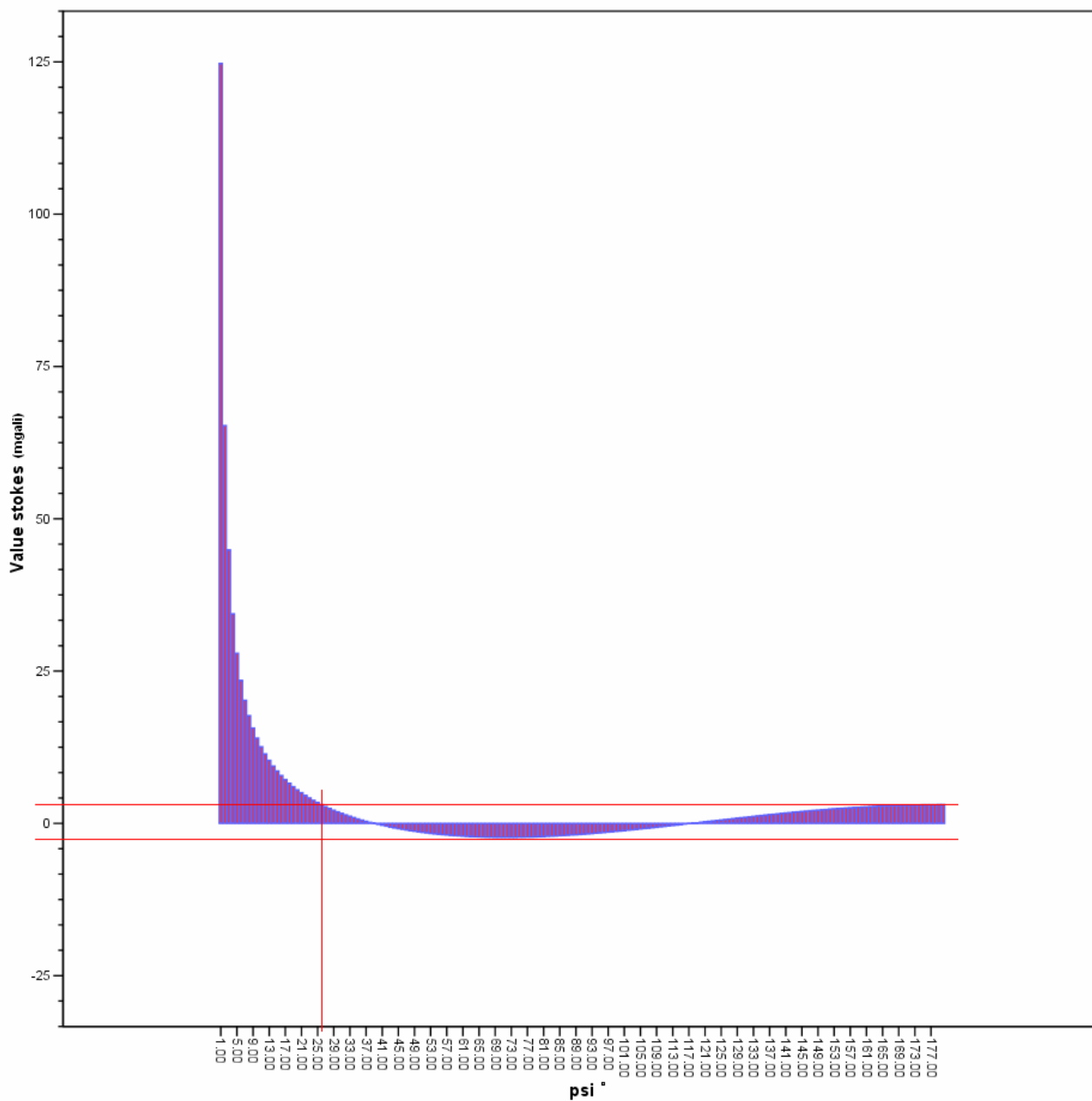
Figura 5. 32: Histograma valorilor anomaliilor reziduale ale gravității determinate în punctele gridului (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst)



**Figura 5. 33: Zonarea anomaliilor reziduale ale gravitației determinate în punctele gridului (ArcInfo 9.1 - ArcMap)**

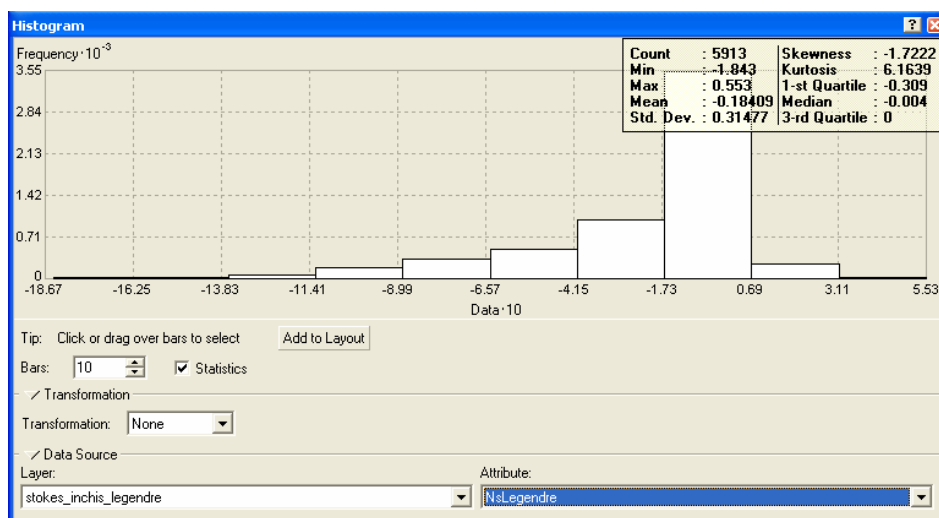
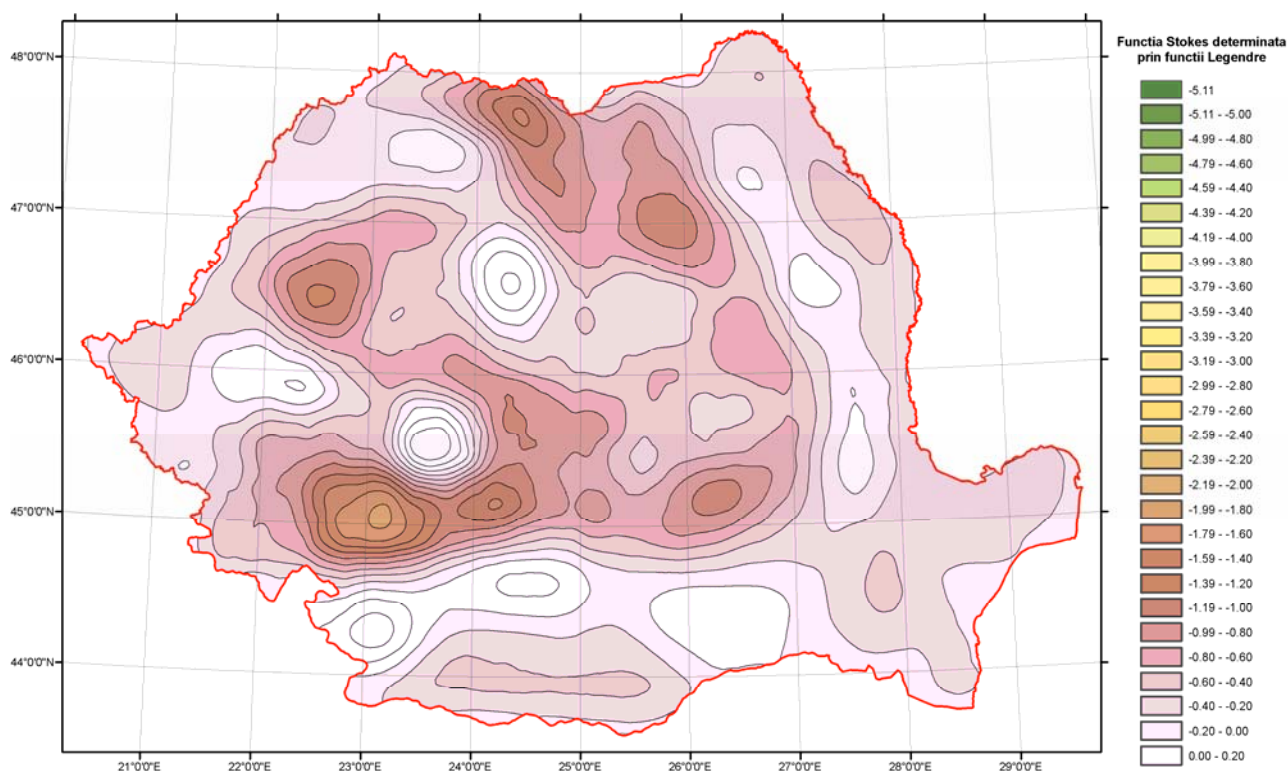
Determinarea componentei de lungime medie de undă s-a făcut prin metoda Stokes folosind un program propriu, descris în Anexa 5. Datele incluse în aceste calcule au fost cele de pe o rază de 55 km. Această valoare nu a fost aleasă întâmplător, ci pe următoarele considerente:

- dimensiunea celulei modelului EGM96 este de 110 km, rezultând o rază de 55 km.;
- urmărind variația funcției Stokes funcție de unghiul la centru  $\psi$  (figura 5.33) se observă ca peste  $26^\circ$  variația acestuia este nesemnificativă și periodică. Acestor  $26^\circ$  le corespunde o rază de aprox. 55 km.



**Figura 5. 34: Variația funcției Stokes funcție de unghiul la centru  $\psi$  (SPSS 12)**

Funcția Stokes a fost determinată în ambele variante: formula închisă (relația 3.64) și formula cu funcții Legendre (relația 3.63).



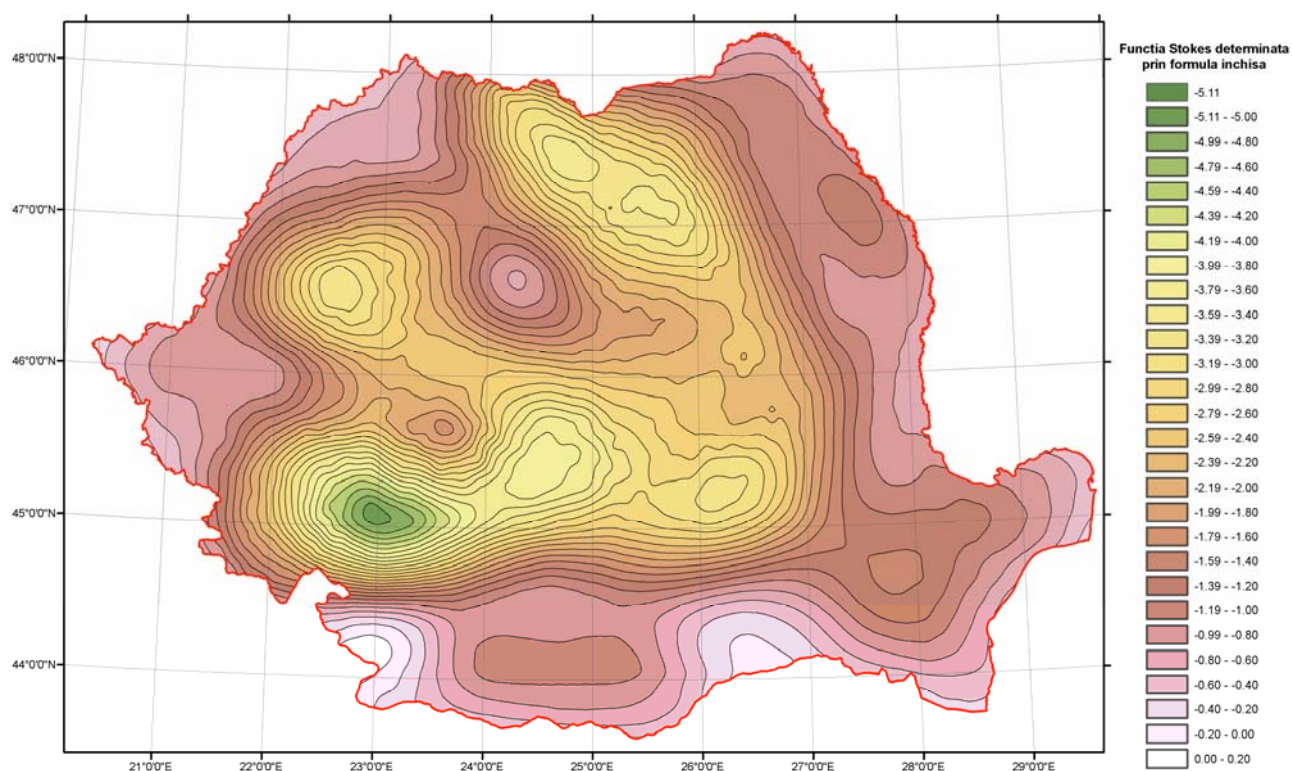


Figura 5.37: Zonarea funcției Stokes determinată prin formula închisă (ArcInfo 9.1 - ArcMap)

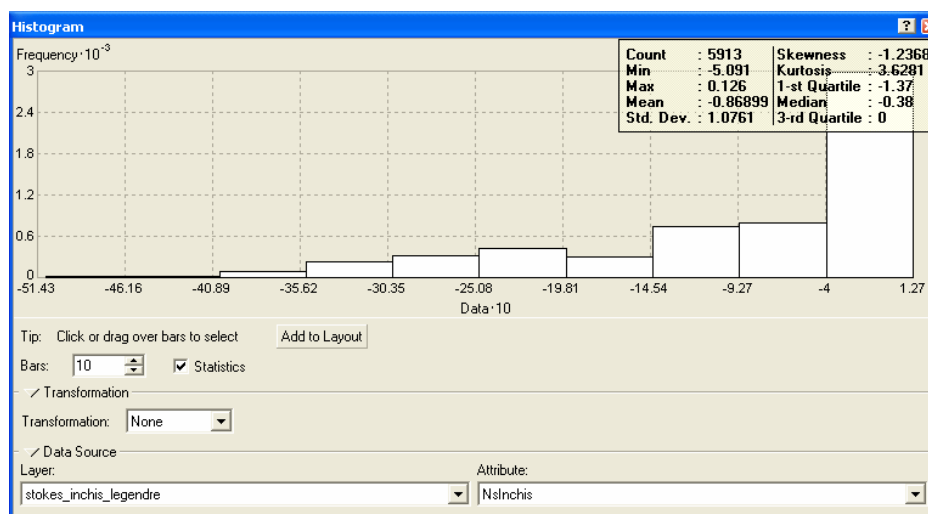
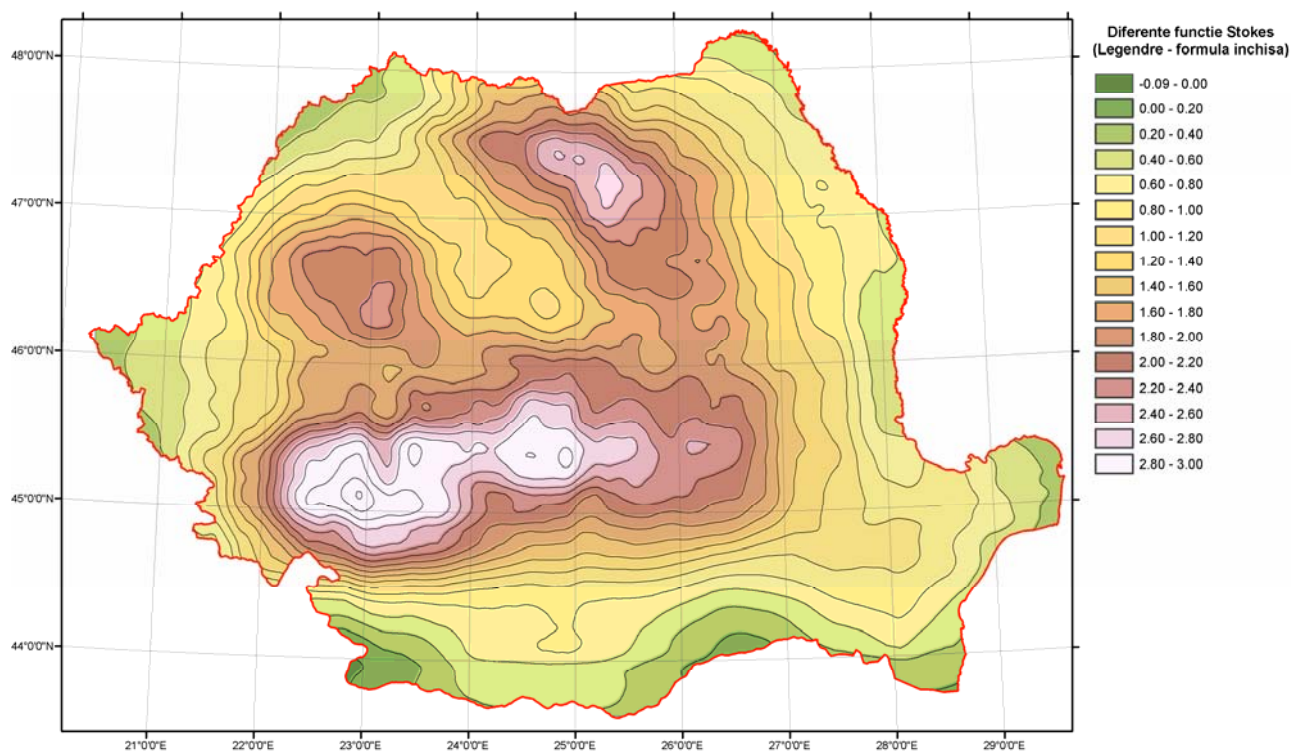


Figura 5.38: Histograma valorilor funcției Stokes determinată prin formula închisă (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst)





**Figura 5. 39: Zonarea diferențelor funcției Stokes determinată prin cele două metode (ArcInfo 9.1 - ArcMap)**



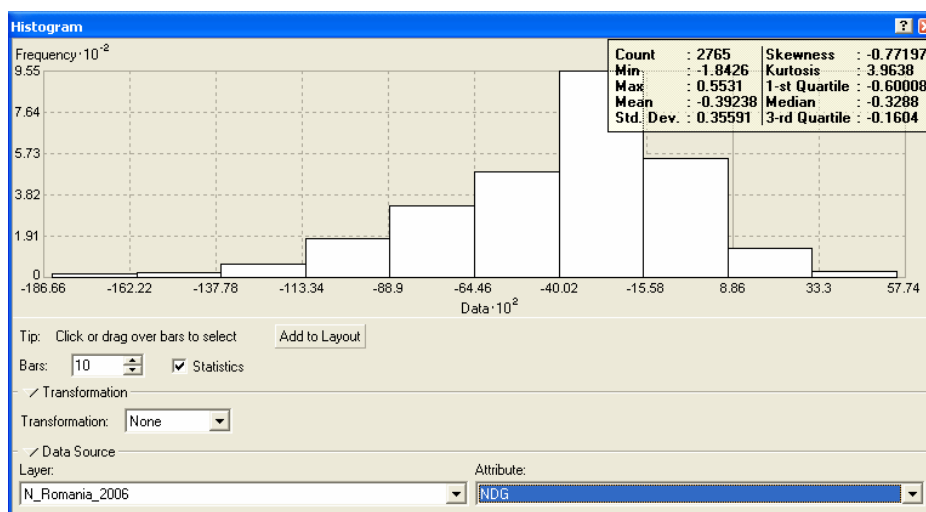
**Figura 5. 40: Histograma valorilor diferențelor funcției Stokes determinată prin cele două metode (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst)**



Datorită faptului că diferențele între valorile funcției Stokes obținute prin cele două metode sunt destul de mari, s-a optat pentru metoda cu funcții Legendre, mai mare consumatoare de timp de calcul dar mai riguroasă și implicit mai precisă.

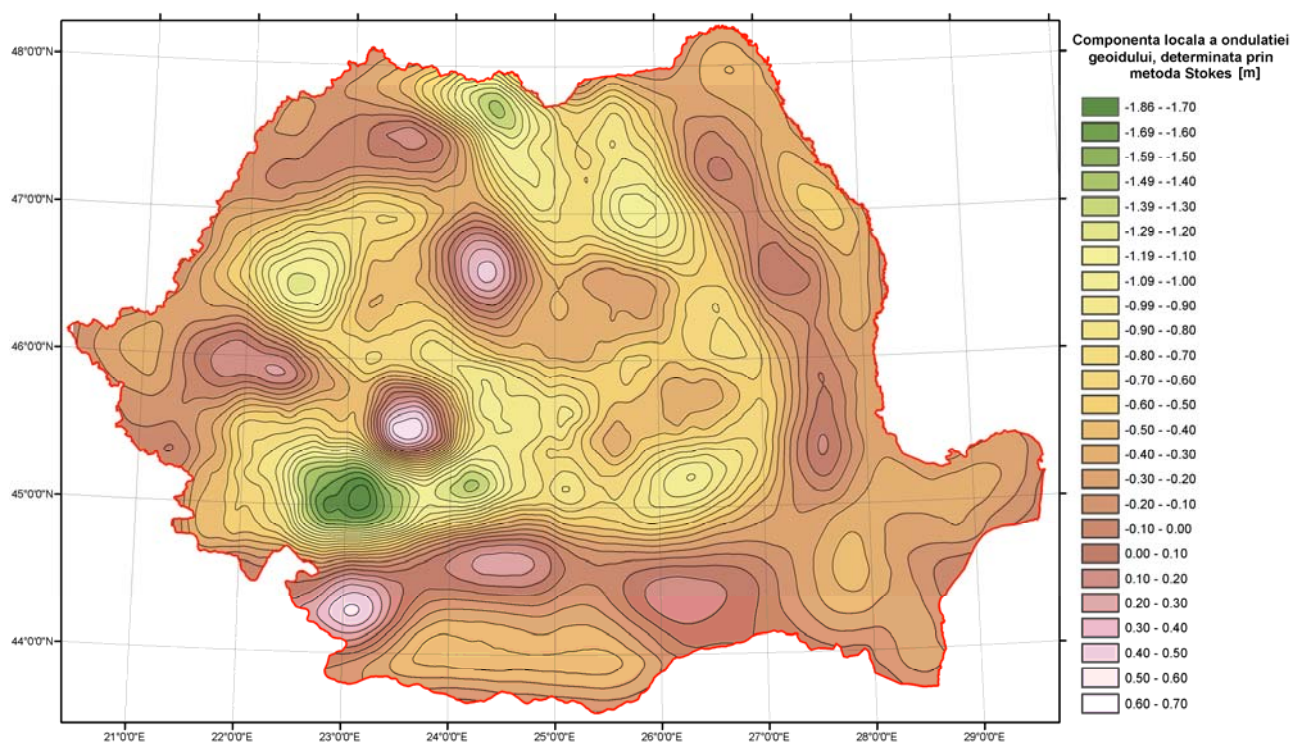
**Tabelul 5. 18: Statistici ale componentei locale a undulațiilor  
geoidului determinate prin metoda Stokes**

Valoare (metri)	$N_{Ag}$
<b>Minimă</b>	-1.8426
<b>Maximă</b>	0.5531
<b>Medie</b>	-0.3924
<b><math>\sigma</math></b>	0.3559



**Figura 5. 41: Histograma valorilor componentei locale a undulațiilor geoidului obținute prin metoda  
Stokes (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst)**



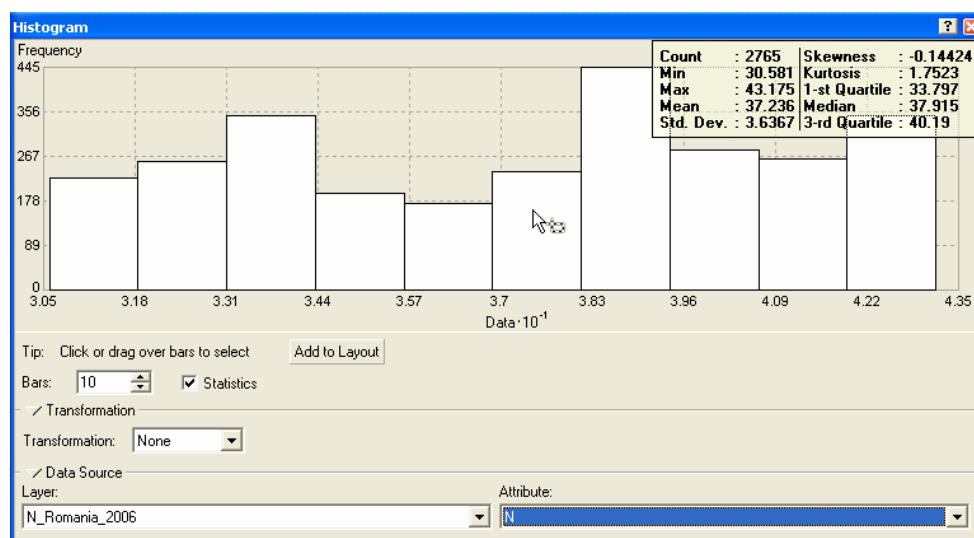


**Figura 5. 42: Zonarea componentei locale a undulației geoidului, determinată prin metoda Stokes (ArcInfo 9.1 - ArcMap)**

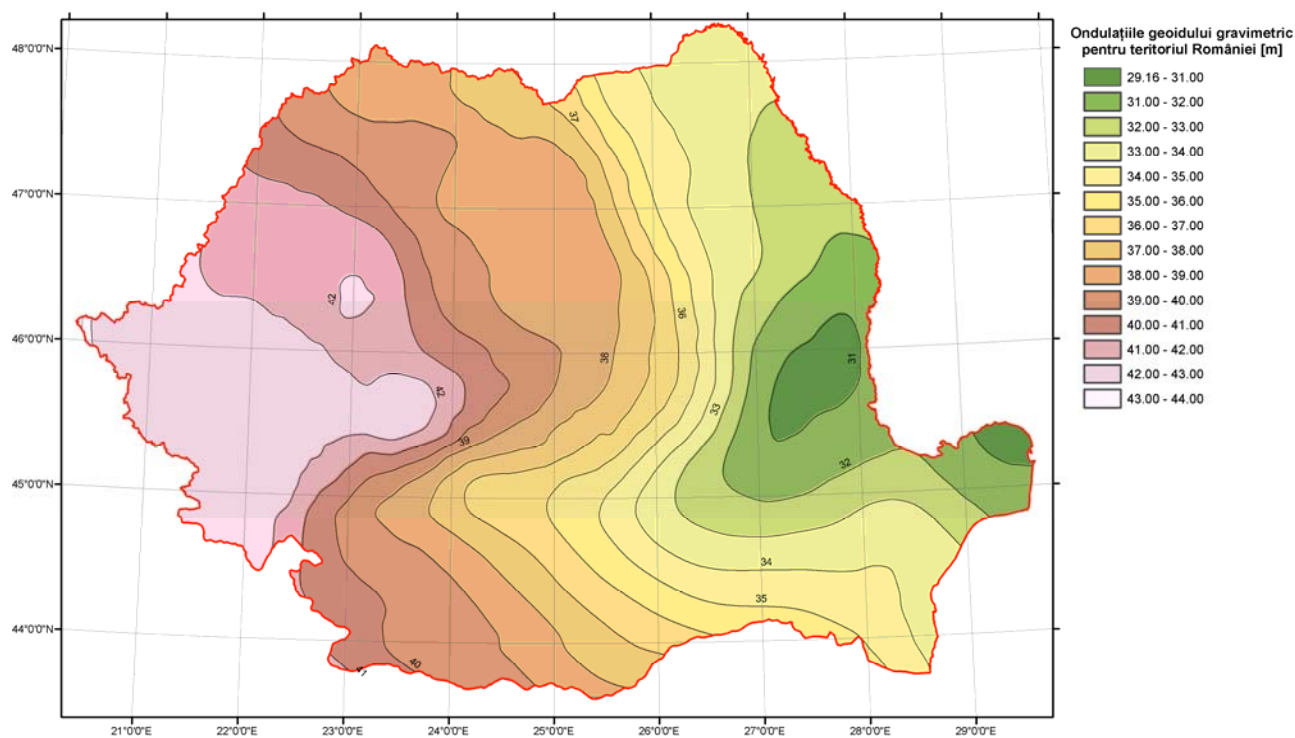
Având determinate cele trei componente ale undulației geoidului ( $N_{ind}$ ,  $N_{GM}$ ,  $N_{\Delta g}$ ) în toate punctele gridului, prin însumarea valorilor (statistici în tabelele 5.2, 5.16 și 5.18) s-au obținut undulațiile geoidului gravimetric pentru zona test.

**Tabelul 5. 19: Statistici ale undulațiilor geoidului gravimetric pentru România**

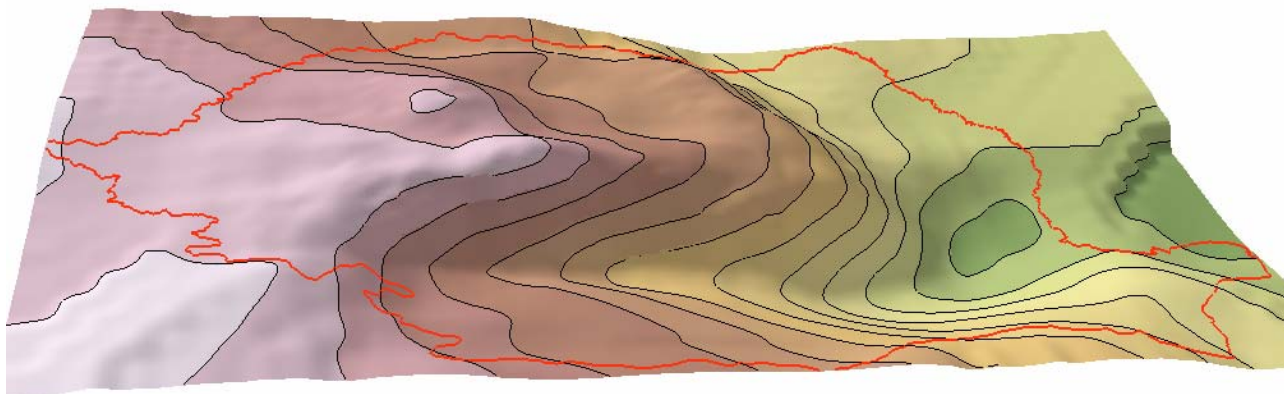
Valoare (metri)	N
Minimă	30.5813
Maximă	43.1754
Medie	37.2365
$\sigma$	3.6367



**Figura 5. 43: Histograma valorilor undulațiilor geoidului gravimetric pentru teritoriul României (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst)**



**Figura 5. 44: Zonarea undulațiilor geoidului gravimetric pentru teritoriul României (ArcInfo 9.1 - ArcMap)**



**Figura 5. 45: Reprezentare 3D a undulațiilor geoidului gravimetric pentru teritoriul României (ArcInfo 9.1 - ArcScene)**

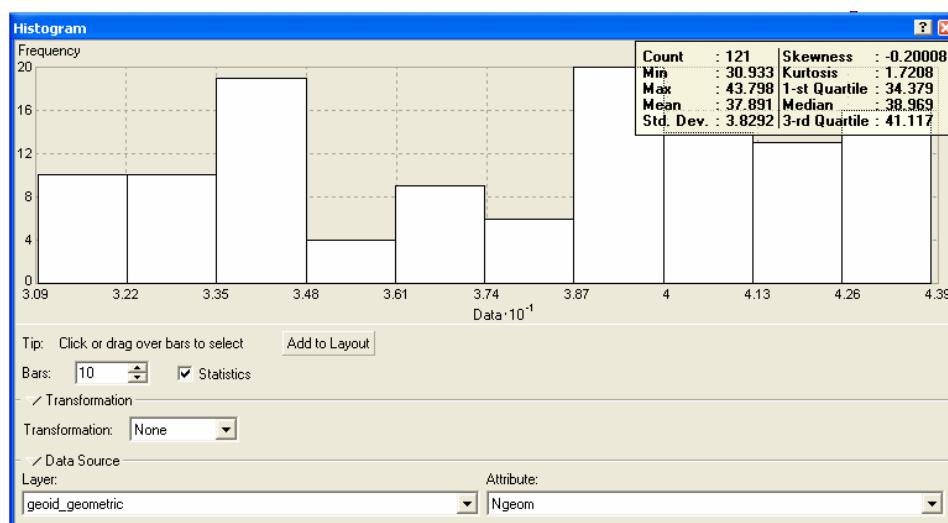
## 5.9. ESTIMAREA PRECIZIEI ONDULAȚIILOR GEOIDULUI

Pentru evaluarea calității undulațiilor obținute a fost necesară determinarea geoidului geometric. Acesta s-a obținut prin diferența altitudinilor elipsoidale, obținute din măsurători GPS și a celor obținute din nivelment în cele 121 puncte folosite la determinările de parametri. Dispunerea punctelor este aceea din fig. 5.18. Aceste puncte fac parte din rețelele GPS cu destinație militară de ordinul I-II.

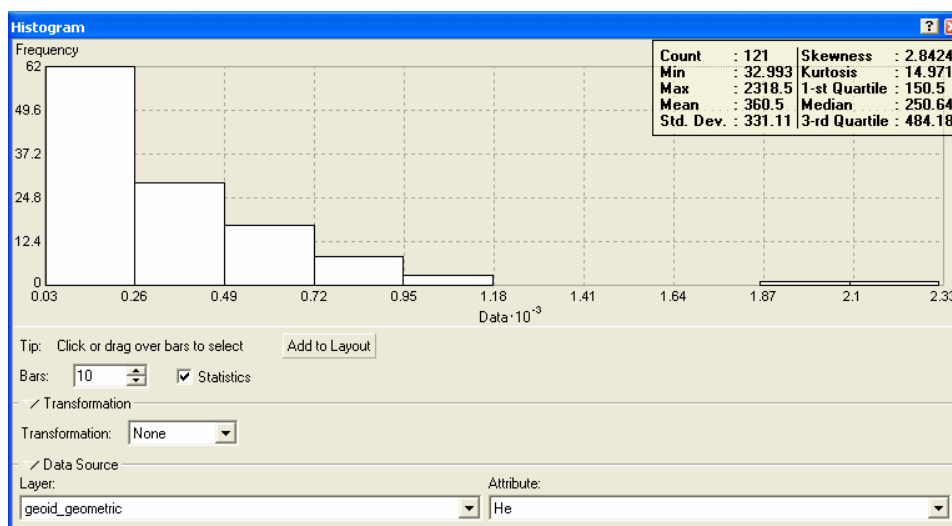
În aceste puncte s-au determinat undulațiile geoidului geometric, s-au interpolat undulațiile geoidului gravimetric folosindu-se, ca și în cazul modelului digital altimetric al terenului, o interpolare biliniară și s-a făcut diferența celor două valori.

**Tabelul 5. 20: Statistici ale undulațiilor geoidului geometric și ale diferențelor**

Valoare (metri)	$N_{\text{geom}}$	$N_{\text{grav}}$	$\Delta N = N_{\text{geom}} - N_{\text{grav}}$
Minimă	30.933	30.832	-0.395
Maximă	43.798	43.192	1.998
Medie	37.891	37.027	0.865
$\sigma$	3.829	3.633	0.488



**Figura 5. 46: Histograma valorilor undulațiilor geoidului geometric pentru teritoriul României (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst)**



**Figura 5. 47: Histograma valorilor diferențelor undulațiilor între geoidul geometric și cel gravimetric pentru teritoriul României (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst)**

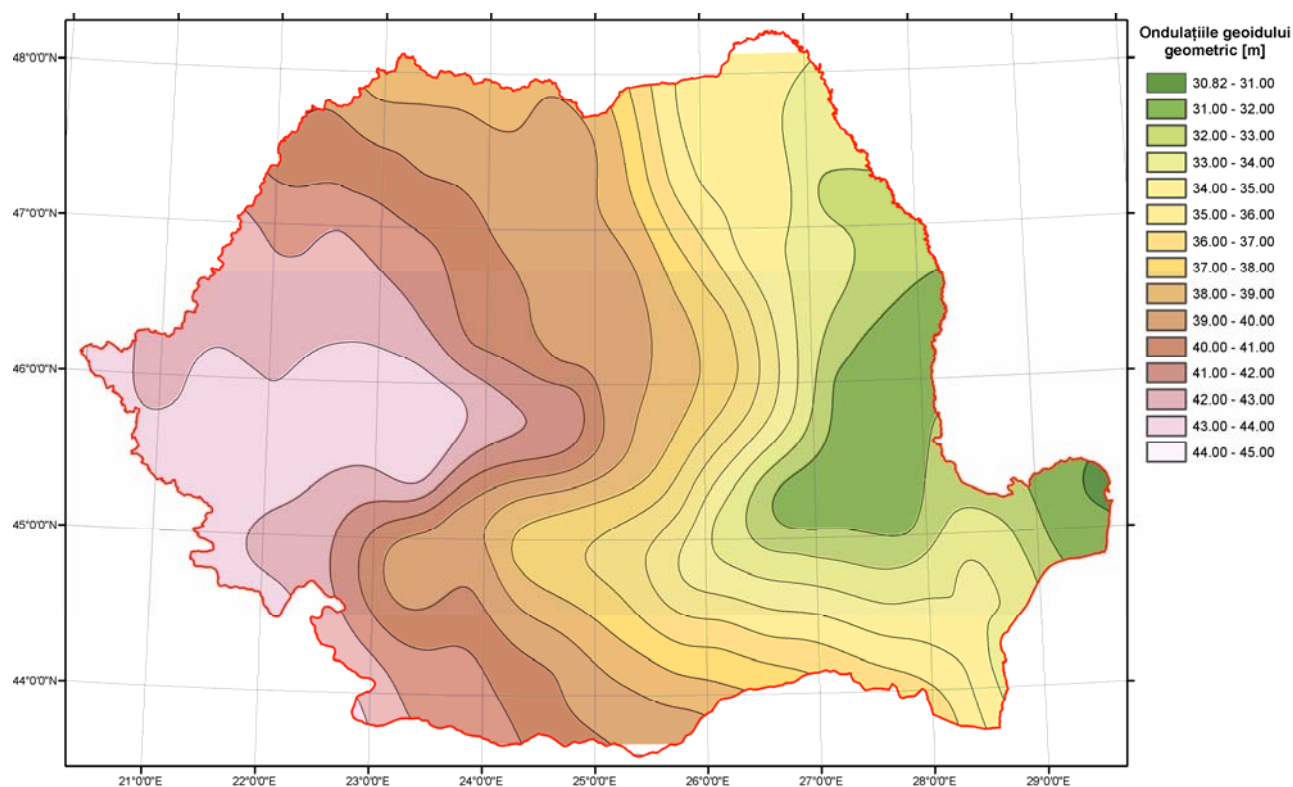


Figura 5. 48: Zonarea valorilor undulațiilor geoidului geometric (ArcInfo 9.1 - ArcMap)

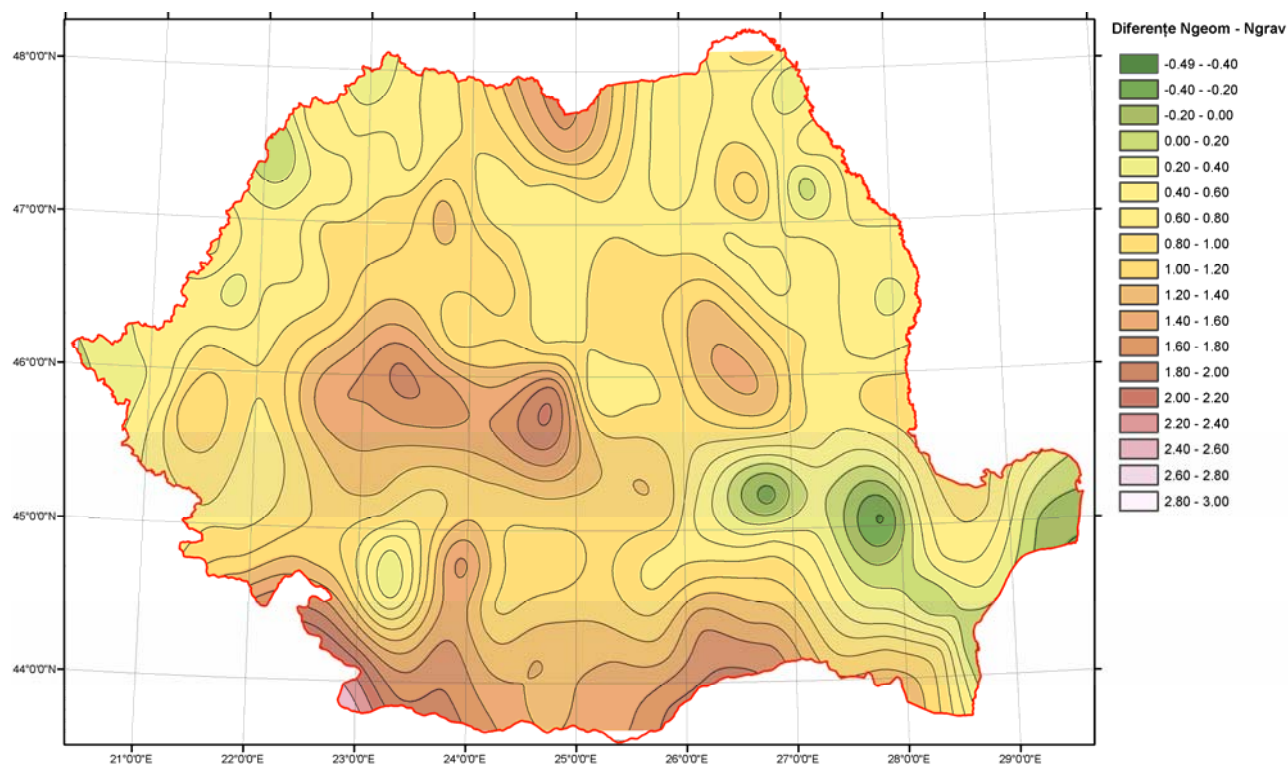


Figura 5. 49: Zonarea valorilor diferențelor  $N_{geom} - N_{grav}$  (ArcInfo 9.1 - ArcMap)



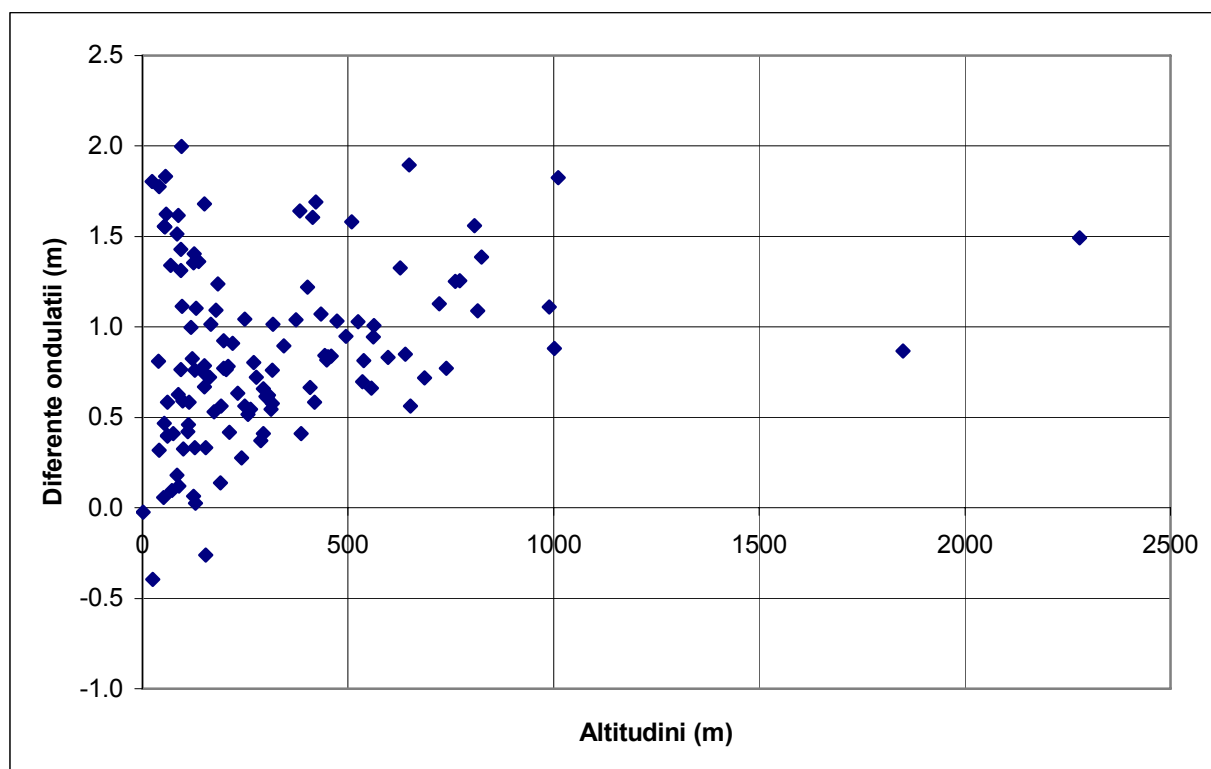


Figura 5. 50: Distribuția diferențelor  $N_{geom} - N_{grav}$  funcție de altitudine (Microsoft Excel 2003)

Aceste diferențe conțin erori sistematice și accidentale datorate insuficienței datelor, sistemelor de referință verticală diferite (nivelul mării Negre, EGM96 – nivelul mediu al mării), aproximări și insuficiențe ale relațiilor de calcul, erori ale modelului geopotențial global.

Pentru evaluarea undulațiilor geoidului pe baza datelor GPS/nivelment s-a utilizat modelul de transformare cu patru parametri dat de relația 4.14 și un program propriu descris în Anexa 6.

Pe baza modelului cu patru parametri s-a format un sistem de 121 ecuații cu 4 necunoscute, care poate fi scris sub formă matricială astfel:

$$V = Ax + t \quad (5.14)$$

Acest sistem s-a rezolvat prin cele mai mici pătrate, punând condiția  $V^T P V = \text{minim}$ , matricea ponderilor considerându-se egală cu matricea unitate.

Principalele matrice ale acestui sistem sunt prezentate în anexele acestui capitol. De asemenea, tot în anexe, sunt prezentate și corecțiile  $v_i$ .



În urma rezolvării sistemului s-au obținut următoarele rezultate:

- necunoscutele  $x_i$ ,  $i=0...3$ :

$$\begin{aligned}x_0 &= -507.625, \\x_1 &= 330.121, \\x_2 &= 148.109, \\x_3 &= 357.863.\end{aligned}$$

- eroarea medie pătratică determinată cu relația  $s_0 = (V^T P V / (n - m))^{1/2}$ :

$$s_0 = 0.3915 \text{ m.}$$

Pentru verificarea acestei suprafețe de corecție s-au selectat 53 de puncte care nu au fost incluse la determinarea acesteia, cu altitudini elipsoidale determinate din măsurători GPS și altitudini ortometrice determinate prin nivelment de precizie.

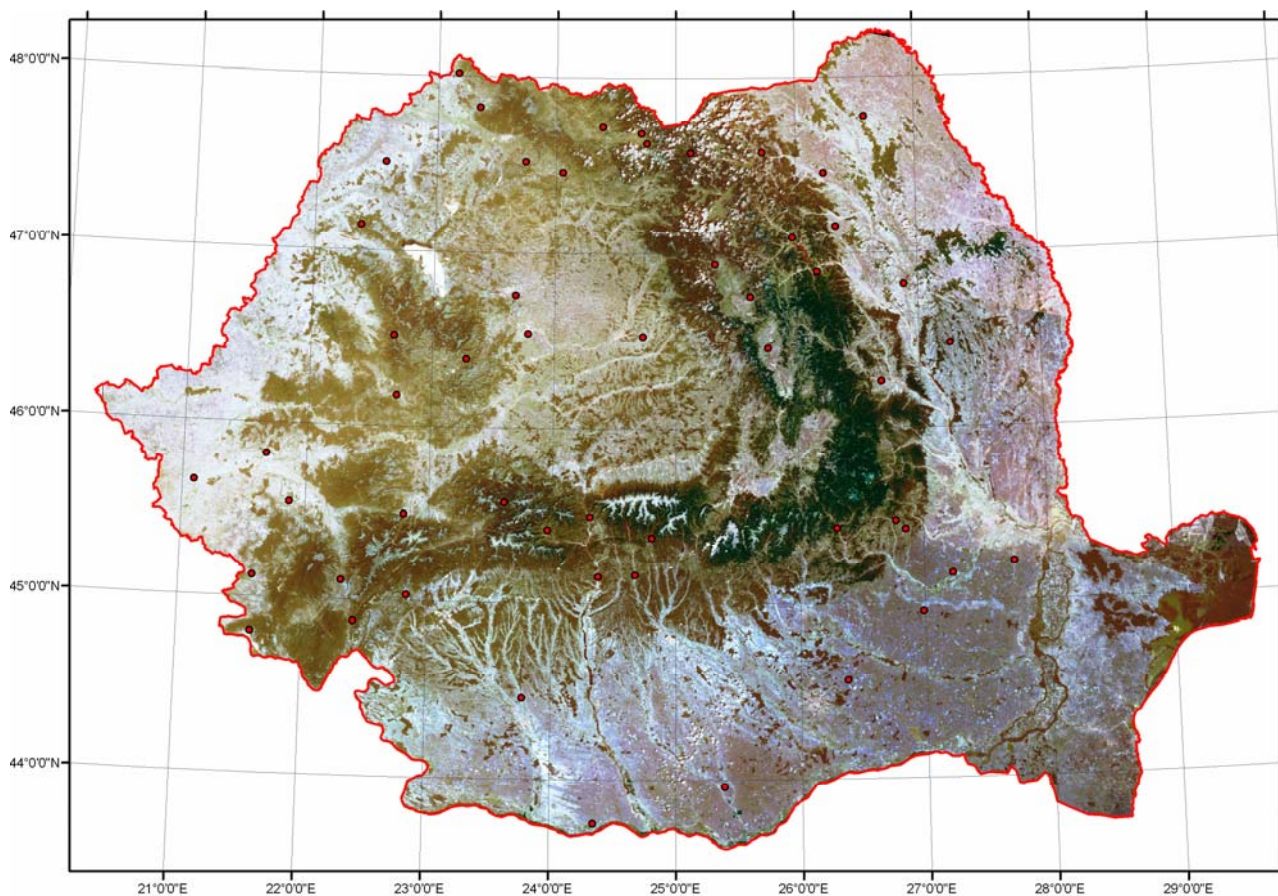


Figura 5. 51: Rețeaua de puncte utilizată la verificarea suprafeței de corecție (ArcInfo 9.1 - ArcMap)

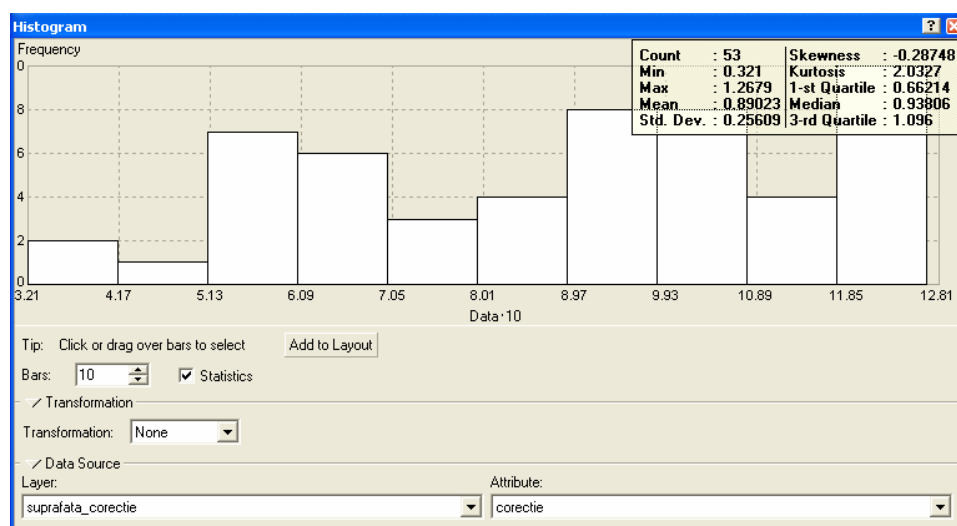




În aceste puncte s-au interpolat undulațiile geoidului gravimetric determinat și s-au calculat corecțiile aferente. Aceste valori au fost scăzute din altitudinile elipsoidale. Comparând valorile obținute cu altitudinile ortometrice din puncte s-a constatat că diferențele se încadrează în cei 39 de cm obținuți ca indicator al preciziei finale a undulațiilor ( $s_0$ ).

**Tabelul 5. 21: Statistici ale corecțiilor  
determinate în punctele de verificare**

Valoare (metri)	corecție
Minimă	0.321
Maximă	1.268
Medie	0.890
$\sigma$	0.256



**Figura 5. 52: Histograma corecțiilor determinate în punctele de verificare (ArcInfo 9.1 – Spatial Analyst)**

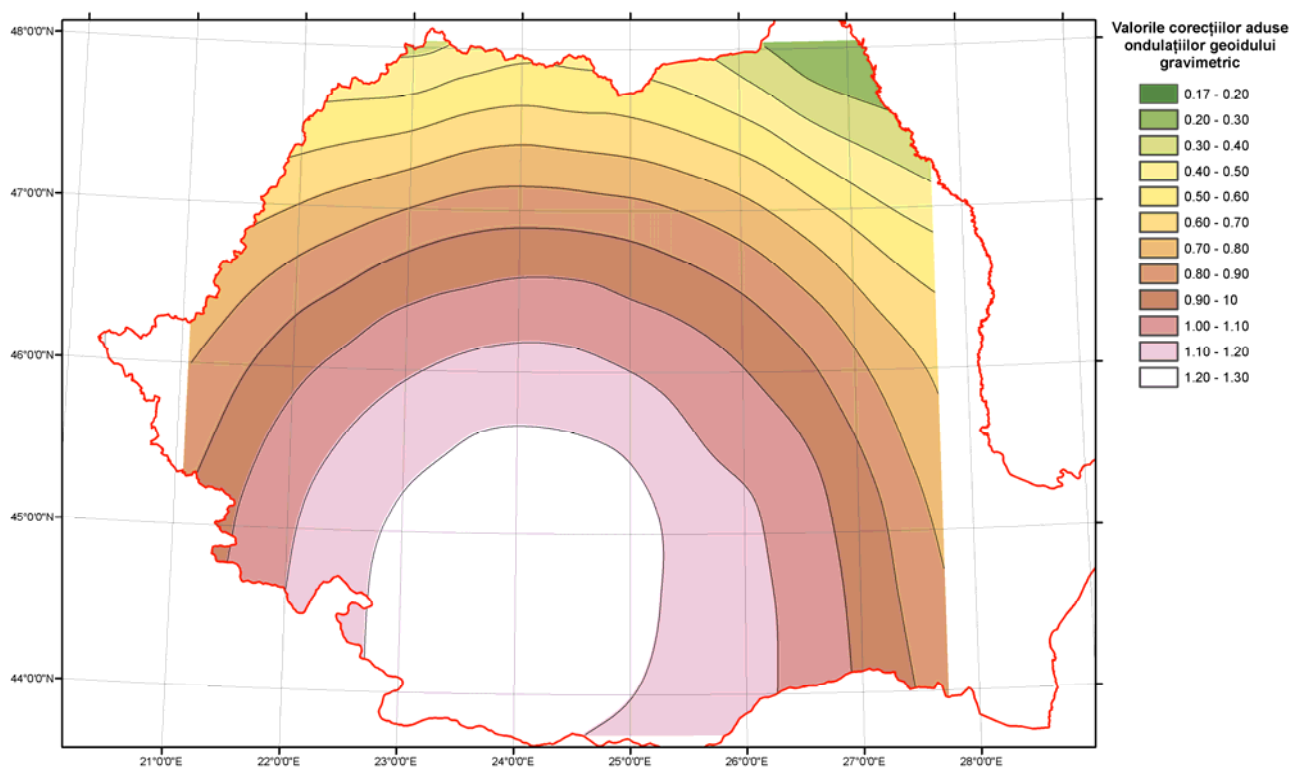


Figura 5. 53: Zonarea corecțiilor determinate în punctele de verificare (ArcInfo 9.1 – ArcMap)

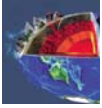
*Observații:*

1. Suprafața de corecție determinată este absolut necesară în cazul utilizării undulațiilor geoidului în combinație cu altitudinile obținute din măsurători GPS;
2. Se observă că după corectare precizia generală a undulațiilor crește (de la  $\sigma = 0,488$  m – tabelul 5.20, la  $\sigma = 0,3915$  m).
3. În urma rezolvării sistemului s-au obținut următoarele matrice și corecții:



- extras din matricea  $A$  a sistemului (dimensiune matrice 121x4):

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -0.652 & -0.652 & -0.691 \\ -1 & -0.629 & -0.629 & -0.707 \\ -1 & -0.625 & -0.625 & -0.708 \\ -1 & -0.613 & -0.613 & -0.709 \\ -1 & -0.636 & -0.636 & -0.725 \\ -1 & -0.637 & -0.637 & -0.720 \\ -1 & -0.613 & -0.613 & -0.726 \\ -1 & -0.611 & -0.611 & -0.730 \\ -1 & -0.621 & -0.621 & -0.736 \\ -1 & -0.613 & -0.613 & -0.738 \\ -1 & -0.618 & -0.618 & -0.741 \\ -1 & -0.596 & -0.596 & -0.744 \\ -1 & -0.626 & -0.626 & -0.726 \\ -1 & -0.626 & -0.626 & -0.731 \\ -1 & -0.618 & -0.618 & -0.734 \\ -1 & -0.622 & -0.622 & -0.739 \\ -1 & -0.661 & -0.661 & -0.696 \\ -1 & -0.632 & -0.632 & -0.718 \\ -1 & -0.630 & -0.630 & -0.697 \\ -1 & -0.643 & -0.643 & -0.724 \\ -1 & -0.597 & -0.597 & -0.742 \\ -1 & -0.642 & -0.642 & -0.700 \\ -1 & -0.641 & -0.641 & -0.717 \\ -1 & -0.641 & -0.641 & -0.706 \\ -1 & -0.650 & -0.650 & -0.716 \\ -1 & -0.618 & -0.618 & -0.709 \\ -1 & -0.631 & -0.631 & -0.732 \\ -1 & -0.638 & -0.638 & -0.696 \\ -1 & -0.618 & -0.618 & -0.719 \\ -1 & -0.627 & -0.627 & -0.718 \\ -1 & -0.604 & -0.604 & -0.734 \\ \dots \end{pmatrix},$$



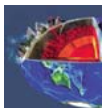
- matricea coeficienților de pondere ai necunoscutelor  $Q_{xx}$  (dimensiune matrice 4x4):

$$Q_{xx} = \begin{pmatrix} 58593.8463 & -37009.8215 & -17375.7828 & -42018.2334 \\ -37009.8215 & 23389.7609 & 10972.7061 & 26529.5373 \\ -17375.7828 & 10972.7061 & 5162.4753 & 12458.4452 \\ -42018.2334 & 26529.5373 & 12458.4452 & 30141.8241 \end{pmatrix},$$



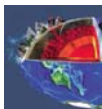
- extras din matricea coeficienților de pondere ai măsurătorilor compensate  $Q_{\Delta N \Delta N}$  (dimensiune matrice 121x121):

$$Q_{\Delta N \Delta N} = \begin{pmatrix} 0.03 & 0.01 & 0.01 & 0.02 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & -0.01 & -0.01 & -0.01 & -0.01 & -0.02 & 0.00 & -0.01 & -0.01 & -0.01 & 0.03 & 0.00 & 0.03 & 0.01 \\ 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.02 & -0.01 \\ 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.03 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.03 & -0.01 \\ 0.02 & 0.02 & 0.03 & 0.10 & -0.01 & -0.02 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.02 & 0.05 & -0.02 & -0.01 & -0.01 & 0.02 & 0.00 & -0.03 & 0.08 & 0.01 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.00 & 0.01 & 0.02 & 0.01 & 0.02 & 0.01 & 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.01 & 0.01 & -0.01 & 0.02 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.00 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.01 & 0.01 & 0.02 & -0.02 & 0.01 \\ -0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.02 & 0.03 & 0.01 & 0.02 & 0.01 & 0.03 & 0.02 & 0.01 & 0.02 & 0.01 & -0.01 & 0.02 & 0.00 & -0.01 \\ -0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.01 & 0.03 & 0.03 & 0.02 & 0.02 & 0.01 & 0.03 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.01 & -0.02 & 0.02 & 0.00 & -0.01 \\ -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.02 & 0.01 & 0.01 & 0.02 & 0.03 & 0.02 & 0.03 & 0.03 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.03 & 0.00 & 0.01 & -0.01 & 0.02 \\ -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.03 & 0.03 & 0.03 & 0.02 & 0.02 & 0.03 & 0.02 & -0.01 & 0.01 & -0.01 & 0.01 \\ -0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.02 & 0.02 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.03 & 0.03 & 0.05 & 0.04 & 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.05 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.04 \\ -0.02 & 0.00 & 0.01 & 0.05 & 0.01 & 0.00 & 0.03 & 0.03 & 0.03 & 0.03 & 0.04 & 0.07 & 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.04 & -0.02 & -0.01 & 0.02 & 0.02 \\ 0.00 & 0.01 & 0.00 & -0.02 & 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.01 & 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.01 & 0.00 & 0.02 & -0.02 & 0.00 \\ -0.01 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.00 & 0.02 & -0.01 & 0.02 \\ -0.01 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.03 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & -0.01 & 0.02 & -0.01 & 0.01 \\ -0.01 & -0.01 & -0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.03 & 0.02 & 0.05 & 0.04 & 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.05 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.04 \\ 0.03 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.01 & -0.01 & -0.02 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & -0.02 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.04 & 0.00 & 0.02 & 0.03 \\ 0.00 & 0.01 & 0.00 & -0.03 & 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.01 & 0.01 & 0.00 & -0.01 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.03 & -0.02 & -0.01 \\ 0.03 & 0.02 & 0.03 & 0.08 & -0.01 & -0.02 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.02 & -0.02 & -0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.02 & -0.02 & 0.07 & 0.01 \\ 0.01 & -0.01 & -0.01 & 0.01 & 0.02 & 0.01 & -0.01 & -0.01 & 0.02 & 0.01 & 0.04 & 0.02 & 0.00 & 0.02 & 0.01 & 0.04 & 0.03 & -0.01 & 0.01 & 0.05 \\ \dots \end{pmatrix}$$



- extras din matricea de varianță – covarianță a corecțiilor  $Q_{vv}$  (dimensiune matrice 121x121):

$$Q_{vv} = \begin{pmatrix} -0.015 & -0.014 & -0.016 & -0.001 & -0.004 & 0.006 & 0.010 & 0.011 & 0.015 & 0.014 & 0.021 & 0.004 & 0.006 & 0.011 & 0.011 & -0.032 & -0.003 & -0.028 & -0.007 & 0.019 \\ 0.982 & -0.018 & -0.015 & 0.001 & -0.005 & -0.014 & -0.011 & 0.002 & -0.003 & 0.009 & -0.002 & -0.008 & -0.001 & -0.004 & 0.010 & -0.004 & -0.012 & -0.018 & 0.011 & -0.004 \\ -0.018 & 0.978 & -0.032 & 0.004 & 0.001 & -0.014 & -0.011 & 0.002 & -0.004 & 0.004 & -0.013 & -0.002 & 0.002 & -0.002 & 0.005 & -0.002 & -0.005 & -0.029 & 0.008 & -0.014 \\ -0.015 & -0.032 & 0.895 & 0.014 & 0.025 & -0.009 & -0.005 & 0.001 & -0.002 & -0.019 & -0.051 & 0.023 & 0.013 & 0.009 & -0.018 & -0.002 & 0.028 & -0.077 & -0.011 & -0.047 \\ 0.001 & 0.004 & 0.014 & 0.981 & -0.017 & -0.005 & -0.007 & -0.019 & -0.014 & -0.020 & -0.006 & -0.015 & -0.018 & -0.015 & -0.021 & -0.012 & -0.012 & 0.012 & -0.022 & -0.006 \\ -0.005 & 0.001 & 0.025 & -0.017 & 0.980 & -0.008 & -0.010 & -0.014 & -0.012 & -0.008 & 0.004 & -0.019 & -0.017 & -0.015 & -0.008 & -0.010 & -0.020 & 0.016 & -0.010 & 0.003 \\ -0.014 & -0.014 & -0.009 & -0.005 & -0.008 & 0.975 & -0.025 & -0.013 & -0.021 & -0.009 & -0.025 & -0.017 & -0.012 & -0.020 & -0.005 & 0.014 & -0.016 & -0.002 & 0.009 & -0.026 \\ -0.011 & -0.011 & -0.005 & -0.007 & -0.010 & -0.025 & 0.973 & -0.017 & -0.025 & -0.013 & -0.028 & -0.019 & -0.016 & -0.023 & -0.010 & 0.016 & -0.017 & 0.003 & 0.006 & -0.028 \\ 0.002 & 0.002 & 0.001 & -0.019 & -0.014 & -0.013 & -0.017 & 0.974 & -0.025 & -0.032 & -0.028 & -0.016 & -0.022 & -0.022 & -0.031 & 0.002 & -0.009 & 0.010 & -0.022 & -0.026 \\ -0.003 & -0.004 & -0.002 & -0.014 & -0.012 & -0.021 & -0.025 & -0.025 & 0.971 & -0.027 & -0.034 & -0.019 & -0.021 & -0.026 & -0.024 & 0.013 & -0.013 & 0.009 & -0.009 & -0.033 \\ 0.009 & 0.004 & -0.019 & -0.020 & -0.008 & -0.009 & -0.013 & -0.032 & -0.027 & 0.952 & -0.044 & -0.008 & -0.022 & -0.021 & -0.048 & 0.001 & 0.003 & -0.001 & -0.037 & -0.040 \\ -0.002 & -0.013 & -0.051 & -0.006 & 0.004 & -0.025 & -0.028 & -0.028 & -0.034 & -0.044 & 0.931 & -0.006 & -0.016 & -0.024 & -0.040 & 0.024 & 0.006 & -0.021 & -0.015 & -0.064 \\ -0.008 & -0.002 & 0.023 & -0.015 & -0.019 & -0.017 & -0.019 & -0.016 & -0.019 & -0.008 & -0.006 & 0.976 & -0.019 & -0.021 & -0.007 & 0.003 & -0.024 & 0.019 & 0.000 & -0.007 \\ -0.001 & 0.002 & 0.013 & -0.018 & -0.017 & -0.012 & -0.016 & -0.022 & -0.021 & -0.022 & -0.016 & -0.019 & 0.979 & -0.021 & -0.021 & -0.001 & -0.015 & 0.015 & -0.015 & -0.015 \\ -0.004 & -0.002 & 0.009 & -0.015 & -0.015 & -0.020 & -0.023 & -0.022 & -0.026 & -0.021 & -0.024 & -0.021 & -0.021 & 0.975 & -0.019 & 0.009 & -0.017 & 0.014 & -0.007 & -0.023 \\ 0.010 & 0.005 & -0.018 & -0.021 & -0.008 & -0.005 & -0.010 & -0.031 & -0.024 & -0.048 & -0.040 & -0.007 & -0.021 & -0.019 & 0.951 & -0.004 & 0.005 & -0.002 & -0.042 & -0.036 \\ -0.004 & -0.002 & -0.002 & -0.012 & -0.010 & 0.014 & 0.016 & 0.002 & 0.013 & 0.001 & 0.024 & 0.003 & -0.001 & 0.009 & -0.004 & 0.959 & -0.002 & -0.016 & -0.026 & 0.024 \\ -0.012 & -0.005 & 0.028 & -0.012 & -0.020 & -0.016 & -0.017 & -0.009 & -0.013 & 0.003 & 0.006 & -0.024 & -0.015 & -0.017 & 0.005 & -0.002 & 0.973 & 0.018 & 0.007 & 0.004 \\ -0.018 & -0.029 & -0.077 & 0.012 & 0.016 & -0.002 & 0.003 & 0.010 & 0.009 & -0.001 & -0.021 & 0.019 & 0.015 & 0.014 & -0.002 & -0.016 & 0.018 & 0.935 & -0.007 & -0.019 \\ 0.011 & 0.008 & -0.011 & -0.022 & -0.010 & 0.009 & 0.006 & -0.022 & -0.009 & -0.037 & -0.015 & 0.000 & -0.015 & -0.007 & -0.042 & -0.026 & 0.007 & -0.007 & 0.951 & -0.012 \\ \dots \end{pmatrix}$$



- corecțiile  $v_i$ ,  $i=1 \dots 121$ :

$v_{001} = 0.4935 \text{ m}$	$v_{042} = -0.2835 \text{ m}$	$v_{083} = 0.3956 \text{ m}$
$v_{002} = -0.5152 \text{ m}$	$v_{043} = 0.0347 \text{ m}$	$v_{084} = -0.4607 \text{ m}$
$v_{003} = -1.1363 \text{ m}$	$v_{044} = -0.4577 \text{ m}$	$v_{085} = 0.4084 \text{ m}$
$v_{004} = -0.1065 \text{ m}$	$v_{045} = -0.2235 \text{ m}$	$v_{086} = 0.2516 \text{ m}$
$v_{005} = -0.0894 \text{ m}$	$v_{046} = -0.3708 \text{ m}$	$v_{087} = -0.0564 \text{ m}$
$v_{006} = 0.7197 \text{ m}$	$v_{047} = -0.2919 \text{ m}$	$v_{088} = -0.2807 \text{ m}$
$v_{007} = -0.1396 \text{ m}$	$v_{048} = -0.0214 \text{ m}$	$v_{089} = -0.3110 \text{ m}$
$v_{008} = -0.1060 \text{ m}$	$v_{049} = -0.1360 \text{ m}$	$v_{090} = -0.0626 \text{ m}$
$v_{009} = -0.1293 \text{ m}$	$v_{050} = -0.2391 \text{ m}$	$v_{091} = -0.5528 \text{ m}$
$v_{010} = 0.8581 \text{ m}$	$v_{051} = -0.2271 \text{ m}$	$v_{092} = -1.2521 \text{ m}$
$v_{011} = -0.1153 \text{ m}$	$v_{052} = 0.4644 \text{ m}$	$v_{093} = -0.0313 \text{ m}$
$v_{012} = 0.7061 \text{ m}$	$v_{053} = 0.5356 \text{ m}$	$v_{094} = -0.2157 \text{ m}$
$v_{013} = 0.0246 \text{ m}$	$v_{054} = -0.0255 \text{ m}$	$v_{095} = -0.2287 \text{ m}$
$v_{014} = 0.1469 \text{ m}$	$v_{055} = -0.3187 \text{ m}$	$v_{096} = -0.3624 \text{ m}$
$v_{015} = -0.0024 \text{ m}$	$v_{056} = 0.0412 \text{ m}$	$v_{097} = -0.3949 \text{ m}$
$v_{016} = 0.2370 \text{ m}$	$v_{057} = -0.3109 \text{ m}$	$v_{098} = -0.3743 \text{ m}$
$v_{017} = 0.7959 \text{ m}$	$v_{058} = -0.0543 \text{ m}$	$v_{099} = -0.6031 \text{ m}$
$v_{018} = 0.7452 \text{ m}$	$v_{059} = -0.8274 \text{ m}$	$v_{100} = -0.0092 \text{ m}$
$v_{019} = -0.3963 \text{ m}$	$v_{060} = 0.3540 \text{ m}$	$v_{101} = -0.2592 \text{ m}$
$v_{020} = -0.3000 \text{ m}$	$v_{061} = -0.9153 \text{ m}$	$v_{102} = -0.1408 \text{ m}$
$v_{021} = 0.1192 \text{ m}$	$v_{062} = 0.4270 \text{ m}$	$v_{103} = 0.2989 \text{ m}$
$v_{022} = 0.3896 \text{ m}$	$v_{063} = -0.2120 \text{ m}$	$v_{104} = -0.1173 \text{ m}$
$v_{023} = 0.4705 \text{ m}$	$v_{064} = 0.0305 \text{ m}$	$v_{105} = -0.3242 \text{ m}$
$v_{024} = -0.1930 \text{ m}$	$v_{065} = 0.1705 \text{ m}$	$v_{106} = -0.5504 \text{ m}$
$v_{025} = 0.2281 \text{ m}$	$v_{066} = 0.3508 \text{ m}$	$v_{107} = -0.1497 \text{ m}$
$v_{026} = 0.3619 \text{ m}$	$v_{067} = -0.1810 \text{ m}$	$v_{108} = 0.1113 \text{ m}$
$v_{027} = -0.2526 \text{ m}$	$v_{068} = -0.0479 \text{ m}$	$v_{109} = 0.1557 \text{ m}$
$v_{028} = 0.2500 \text{ m}$	$v_{069} = 0.5163 \text{ m}$	$v_{110} = 0.2326 \text{ m}$
$v_{029} = -0.1561 \text{ m}$	$v_{070} = 0.2997 \text{ m}$	$v_{111} = 0.1566 \text{ m}$
$v_{030} = -0.2505 \text{ m}$	$v_{071} = 0.0881 \text{ m}$	$v_{112} = 0.4987 \text{ m}$
$v_{031} = -0.2856 \text{ m}$	$v_{072} = -0.2387 \text{ m}$	$v_{113} = 0.5726 \text{ m}$
$v_{032} = 0.1343 \text{ m}$	$v_{073} = 0.0858 \text{ m}$	$v_{114} = 0.2721 \text{ m}$
$v_{033} = 0.3635 \text{ m}$	$v_{074} = 0.1185 \text{ m}$	$v_{115} = 0.1868 \text{ m}$
$v_{034} = -0.1204 \text{ m}$	$v_{075} = -0.0888 \text{ m}$	$v_{116} = -0.4399 \text{ m}$
$v_{035} = 0.3214 \text{ m}$	$v_{076} = 0.3823 \text{ m}$	$v_{117} = 0.6918 \text{ m}$
$v_{036} = -0.5059 \text{ m}$	$v_{077} = -0.2528 \text{ m}$	$v_{118} = 0.6387 \text{ m}$
$v_{037} = 0.0788 \text{ m}$	$v_{078} = -0.2039 \text{ m}$	$v_{119} = -0.0589 \text{ m}$
$v_{038} = -0.1994 \text{ m}$	$v_{079} = -0.2012 \text{ m}$	$v_{120} = 0.5674 \text{ m}$
$v_{039} = 0.0519 \text{ m}$	$v_{080} = 0.4277 \text{ m}$	$v_{121} = 0.6133 \text{ m}$
$v_{040} = 0.4129 \text{ m}$	$v_{081} = 0.0261 \text{ m}$	
$v_{041} = 0.0653 \text{ m}$	$v_{082} = -0.0135 \text{ m}$	





## 5.10. PROGRAME UTILIZATE LA EFECTUAREA CALCULELOR ȘI LA REALIZAREA REPREZENTĂRIILOR GRAFICE

La realizarea calculelor și reprezentărilor din cadrul acestui studiu de caz s-au utilizat următoarele programe:

**Tabelul 5. 22: Programele utilizate în cadrul studiului de caz**

Nr.C rt.	Denumire program	Descriere și utilizare
1.	ArcGIS 9.1	Este un pachet de programe GIS produs de ESRI destinat prelucrării, analizei și vizualizării datelor geografice de toate tipurile. Cu ajutorul acestui pachet s-au creat toate reprezentările grafice ale datelor, s-au realizat gridurile cu zonarea diverselor rezultate și histogramele acestora. De asemenea, s-a mai utilizat și la realizarea unor reprezentări 3D. Modulele și extensiile utilizate au fost: <ul style="list-style-type: none"><li>- ArcMap;</li><li>- Spatial Analyst;</li><li>- Geostatistical Analyst;</li><li>- ArcScene;</li><li>- Arc.</li></ul>
2.	Erdas 9.0	Este un pachet de programe destinat în special prelucrării imaginilor satelitare. Acesta deține și un modul destinat reprezentărilor 3D. Cu ajutorul acestuia s-a realizat o reprezentare 3D de înaltă rezoluție a terenului pe baza modelului numeric al terenului. Modulele utilizate au fost: <ul style="list-style-type: none"><li>- Viewer;</li><li>- VirtualGIS.</li></ul>
3.	Surfer 8.0	Este un program GIS destinat unor calcule și reprezentări grafice a datelor geografice de anvergură redusă, în comparație cu ArcGIS. Este util deoarece este mai ieftin și mai ușor de utilizat. A fost folosit pentru verificarea rapidă a diferitelor seturi de date.
4.	Microsoft Excel 2003	Este un program din pachetul Microsoft Office 2003 destinat calculului tabelar. Acesta a fost utilizat la calculul statisticilor rezultatelor și la realizarea unor reprezentări grafice ale distribuției rezultatelor.
5.	SPSS 14.0	Program destinat calculelor și analizelor statistice complexe. A fost utilizat pentru diverse analize statistice a calității datelor și rezultatelor.



6.	Pachetul de programe destinat calculelor gravimetrice	<p>Este un pachet de programe realizat de autorul tezei în mediul de programare Delphi 7.0, destinat calculelor gravimetrice de diverse tipuri. Cu ajutorul acestui pachet de programe s-au realizat următoarele determinări:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- calculul corecțiilor de relief prin diverse metode (linii de masă, prisme, cercuri);</li> <li>- calculul efectului indirect al terenului;</li> <li>- calculul componentei de lungime mare de undă a undulației geoidului pe baza coeficienților modelului geopotențial global EGM96 și EGG97;</li> <li>- calculul componentei locale a undulației geoidului pe baza datelor gravimetrice locale prin metoda Stokes (folosind funcția Stokes în varianta închisă și cu funcții Legendre);</li> <li>- calculul coeficienților suprafeței de corecție a geoidului gravimetric;</li> <li>- interpolări de diverse tipuri necesare estimării preciziei modelului digital altimetric al terenului și a datelor gravimetrice;</li> <li>- diverse conversii între formatele de date utilizate.</li> </ul>
7.	<i>Geodezic v.1.0</i>	<p>Pachet de programe dezvoltat de autorul tezei în colaborare cu prof. univ. dr. ing. Dumitru Ghițău și mr. dr. ing. Mirel Marinescu destinat:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- determinării parametrilor de transformare 2D și 3D între diverse sisteme de coordonate folosind transformări cu 4, 7, 12 parametri ortogonale și polinomiale cu 30 de parametri;</li> <li>- transformărilor și conversiilor de coordonate;</li> <li>- îndesirii simulate, utilizată în scopul determinării parametrilor zonali de transformare pentru creșterea preciziei coordonatelor punctelor transformate.</li> </ul> <p>Programul permite reprezentarea punctelor utilizate, afișarea denumirii acestora și a vectorilor erorilor planimetrice și altimetrice, raportarea rezultatelor și exportarea diverselor elemente grafice.</p>



## Capitolul 6

### CONCLUZII

Teza de doctorat se înscrie pe o direcție de actualitate în cercetarea științifică din domeniile Geodeziei, Geodeziei fizice și Geodeziei cu sateliți. Ideile cristalizate în teză sunt ancorate în tendințele actuale manifestate pe plan mondial în ceea ce privește utilizarea unor concepte, metode și tehnologii noi, în scopul modelării și determinării cât mai precise a parametrilor care descriu câmpul gravitației, potențialul perturbator și alte mărimi fizice sau geometrice derivate.

Lucrarea vine în sprijinul problemelor create de lipsa unui model geoidal gravimetric pentru teritoriul României care să soluționeze problemele transformărilor de coordonate și a altitudinilor între diferite sisteme.

Pe baza studiilor teoretice și a rezultatelor numerice obținute în cadrul acestei teze se pot trage următoarele concluzii majore:

1. Teza prezintă și clarifică noțiunile legate de definirea sistemelor de altitudini și a anomaliilor gravitației.
2. Au fost analizate metodele de determinare a corecțiilor de relief, inclusiv variantele moderne care utilizează transformatele Fourier rapide. Datorită constrângerilor impuse (pct. 2.1.4.1), s-a utilizat metoda clasică a prismelor.



3. Prin prisma problemelor enunțate spre rezolvare în capitolul 1, pct. 1.3, sunt studiate cele mai importante metode de determinare a undulațiilor geoidului, aprofundându-se metoda bazată pe formula lui Stokes și tehnica „remove-restore”.
4. Verificarea experimentală a conceptelor teoretice și practice propuse în prezenta lucrare s-a efectuat pentru întreg teritoriul României. Această decizie a fost luată în urma comparării modului de obținere a undulațiilor geoidului pentru o zonă test (făcută în referatul 3, pe o zonă de  $2^\circ \times 2^\circ$ ) și a modului de obținere a undulațiilor geoidului pentru o zonă mai mare (teritoriul României, în cadrul unei teme de cercetare). Diferențele țin de tehnicile de programare și modul de administrare a unei cantități mari de date. Tendința este ca pentru un volum mic de date să se aplice algoritmi simplificați, care, aplicați apoi pe un volum mare de date conduc fie la erori de calcul, fie la durate extrem de mari ale procesului de calcul. Ondulațiile geoidului gravimetric determinat în cadrul acestei teze au precizia absolută de 39 cm și o rezoluție a gridului de  $5' \times 7,5'$ . Ele acoperă întreaga suprafață a României.
5. Informațiile furnizate de modelul digital altimetric al terenului sunt cruciale în determinarea unui model al geoidului de înaltă precizie. Modelul utilizat a avut rezoluția de 3” (aprox. 100 m), asigurând o precizie suficientă pentru majoritatea zonelor țării, excepție făcând zonele muntoase. Terenul accidentat și variațiile mari ale altitudinilor pe distanțe scurte ar fi necesitat un model mai detaliat.
6. Anomaliile gravitației utilizate au provenit din două surse: rețeaua gravimetrică militară, existentă la DTM și baza de date existentă la BGI. Desigur, în țara noastră mai există și alte date gravimetrice (produse de geologi), dar precizia și acoperirea lor nu este satisfăcătoare. Datele existente la DTM prezintă dezavantajul de a fi insuficiente pentru



determinarea unui model geoidal de precizie. Datele existente la BGI au fost mai numeroase, oferind o acoperire acceptabilă, dar reducerile aplicate au fost determinate prin metode diferite, metode care sunt mai puțin utilizate în prezent. Din acest motiv au existat unele diferențe nu tocmai neglijabile între anomaliile în aer liber obținute în punctele rețelei și cele obținute în punctele gridului, pe baza datelor BGI.

7. Existența unei rețele gravimetrice dense, în care să existe atât valori ale gravității cât și ale altitudinilor, este absolut necesară pentru determinarea unui model geoidal de înaltă precizie. Pentru obținerea undulațiilor geoidului cu o precizie de 1 cm, din relațiile (4.2), (4.3) și (4.4) rezultă că densitatea rețelei gravimetrice ar trebui să fie de cel puțin 1 punct/8,8 km<sup>2</sup>, adică aproximativ 27.000 puncte. Totuși, această densitate reprezintă densitatea rețelei în care se fac determinările undulațiilor geoidului. Pentru a se asigura o calitate satisfăcătoare a interpolărilor anomaliilor gravității, acest număr ar trebui să fie de cel puțin 3 ori mai mare.
8. De asemenea, este absolut necesar ca anomaliile gravității să aibă aplicate corecții până acum neglijate, cum ar fi corecția atmosferică sau corecția elipsoidală. Așa cum se poate vedea și din studiul de caz al acestei teze acestea nu au valori neglijabile.
9. Modelul geopotențial global utilizat în studiul de caz a fost EGM96, model furnizat de NGA în 1997. Acest model are în țara noastră precizia de 1,2 m (vezi pct. 5.6.5). Utilizarea unui model mai precis (de exemplu EGM06, care este în curs de publicare – există deja publicații coeficienții de test) ar mări în mod considerabil precizia unui model local.
10. Lipsa unui model 3D al densităților maselor topografice a afectat în mod semnificativ precizia undulațiilor geoidului determinat. Utilizarea unei valori constante ( $\rho=2,67\text{g/cm}^3$ ) induce erori semnificative (în special în



apropierea lacurilor unde variațiile de densitate sunt mari – densitatea apei dulci este  $1 \text{ g/cm}^3$ ).

11. Pentru a utiliza în mod corespunzător precizia oferită de GPS la transformarea altitudinilor elipsoidale în altitudini ortometrice, este absolut necesar ca să existe o rețea combinată GPS/nivelment densă. Pe baza acesteia se determină geoidul geometric, cu ajutorul căruia se determină suprafața de corecție necesară corectării undulațiilor geoidului gravimetric. Același model matematic se poate utiliza și la combinarea coordonatelor obținute din măsurători GLONASS și GPS (aceste sisteme de poziționare globală utilizează doi elipsoizi geocentrice diferiți: primul PZ90 și al doilea WGS84).
12. Circulația curenților marini, redistribuirea maselor de apă și a maselor biologice, variațiile vâscozității terestre, procesele vulcanice masive, extinderea aglomerărilor urbane sunt doar o parte din factorii care afectează câmpul gravitației terestre. Concomitent cu schimbările acestui câmp apar și schimbări ale modelelor globale ale geoidului, implicând necesitatea recalculării periodice. Acest lucru conduce necesitatea recalculării periodice a modelelor locale ale geoidului. De aceea, după determinarea și adoptarea unui model al geoidului la noi în țară, ar trebui înființarea unui serviciu național al geoidului care să ofere informații despre geoidul adoptat, programe specializate pentru interpolarea undulațiilor, relații și algoritmi de calcul, baze de date (în condițiile legii), forumuri de discuții, detalii despre diverse proiecte legate de determinările undulațiilor geoidului naționale și internaționale, în scopul menținerii în actualitate a problemei determinării undulațiilor geoidului.
13. Un element extrem de benefic a fost utilizarea programelor GIS (ArcGIS 9.1 și ERDAS 9.0). Pe lângă faptul că pun la dispoziție o serie de instrumente de vizualizare extrem de avansate (vezi figurile rezultate), ele



oferă și o serie de module care pot fi utilizate la analiza și verificarea atât a datelor cât și a rezultatelor.

De asemenea, pe baza studiilor efectuate de-a lungul întregii perioade de pregătire a acestei teze se mai pot trage o serie de concluzii cu un caracter mai general, dar care pot fi extrem de utile în cercetările ulterioare:

### *1. Alegerea optimă a modelului geopotențial global și a ordinului acestuia*

Ideal, modelul geopotențial global ar trebui aproximeze cel mai bine geoidul în zona de calcul. Acest lucru poate fi verificat prin compararea cu datele obținute prin măsurători GPS și de nivelment și/sau cu măsurători gravimetrice terestre. Dezvoltările în armonici sferice trebuie, de asemenea, optimizate, deoarece coeficienții armonici au o eroare estimată de peste 100% peste un anumit grad. Alternativ, se poate utiliza un model de ordin redus, obținut doar pe baza datelor satelitare, pentru a se evita propagarea erorilor datelor terestre de două ori. Este indicat să se utilizeze un astfel de model doar dacă există suficiente date terestre disponibile, pentru a se putea determina componenta de lungime medie de undă a undulațiilor geoidului.

### *2. Rezoluția și precizia datelor terestre*

Erorile datelor gravimetrice și/sau ale datelor altimetrice, în mod evident, se vor propaga în soluția finală de determinare a undulațiilor geoidului. Acestea pot rezulta din erorile de măsurare, din sistemele de referință utilizate pentru coordonate și gravitate și din preprocesarea datelor (de exemplu, continuarea în jos, medieri și interpolări în nodurile unui grid). De asemenea, rezoluția optimă a datelor gravimetrice și a celor altimetrice trebuie determinată pentru fiecare zonă de interes (de exemplu, rezoluția optimă a unui model digital altimetric pentru determinarea undulațiilor geoidului în zonele muntoase).





3. *Geoid de dragul geoidului sau geoid pentru conversia altitudinilor determinate cu ajutorul GPS?*

Geoidul ar trebui determinat în concordanță cu definirea lui clasică sau în scopul transformării altitudinilor măsurate cu ajutorul GPS în altitudini ortometrice? Foarte des, autorii tind să aplice deplasări și înclinări unui geoid gravimetric în scopul îmbunătățirii comparației statistice cu datele GPS/nivelment. De asemenea, trebuie să se țină cont de calitatea datelor utilizate în astfel de comparații.

4. *Reducerea erorilor de lungime mare de undă*

Erorile componentelor de lungime medie și lungă de undă ale undulațiilor geoidului se consideră că sunt conținute în modelul geopotențial. De aceea trebuie să se determine exact dimensiunea zonei în care datele gravimetrice pot corecta în mod viabil aceste lungimi de undă, fără a mai fi necesare deplasări sau înclinări.

5. *Utilizarea maregrafelor și a GPS pentru a obține un control al geoidului de ordin mic*

Multe țări utilizează în paralel receptoare GPS și maregrafe, care pot furniza o mărime directă a undulației geoidului, dacă efectele oceanice (marine) din apropierea coastelor sunt eliminate. În acest mod se pot controla componentele de ordin zero și lungime foarte mare de undă ale undulației geoidului, lucru care se poate dovedi util în special la unificarea sistemului de referință vertical global.

6. *Este soluția lui Stokes la problema geodezică a valorilor la limită satisfăcătoare pentru a se obține precizia dorită?*

Liniarizarea problemei geodezice a valorilor la limită și considerațiile lui Stokes ar putea împiedica obținerea unui geoid centimetric. Doar noile formulări ale acestei probleme, diversele abordări ale estimării și îmbunătățirile aduse soluției Stokes vor putea îmbunătăți soluția finală.



## 7. Avantajele utilizării rețelelor combinate GPS/nivelment/geoid

Utilizarea rețelelor combinate GPS/nivelment/geoid oferă o schemă de evaluare a preciziei modelelor geoizilor gravimetrice foarte atractivă. În același timp, rețelele combinate GPS/nivelment/geoid constituie scheletul de „puncte comune” necesare la determinarea unui model optim de transformare între altitudinile măsurate prin GPS și cele ortometrice.

Dacă problema evaluării geoidului este în atenție, atunci compensarea unei astfel de rețele combinate poate fi utilizată pentru testarea modelelor preliminare ale erorilor interne ale geoidului, derivate din studiul propagării erorilor provenite din datele utilizate la determinare.

În problema modelării suprafeței de corecție, necesară la transformarea altitudinilor măsurate prin GPS în altitudini ortometrice, este foarte important să se filtreze și să se elimine toate efectele aleatoare de medie nulă provenind din tripletul de date altimetrice. Această suprafață de corecție va absorbi o parte din erorile geoidului de lungime mare de undă, care nu au în mod obligatoriu o manifestare aleatoare de medie nulă și care nu pot fi izolate în mod explicit.

Deși tradiționalul model cu patru parametri este suficient pentru a elimina erorile sistematice induse de diferențele dintre sistemele de referință ale celor trei tipuri de date altimetrice, compensarea rețelelor combinate GPS/nivelment/geoid poate fi utilizată la testarea apriorică a modelelor de erori pentru GPS, nivelment și geoid, date fiind matricele complete de covarianță ale erorilor pentru toate datele altimetrice.



Din elementele prezentate mai sus, consider că lucrarea de față aduce contribuții la soluționarea problematicii propuse prin:

- clarificarea unor probleme legate de anomaliiile gravitației, stabilirea unor metode de verificare și validare a datelor și utilizarea unor metode avansate de reducere a anomaliiilor gravitației;
- stabilirea unui algoritm („remove -restore”) și a unor direcții argumentate necesare pentru determinarea undulațiilor geoidului;
- evaluarea preciziei modelului digital altimetric al terenului și a efectului direct și indirect al terenului;
- calculul anomaliiilor gravitației și evaluarea preciziei acestora;
- determinarea undulațiilor geoidului pentru teritoriul României pe baza modelului geopotențial global EGM96 și a datelor gravimetrice locale din baza de date a DTM și a BGI;
- determinarea parametrilor suprafeței de corecție necesară utilizării undulațiilor geoidului gravimetric în combinație cu măsurătorile GPS și estimarea preciziei undulațiilor;
- elaborarea unui pachet de programe care implementează toate relațiile de calcul necesare determinării geoidului gravimetric, precum și pentru verificarea și prelucrarea primară a datelor. Acest pachet de programe este descris în pct. 5.10 și în anexe;
- stabilirea unor cerințe preliminare privind densitatea datelor necesare determinării unui geoid gravimetric cu precizia de 10 cm.

Consider că problematica dezbătută în această lucrare nu este epuizată, în mod cert existând și alte posibilități de abordare, subiectul fiind deschis dezvoltărilor din anii ce vor urma. Conținutul lucrării reflectă stadiul și posibilitățile actuale de rezolvare a problemelor abordate.



Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Capitolul 6 – Concluzii

---

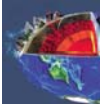


## Anexe



Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Anexe



## Anexa 1: Programul de calcul al corecțiilor de relief (corecțiilor de teren):

- A.1.1: Schema logică a programului
- A.1.2: Extras din listingul programului – procedurile de calcul al corecțiilor de teren prin metoda prismelor.



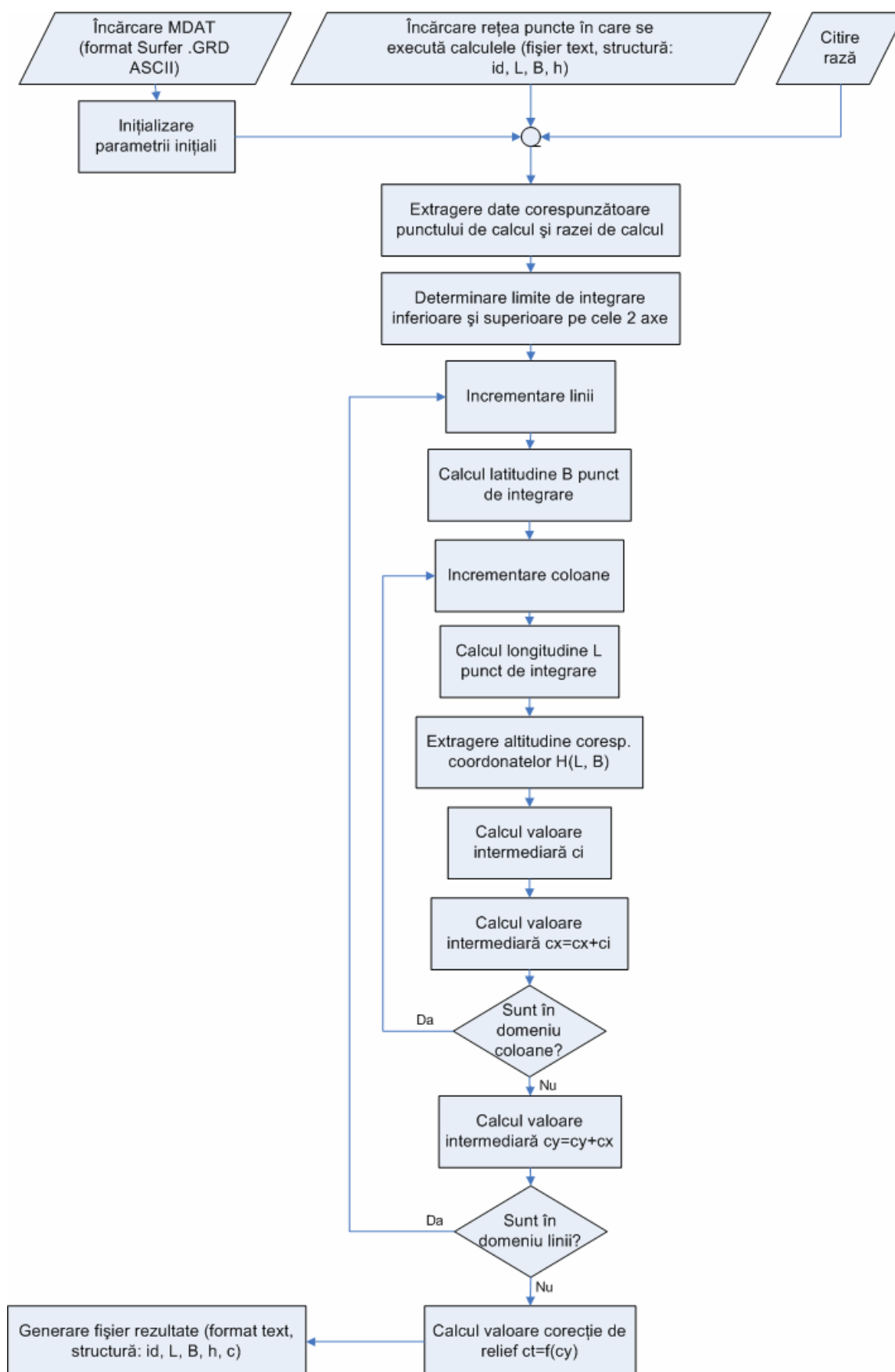


Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Anexe



### A.1.1: Schema logică a programului:





### A.1.2: Extras din listingul programului – procedurile de calcul al corecțiilor de teren prin metoda prismelor:

```
procedure TForm1.Relatie(var Bi,Bp,Li,Lp,hi,hp,dfi,dla,c:Double);
var
  Loi,Laj,Lon1,Lon2,Lam1,Lam2           : double;
  xv1,xv2,yv1,yv2,x1,x2,y1,y2,z1,z2,xp,yp,xi,yi : double;
  r111,r112,r121,r122,r211,r212,r221,r222      : real;
  i                                           : integer;
  t                                           : array [1..24] of double;
  f11,f12,f21,f22,xx,yy                    : real;

begin
  BL_wgs_stereo70(Lp,Bp,xp,yp);

  Lon1:=Li - dla/2;
  Lon2:=Li + dla/2;
  Lam1:=Bi - dfi/2;
  Lam2:=Bi + dfi/2;

  BL_wgs_stereo70(Lon1,Lam1,xv1,yv1);
  BL_wgs_stereo70(Lon2,Lam2,xv2,yv2);

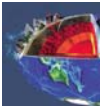
  x1:= abs(xv1-xp);
  y1:= abs(yv1-yp);
  if x1=0 then x1:= 10E-5;
  if y1=0 then y1:= 10E-5;

  x2:= abs(xv2-xp);
  y2:= abs(yv2-yp);
  if x2=0 then x2:= 10E-5;
  if y2=0 then y2:= 10E-5;

  if x1>x2 then
    begin
      xx:=x2;
      x2:=x1;
      x1:=xx;
    end;
  if y1>y2 then
    begin
      yy:=y2;
      y2:=y1;
      y1:=yy;
    end;

  z1:= abs(hi - hp); // limitele domeniului de integrare pe z
  z2:= 0;

  r111:= sqrt(sqr(x1)+sqr(y1)+sqr(z1));
  r112:= sqrt(sqr(x1)+sqr(y1)+sqr(z2));
  r121:= sqrt(sqr(x1)+sqr(y2)+sqr(z1));
  r122:= sqrt(sqr(x1)+sqr(y2)+sqr(z2));
  r211:= sqrt(sqr(x2)+sqr(y1)+sqr(z1));
  r212:= sqrt(sqr(x2)+sqr(y1)+sqr(z2));
  r221:= sqrt(sqr(x2)+sqr(y2)+sqr(z1));
  r222:= sqrt(sqr(x2)+sqr(y2)+sqr(z2));
```



```
try

f22:= x2*ln(((sqrt(x2*x2+y2*y2)+y2))/(sqrt(x2*x2+y2*y2+z1*z1)+y2))+
y2*ln(((sqrt(x2*x2+y2*y2)+x2))/(sqrt(x2*x2+y2*y2+z1*z1)+x2))+
z1*arctan(x2*y2/(z1*sqrt(x2*x2+y2*y2+z1*z1)));
f12:= x1*ln(((sqrt(x1*x1+y2*y2)+y2))/(sqrt(x1*x1+y2*y2+z1*z1)+y2))+
y2*ln(((sqrt(x1*x1+y2*y2)+x1))/(sqrt(x1*x1+y2*y2+z1*z1)+x1))+
z1*arctan(x1*y2/(z1*sqrt(x1*x1+y2*y2+z1*z1)));
f21:= x2*ln(((sqrt(x2*x2+y1*y1)+y1))/(sqrt(x2*x2+y1*y1+z1*z1)+y1))+
y1*ln(((sqrt(x2*x2+y1*y1)+x2))/(sqrt(x2*x2+y1*y1+z1*z1)+x2))+
z1*arctan(x2*y1/(z1*sqrt(x2*x2+y1*y1+z1*z1)));
f11:= x1*ln(((sqrt(x1*x1+y1*y1)+y1))/(sqrt(x1*x1+y1*y1+z1*z1)+y1))+
y1*ln(((sqrt(x1*x1+y1*y1)+x1))/(sqrt(x1*x1+y1*y1+z1*z1)+x1))+
z1*arctan(x1*y1/(z1*sqrt(x1*x1+y1*y1+z1*z1)));

c:= f22 - f12 - f21 + f11;

except
on E: EZeroDivide do c:=0;
end;

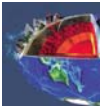
end;

procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
var
S          : String      ;
fOut       : TextFile   ;
i,j,k,m    : Integer    ;
Cotam      : double     ;
dx,dy      : double     ;
dL,dB      : double     ;
L,B         : double     ;
nlz,ncz    : Integer    ;
plp,pcp    : Integer    ;
ncmin,ncmax : Integer    ;
nlmin,nlmax : Integer    ;
c,c0,c1,c2,c3 : double   ;
cx,cy      : double     ;
alfa       : Real       ;
x1,y1,x2,y2 : Real      ;

begin
    ProgressBar3.Min:=0;
    ProgressBar3.Step:=1;

    AssignFile(fOut,GetCurrentDir + '\corectii_relief'+
IntToStr(Trunc(raza*sqrt(2)/1000)) + 'km.txt');
    Rewrite(fOut);
    For i:=0 To cont-1 Do
        begin
            pcpl:=Trunc((reteal[i].L-LMin)/pasL);
            plpl:=Trunc((reteal[i].B-BMin)/pasB);

            Str(i+1,s);
            Label3.Caption:='Acum calculez corectia de relief in punctul ' + s;
            Label3.Refresh;
            Label11.Caption:='...' + s;
            Label11.Refresh;
        end
    end
```



```
dL:=retea[i].L+pasL;  
ArcParalel(retea[i].L,dL,retea[i].B,retea[i].B,dx);  
ncz:=Trunc(raza/dx);  
  
If pcp-ncz<0 Then ncmin:=0  
Else ncmin:=pcp-ncz;  
  
If pcp+ncz>nc-1 Then ncmax:=nc-1  
Else ncmax:=pcp+ncz;  
  
dB:=retea[i].B+pasB;  
ArcMeridian(retea[i].B,dB,dy);  
nlz:=Trunc(raza/dy);  
  
If plp-nlz<0 Then nlmin:=0  
Else nlmin:=plp-nlz;  
  
If plp+nlz>nl-1 Then nlmax:=nl-1  
Else nlmax:=plp+nlz;  
  
ProgressBar3.Max:=nlmax-nlmin;  
  
cy:=0;  
For k:=nlmin To nlmax Do  
begin  
B:=BMin+k*pasB;  
cx:=0;  
For m:=ncmin To ncmax Do  
begin  
L:=LMin+m*pasL;  
Cotam:=Hn[k,m];  
  
Relatie(B,retea[i].B,L,retea[i].L,Cotam,retea[i].h,pasB,pasL,c);  
cx:=cx+c;  
end;  
cy:=cy+cx;  
ProgressBar3.StepIt;  
end;  
  
retea[i].c:=6.672585*2670*cy*10E-6;{1000000};  
WriteLn(fOut,retea[i].id,' ',retea[i].L:3:7,' ',retea[i].B:3:7,'  
' ,retea[i].h:3:7,' ',retea[i].c:3:7);  
end;  
CloseFile(fOut);  
  
ShowMessage('In sfarsit, gata!');  
end;
```



## Anexa 2: Programul de calcul al efectului indirect al terenului asupra undulațiilor geoidului:

- A.2.1: Schema logică a programului
- A.2.2: Extras din listingul programului – procedurile de calcul al efectului indirect.



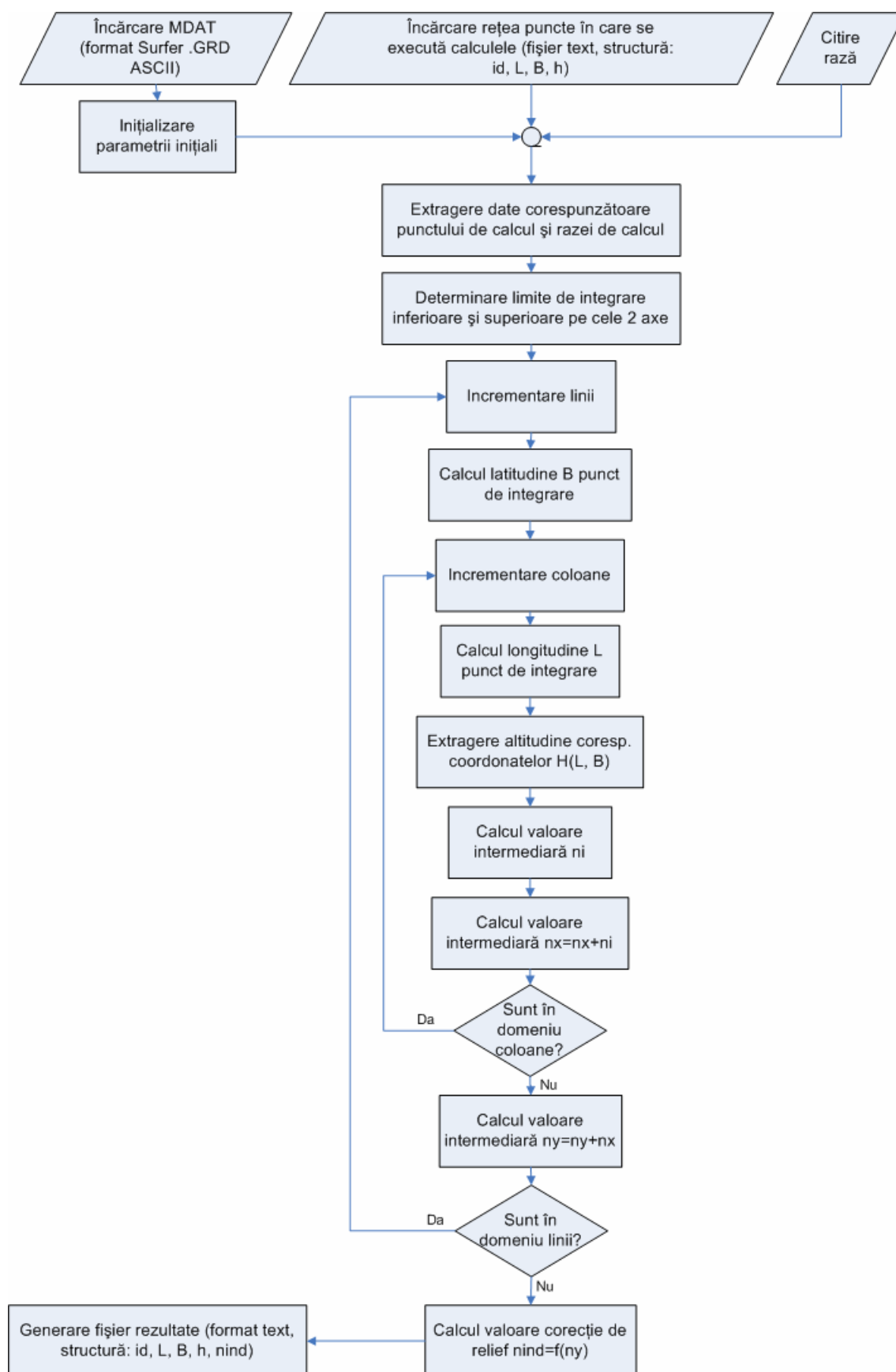
Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Anexe





### A.2.1: Schema logică a programului:





## A.2.2: Extras din listingul programului – procedurile de calcul al efectului indirect al terenului:

```
procedure Relatie(var Bi,Bp,Li,Lp,hi,hp,c:Real);
var s,s3,hi3,hp3,dh3 : Real;
begin
    Distanta(Bi,Bp,Li,Lp,s);

    If s>55 Then
        begin
            s3:=IntPower(s,3);
            hi3:=IntPower(hi,3);
            hp3:=IntPower(hp,3);
            dh3:=hi3-hp3;
            c:=dh3/s3;
        end
    Else c:=0;
end;

procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
var
    S          : String    ;
    fOut        : TextFile ;
    i,j,k,m     : Integer  ;
    Cotam       : Real     ;
    dx,dy       : Real     ;
    dL,dB       : Real     ;
    L,B         : Real     ;
    nlz,ncz     : Integer  ;
    plp,pcp     : Integer  ;
    ncmin,ncmax : Integer  ;
    nlmin,nlmax : Integer  ;
    c,cx,cy     : Real     ;
begin
    ProgressBar3.Min:=0;
    ProgressBar3.Step:=1;

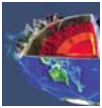
    AssignFile(fOut,GetCurrentDir + '\efect_indirect'+
    IntToStr(Trunc(raza*sqrt(2)/1000)) + 'km.txt');
    Rewrite(fOut);

    For i:=0 To cont-1 Do
        begin
            pcp:=Trunc((reteza[i].L-LMin)/pasL);
            plp:=Trunc((reteza[i].B-BMin)/pasB);

            Str(i+1,s);
            Label3.Caption:='Acum calculez efectul indirect in punctul ';
            Label3.Refresh;
            Label1.Caption:='...'+s;
            Label1.Refresh;

            dL:=reteza[i].L+pasL;
            ArcParalel(reteza[i].L,dL,reteza[i].B,reteza[i].B,dx);
            ncz:=Trunc(raza/dx);

            If pcp-ncz<0 Then ncmin:=0
                Else ncmin:=pcp-ncz;
```



```
If pcp+ncz>nc-1 Then ncmax:=nc-1
                        Else ncmax:=pcp+ncz;

dB:=rete[i].B+pasB;
ArcMeridian(rete[i].B,dB,dy);
nlz:=Trunc(raza/dy);

If plp-nlz<0 Then nlmin:=0
                        Else nlmin:=plp-nlz;

If plp+nlz>nl-1 Then nlmax:=nl-1
                        Else nlmax:=plp+nlz;

ProgressBar3.Max:=nlmax-nlmin;

cy:=0;

For k:=nlmin To nlmax Do
begin
    B:=BMin+k*pasB;
    cx:=0;
    For m:=ncmin To ncmax Do
        begin
            L:=LMin+m*pasL;
            Cotam:=Hn[k,m];
            Relatie(B,rete[i].B,L,rete[i].L,Cotam,rete[i].h,c);
            cx:=cx+c;
        end;
    cy:=cy+cx;
    ProgressBar3.StepIt;
end;

rete[i].ind:=-
6.672585*2670*(6*Pi*sqr(rete[i].h)+cy*dx*dy)/(6000000*gama(rete[i].B));//[G*Ro
(este *10^-11)*10^5pt.mgali]/6
WriteLn(fOut,rete[i].id,' ',rete[i].L:3:7,' ',rete[i].B:3:7,'
',rete[i].h:3:7,' ',rete[i].ind:3:7);
end;
CloseFile(fOut);

ShowMessage('In sfarsit, gata!');
end;
```



Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Anexe



## Anexa 3: Programul de interpolare a anomaliilor Bouger prin kriging:

- A.3.1: Schema logică a programului
- A.3.2: Extras din listingul programului – procedura de interpolare prin kriging.

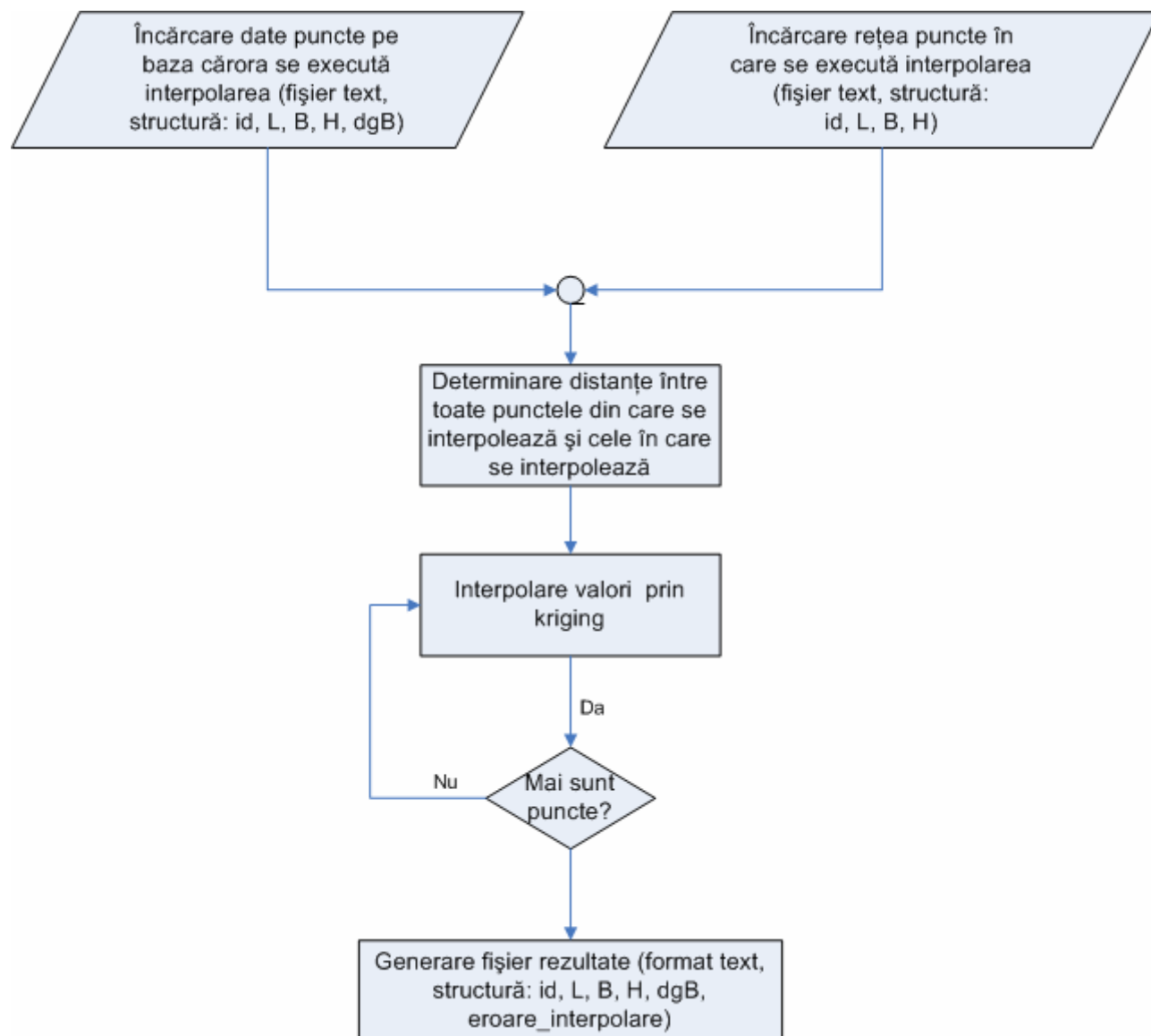


Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Anexe



### A.3.1: Schema logică a programului:







### A.3.2: Extras din listingul programului – procedura de interpolare prin kriging:

```
function covarianta_bouger(var p1,p2: punct):real;
var
  Co,d,sij : real;
  numitor   : real;

begin
  Co:=337; //mgali, sigma0
  d:=40;   //km, distanta maxima de corelatie, valabila pt. distante sij<100km
  si C0=337mgali
  distanta(p1.B,p2.B,p1.L,p2.L,sij);
  sij:=sij/1000;
  numitor:= sqrt(1+sqr(sij/d));
  // numitor:= (1+sqr(sij/d))*sqrt(1+sqr(sij/d));

  result:= Co/numitor;
end;

procedure kriging_punctual(var p:punct; var sp:set_puncte);
var
  Co           : real;
  Cij,Cij_inv  : matrice;
  Cip,w        : vector;
  i,j,k,n      : integer;
  piv,temp     : real;
begin
  n:= Length(sp);
  //////////////////////////////////////
  SetLength(Cij,n+1,n+1);
  SetLength(Cij_inv,n+1,n+1);
  //////////////////////////////////////
  SetLength(Cip,n+1);
  SetLength(w,n+1);

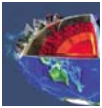
  // incarcare matrice //
  // determinare elemente nxn
  for i:=0 to n-1 do
    for j:=0 to n-1 do
      Cij[i,j]:=covarianta_bouger(sp[i],sp[j]);

  // determinare elemente linia n+1
  for i:=0 to n-1 do Cij[i,n]:=1;
  // determinare elemente col. n+1
  for j:=0 to n-1 do Cij[n,j]:=1;
  //determinare element n+1,n+1
  Cij[n,n]:=0;

  // incarcare vector //
  // determinare n elemente
  for k:=0 to n-1 do
    Cip[k]:=covarianta_bouger(sp[k],p);
  // determinare element n+1
  Cip[n]:=1;

  // calcul matrice inversa
  InvMat(Cij,Cij_inv);

  // determinare vector ponderi w
```



```
for i:=0 to n do
begin
  piv:=0;
  for j:=0 to n do
    begin
      piv:=piv + Cij_inv[i,j]*Cip[j];
    end;
  w[i]:=piv;
end;

// determinare valoare interpolata
temp:=0;
for i:=0 to n-1 do
  temp:=temp + w[i]*sp[i].dgb;

p.dgb:= temp; // valoare interpolata

// determinare eroare interpolare
Co:=337;
temp:=0;
for i:=0 to n-1 do
  temp:=temp + w[i]*Cip[i];

p.er:= sqrt(abs(Co - temp + w[n])); // eroare valoare interpolata
end;
```



Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Anexe



## Anexa 4: Programul de calcul al anomaliilor gravitației și undulațiilor geoidului pe baza modelului geopotențial global EGM96:

- A.4.1: Schema logică a programului
- A.4.2: Extras din listingul programului – procedurile de calcul al polinoamelor Legendre și al anomaliilor gravitației și undulațiilor geoidului pe baza coeficienților EGM96.

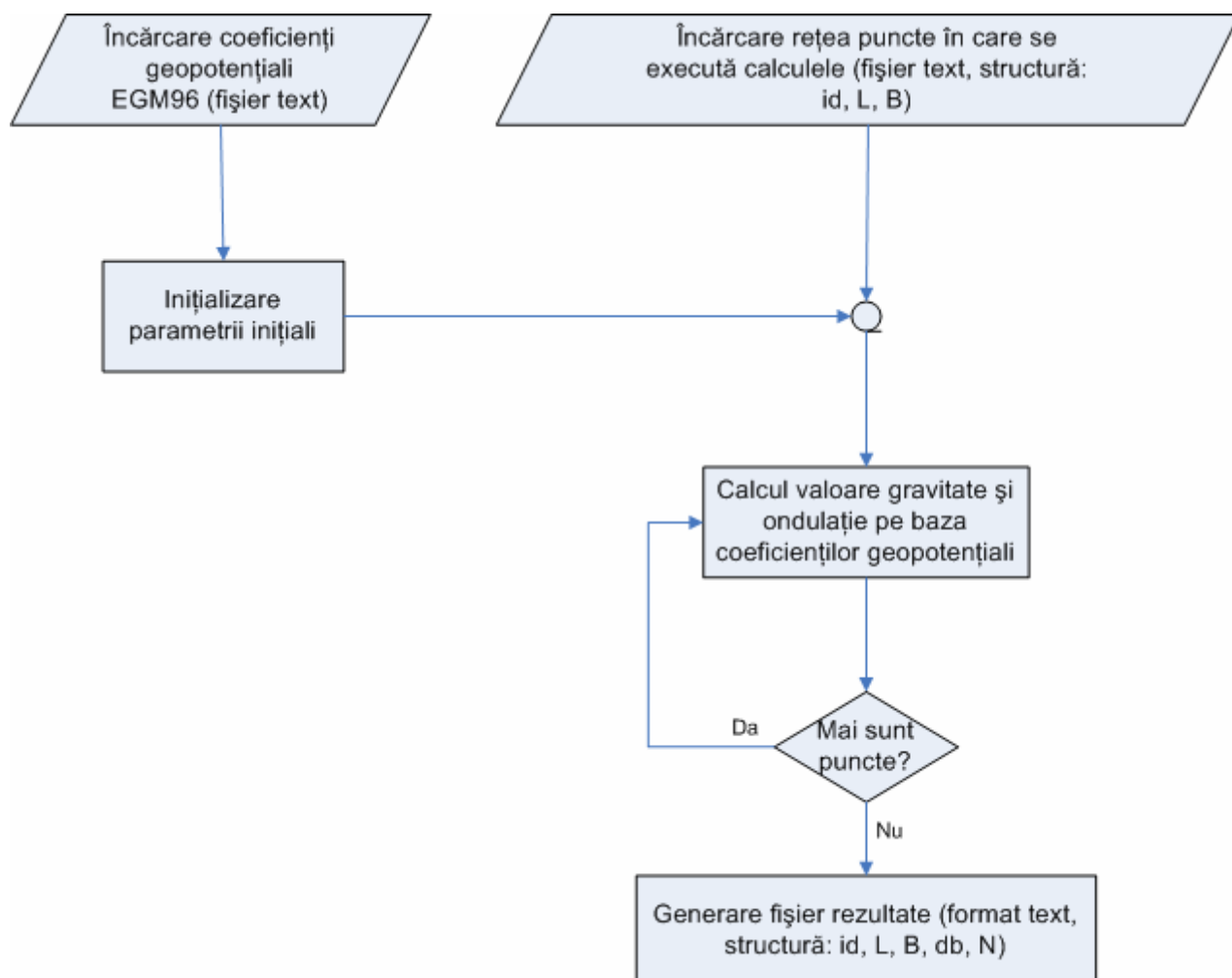


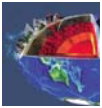
Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Anexe



#### A.4.1: Schema logică a programului:





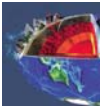
#### A.4.2: Extras din listingul programului – procedurile de calcul al efectului indirect al terenului:

```
function Pnm(n,m:integer; var x:real): extended;
var
    sumx2      : real;
    i           : integer;
    pmm,pmm1,pnn : extended;
    p0,p1,pn    : extended;
begin
    sumx2:=1-sqr(x);
    result:= 1;

    case m of
        0:      begin
            p0:=1;
            p1:=x;
            case n of
                0: result:=p0;
                1: result:=p1;
                2..99999: begin
                    for i:=2 to n do
                        begin
                            pn:= (x*(2*i-1)*p1-(i-1)*p0)/i;
                            p0:=p1;
                            p1:=pn;
                        end;
                    result:=pn;
                end;
            end;
        end;
        1..99999: begin
            pmm:= power(-1,m) * factorial_impar(2*m-1) * power(sumx2,m/2);
            pmm1:= x * (2*m + 1)*pmm;
            if n=m then result:= pmm
                else if n=m+1 then result:= pmm1
                    else begin
                        for i:=m+2 to n do
                            begin
                                pnn:= (x*(2*i-1)*pmm1-(i+m-
1)*pmm)/(i-m);

                                pmm:= pmm1;
                                pmm1:= pnn;
                            end;
                        result:= pnn;
                    end;
                end;
        end;
    end;
end;

procedure calcul_N_dg_EGM(var L,B:real; var Cnm,Snm:coeficienti; var
dg,Ng:real);
var
    i,j,m,n      : integer;
    g1,g11,g2,g22 : extended;
    Br,Lr,teta    : real;
    sinfi,coseta  : real;
    w,x,y,z,r     : real;
```



```
coef_norm      : extended;
Pnm_norm       : extended;
k              : byte;
g_normal       : extended;
n2,n22        : extended;
fi_g           : real;

begin
  Lr:=L*pi/180;
  Br:=B*pi/180;
  sinfi:= sin(Br);
  // calcul coordonate geocentrice
  w:=Sqrt(1-e2*sqr(sinfi));
  x:=a*cos(Br)*cos(Br)/w;
  y:=a*cos(Br)*sin(Br)/w;
  z:=a*(1-e)*sin(Br)/w;
  r:= sqrt(sqr(x)+sqr(y)+sqr(z));
  // calcul latitudine geocentrica <> de latitudinea geografica
  fi_g:= arctan(z/sqrt(x*x+y*y));
  // teta geocentric
  teta:= pi/2-fi_g;
  costeta:= cos(teta);

  g2:=0;
  n2:=0;
  for n:=2 to 360 do
    begin
      g1:=0;
      for m:=0 to n do
        begin
          if m=0 then k:= 1
            else k:= 2;
          coef_norm := power(-1,m) * sqrt((factorial(n-
m)*(2*n+1)*k)/(factorial(n+m)));
          Pnm_norm := coef_norm * Pnm(n,m,costeta);
          g11:=(Cnm[n,m]*cos(m*Lr)+Snm[n,m]*sin(m*Lr)) * Pnm_norm;
          g1:=g1 + g11;
        end;
        g22:=(n-1)*power(a/r,n)*g1;
        n22:=power(a/r,n)*g1;
        g2:=g2 + g22;
        n2:=n2 + n22;
      end;
      g_normal:= gama_elipsoid(sinfi);
      dg:= GM*g2/sqr(r) * 1E05;
      Ng:= GM*n2/(r*g_normal) - 0.53;
    end;
  end;
```





Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Anexe



## Anexa 5: Programul de calcul al undulațiilor reziduale ale geoidului prin metoda Stokes:

- A.5.1: Schema logică a programului
- A.5.2: Extras din listingul programului – procedurile de calcul al funcției Stokes (cu formula închisă și cu polinoame Legendre) și a integralei Stokes.

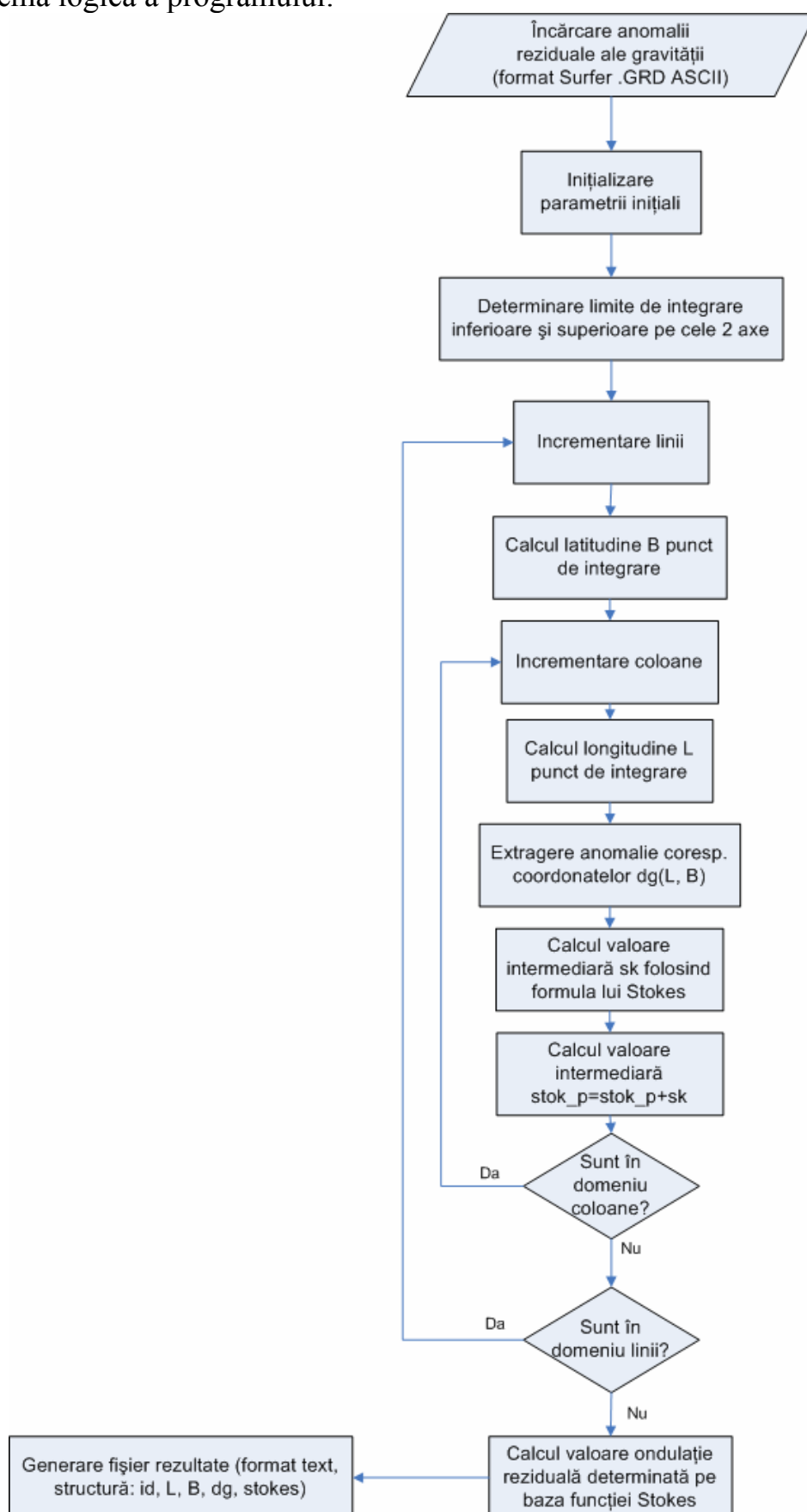


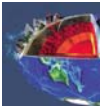
Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Anexe



### A.5.1: Schema logică a programului:





### A.5.2: Extras din listingul programului – procedurile de calcul al funcției Stokes (cu formula închisă și cu polinoame Legendre) și a integralei Stokes:

```
function Gama(var B:real):real;
var
  Br,k,numitor:real;
begin
  Br:=B*Ro;
  k:=be*gamaP/(a*gamaE)-1;
  numitor:=sqrt(1-e2*sqr(sin(Br)));
  numitor:=1/numitor;
  result:= gamaE*(1+k*sqr(sin(Br))*numitor;
end;

function Pn(n:integer; var x:real): extended;
var
  sumx2      : real;
  i          : integer;
  p0,p1,pn   : extended;
begin
  sumx2:=1-sqr(x);
  result:= 1;

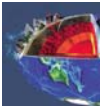
  p0:=1;
  p1:=x;
  case n of
    0: result:=p0;
    1: result:=p1;
    2..99999: begin
      for i:=2 to n do
        begin
          pn:= (x*(2*i-1)*p1-(i-1)*p0)/i;
          p0:=p1;
          p1:=pn;
        end;
        result:=pn;
      end;
    end;
end;

function Psi(var L,B,L1,B1:real):real;
var
  Bp,Blp,Lp,Llp,dB,dL,s,s2 : Real;
begin
  Bp:=B*Ro ;
  Blp:=B1*Ro;
  Lp:=L*Ro ;
  Llp:=L1*Ro;

  dB:=Blp-Bp;
  dL:=Llp-Lp;

  s2:= sin(dB/2)*sin(dB/2)+sin(dL/2)*sin(dL/2)*cos(Bp)*cos(Blp);
  s:=sqrt(s2);
  result:=2*ArcSin(s);
end;

function Int_Stokes(var psi:real):real;
var
```



```
z : real;
begin
  z:=sin(psi/2);
  Result:=1/z - 4 -6*z + 10*z*z - (3 - 6*z*z)*Ln(z + z*z);
end;

function Int_Stokes_Legendre(grad:integer;var psi:real):real;
var
  n          : integer;
  cospsi,spn : real;
begin
  cospsi:=cos(psi);
  spn:=0;
  for n:=2 to grad do
    spn:= spn + (2*n+1)*Pn(grad,cospsi)/(n-1);
  Result:=spn;
end;

procedure TForm1.btn_calcClick(Sender: TObject);
var
  fOut          : TextFile ;
  i,j,k,m,count : integer;
  stok_p,sk,dL,dB : real;
  R,Lp,Bp,L,B    : real;
  ncmin,ncmax    : integer;
  nlmin,nlmax    : integer;
  nlz,ncz        : integer;
  psib_bp        : real;
  gamap,f_stok   : real;

begin
  raza:= 100;    // distanta pe care se determina integrala Stokes - km
  R:= 6371.009;  // raza media a semiaxelor

  Label1.Caption:='Determinare undulatii prin Stokes ...';
  Label1.Refresh;

  AssignFile(fOut,GetCurrentDir + '\Stokes'+ IntToStr(Trunc(raza)) + 'km.txt');
  ReWrite(fOut);

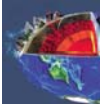
  dB:= 2*arcsin(raza/(2*R));
  dB:=dB/Ro;

  count:=0;
  nlz:= trunc(dB/pasB);
  for i:=0 to nl-1 do
    begin
      Bp:= BMin+i*pasB;
      dL:= 2*arcsin(raza/(2*R*cos(Bp*Ro)));
      dL:= dL/Ro;
      ncz:= trunc(dL/pasL);
      If i-nlz<0 Then nlmin:=0
        Else nlmin:=i-nlz;

      If i+nlz>nl-1 Then nlmax:=nl-1
        Else nlmax:=i+nlz;

      gamap:=Gama(Bp);

      for j:=0 to nc-1 do
```



```
begin
  Lp:= LMin+j*pasL;
  If j-ncz<0 Then ncmin:=0
    Else ncmin:=j-ncz;

  If j+ncz>nc-1 Then ncmax:=nc-1
    Else ncmax:=j+ncz;

  stok_p:=0;
  for k:=nlmin To nlmax Do
    begin
      B:=BMin+k*pasB;
      For m:=ncmin To ncmax Do
        begin
          L:=LMin+m*pasL;
          if (k=i) and (m=j) then
            sk:=R*sqrt(pasB*Ro*pasL*Ro*cos(Bp*Ro))/(gamap*sqrt(pi))
          else begin
            psib_bp:=Psi(L,B,Lp,Bp);
            f_stok:= Int_Stokes(psib_bp);
            //f_stok:=
            Int_Stokes_Legendre(360,psib_bp);

            sk:=f_stok*grid[k,m]*cos(B*Ro);
          end;

          stok_p:=stok_p+sk;
        end;
      end;
      stok_p:=1000*R*pasB*Ro*pasL*Ro*stok_p/(4*pi*gamap);

      inc(count);
      Labell.Caption:='Determinare ondulatii prin Stokes in punctul '+
      IntToStr(count);
      Labell.Refresh;

      writeln(fOut,Lp:3:6,' ',Bp:3:6,' ',grid[i,j]:3:6,' ',stok_p:3:6);
    end;
  end;

  CloseFile(fOut);
  ShowMessage('Gata');
end;
```



Anexa 6: Programul de calcul al parametrilor suprafeței de corecție pe baza diferențelor dintre undulațiile geoidului gravimetric și undulațiile geoidului geometric:

- A.6.1: Schema logică a programului
- A.6.2: Extras din listingul programului – procedura de determinare a parametrilor.



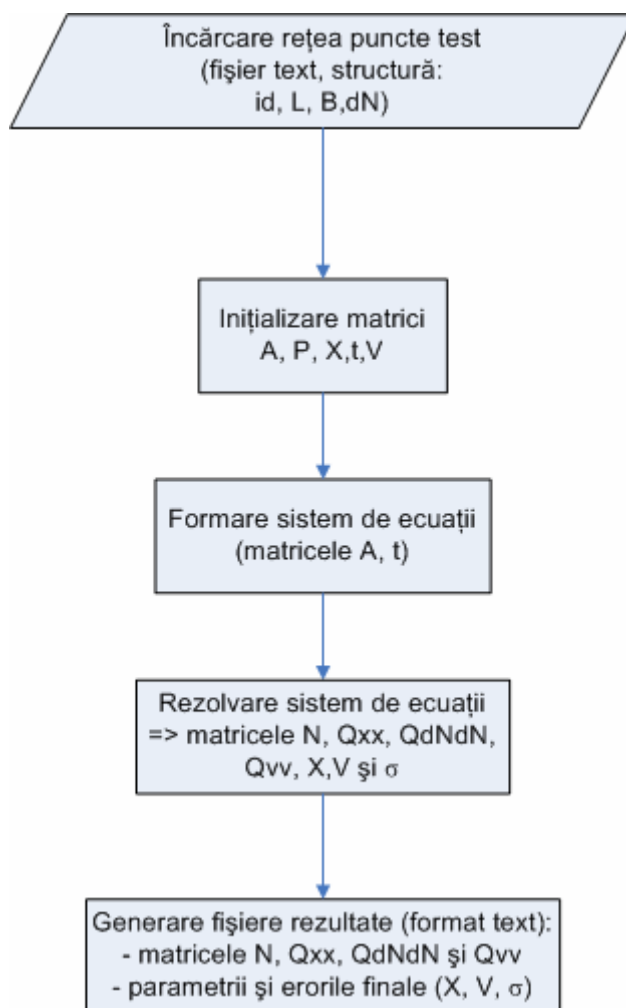


Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Anexe



#### A.6.1: Schema logică a programului:





## A.6.2: Extras din listingul programului – procedura de determinare a parametrilor:

```
procedure TForm1.btn_calculClick(Sender: TObject);
var
    P,V,A,X,t                                : matrice; // date
    initiale
    At,AtP,AtPA,InvAtPA,AtPt,Ax,Vt,VtP,VtPV,AQxx,QdNdN,Qvv,InvP : matrice;
    i,j,nlx                                    : integer;
    f                                          : textFile ;
    sigma0                                    : real;

begin
    /// initializare matrice ponderi
    SetLength(P,cont);
    for i:=0 to cont-1 do SetLength(P[i],cont);

    /// initializare matrice erori
    SetLength(V,cont);
    for i:=0 to cont-1 do SetLength(V[i],1);

    /// initializare matrice coeficienti
    SetLength(A,cont);
    for i:=0 to cont-1 do SetLength(A[i],4);

    /// initializare matrice necunoscute
    // SetLength(X,4);
    // for i:=0 to 3 do SetLength(X[i],1);

    /// initializare matrice termen liber
    SetLength(t,cont);
    for i:=0 to cont-1 do SetLength(t[i],1);

    /// incarcare matrici cu date
    for i:= 0 to cont-1 do
        begin
            A[i,0]:=-1;
            A[i,1]:=-cos(retea[i].B*pi/180)*cos(retea[i].L*pi/180);
            A[i,2]:=-cos(retea[i].B*pi/180)*sin(retea[i].L*pi/180);
            A[i,3]:=-sin(retea[i].B*pi/180);
            t[i,0]:=retea[i].dN;
        end;

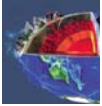
    //////////////////////////////////////
    // scriere matrice A in fisier

    AssignFile(f,'matrice_A.txt');
    Rewrite(f);

    for i:=0 to cont-1 do
        WriteLn(f,A[i,0]:3:4,' ',A[i,1]:3:4,' ',A[i,1]:3:4,'
',A[i,3]:3:4);
    CloseFile(f);

    //////////////////////////////////////

    /// stabilire ponderi
    for i:=0 to cont-1 do
        for j:= 0 to cont-1 do
            begin
                if i=j then P[i,j]:=1
```



```
        else P[i,j]:=0;
    end;
    /// initializare matrice normala inversa
    SetLength(InvAtPA,4);
    for i:=0 to 3 do SetLength(InvAtPA[i],4);

    /// rezolvare sistem prin cele mai mici patrute
    TranspunereMat(A,At); // calcul A transpus
    ProdusMat(At,P,AtP); // calcul A transpus*P
    ProdusMat(AtP,t,AtPt); // calcul A transpus*P*t
    ProdusMat(AtP,A,AtPA); // calcul A transpus*P*A (N - matricea normala)
    InvMat(AtPA,InvAtPA); // calcul inversa N = matrice Qxx

    //////////////////////////////////////
    // scriere matrice Qxx in fisier

    AssignFile(f,'matrice_Qxx.txt');
    ReWrite(f);

    for i:=0 to Length(InvAtPA)-1 do
        begin
            for j:=0 to Length(InvAtPA[i])-1 do
                Write(f,InvAtPA[i,j]:3:4,' ');
            WriteLn(f);
        end;
    CloseFile(f);

    //////////////////////////////////////

    // calcul matrice QdNdN
    ProdusMat(A,InvAtPA,AQxx);
    ProdusMat(AQxx,At,QdNdN);

    //////////////////////////////////////
    // scriere matrice QdNdN in fisier

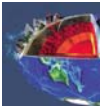
    AssignFile(f,'matrice_QdNdN.txt');
    ReWrite(f);

    for i:=0 to Length(QdNdN)-1 do
        begin
            for j:=0 to Length(QdNdN[i])-1 do
                Write(f,QdNdN[i,j]:3:4,' ');
            WriteLn(f);
        end;
    CloseFile(f);

    //////////////////////////////////////

    // calcul matrice Qvv
    SetLength(Qvv,Length(QdNdN));
    SetLength(InvP,Length(P));
    for i:=0 to Length(InvP)-1 do SetLength(InvP[i],Length(P[i]));
    InvMat(P,InvP);

    for i:=0 to Length(Qvv)-1 do
        begin
            SetLength(Qvv[i],Length(QdNdN[i]));
            for j:=0 to Length(Qvv[i])-1 do
                Qvv[i,j]:=InvP[i,j]-QdNdN[i,j];
```



```
end;

////////////////////////////////////
// scriere matrice Qvv in fisier

AssignFile(f,'matrice_Qvv.txt');
ReWrite(f);

for i:=0 to Length(Qvv)-1 do
begin
  for j:=0 to Length(Qvv[i])-1 do
    Write(f,Qvv[i,j]:3:4,' ');
  WriteLn(f);
end;
CloseFile(f);

////////////////////////////////////

// calcul necunoscute (-N^-1*t)
ProdusMat(InvAtPA,AtPt,X);
nlx:=Length(X);
for i:=0 to nlx-1 do X[i,0]:=-1*X[i,0];

// calcul erori v
ProdusMat(A,X,Ax);
for i:=0 to cont-1 do
  V[i,0]:= Ax[i,0]+t[i,0];

// calcul sigma
TranspunereMat(V,Vt);
ProdusMat(Vt,P,VtP);
ProdusMat(VtP,V,VtPV);
sigma0:=sqrt(VtPV[0,0]/(Length(A)-Length(A[0])));

// creare fisier rezulate
AssignFile(f,'coeficienti_si_erori.txt');
ReWrite(f);
WriteLn(f,'Coeficientii ecuatiilor sunt:');
WriteLn(f);
for i:= 0 to nlx-1 do
  WriteLn(f,'x',IntToStr(i),' = ',X[i,0]:3:3);
WriteLn(f);
WriteLn(f,'Erorile din puncte sunt:');
WriteLn(f);
for i:=0 to cont-1 do
  WriteLn(f,'v',IntToStr(retea[i].id),' = ',V[i,0]:3:4);
WriteLn(f);
WriteLn(f,'Abaterea standard (eroarea medie patratica) este:');
WriteLn(f);
WriteLn(f,'sigma0= ',sigma0:3:4);

CloseFile(f);

ShowMessage('Gata!');
end;
```



## Anexa 7: Programul *GEODEZIC* v.1.0



Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Anexe



Acest program are în momentul de față trei module: unul destinat determinărilor parametrilor de transformare 2D sau 3D între diferite sisteme de referință, unul destinat îndesirii prin simulare al rețelelor și ultimul destinat transformărilor/conversiilor de coordonate (figura A.5.1).

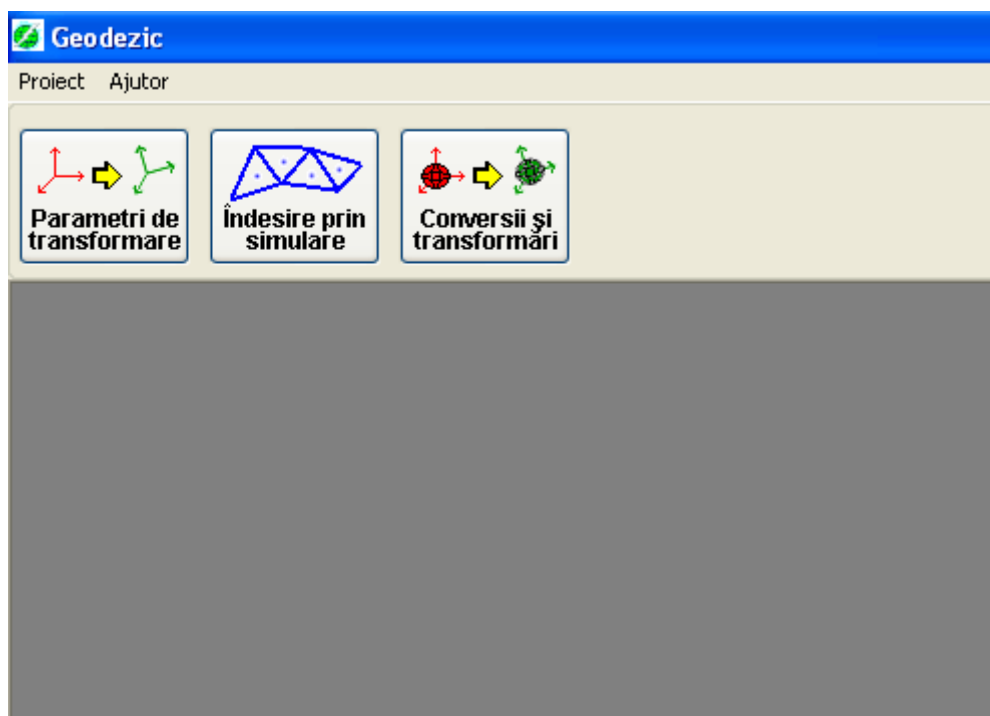


Figura A.5.1: Interfața principală Geodezic v.1.0

Primul modul (figurile A.5.2, A.5.3, A.5.4 și A.5.5) permite determinarea parametrilor de transformare între diverse sisteme de referință, folosind următoarele modele:

- 4 parametri (cu/fără baricentru);
- 7 și 12 parametri (cu/fără baricentru) cu următoarele variante:
  - fără ponderi;
  - cu ponderi individuale;
  - cu ponderi globale.

După efectuarea calculelor rezultatele pot fi salvate și pot fi generate rapoarte sau schițe ale punctelor.





**Stabilirea metodei de transformare și definirea sistemelor de coordonate**

**Tip transformare**

**Mod de calcul: fara baricentru / parametri determinati in bloc**  
**matrice de rotatie ortogonala**

☐ Transformare 2D ( 4 parametri)  
**matrice de rotatie cvasi-ortogonala**  
☒ Transformare 3D fara ponderi ( 7 parametri)  
☐ Transformare 3D fara ponderi ( 12 parametri)

**Mod de calcul: cu baricentru / parametri determinati in etape**  
**matrice de rotatie ortogonala**

☐ Transformare 2D ( 4 parametri)  
☐ Transformare 3D fara ponderi ( 7 parametri)  
☐ Transformare 3D cu ponderi individuale ( 7 parametri)  
☐ Transformare 3D cu ponderi globale ( 7 parametri)  
☐ Transformare 3D fara ponderi ( 12 parametri)  
☐ Transformare 3D cu ponderi individuale ( 12 parametri)  
☐ Transformare 3D cu ponderi globale ( 12 parametri)

**Mod de calcul: cu baricentru / polinomiale**

☐ Transformare 3D fara ponderi ( 30 parametri)  
☐ Transformare 3D cu ponderi individuale ( 30 parametri)  
☐ Transformare 3D cu ponderi globale ( 30 parametri)

**Posibilitati excludere puncte**

☒ pe baza abaterii standard  
☐ pe baza unei precizii impuse (cm)

X: 0 Y: 0 Z: 0

**Excludere deformatii affine**

☐ pe baza testului Student

**Abaterile standard folosite la calculul ponderilor globale**

Sistem 1: sX=sY=sZ (cm) Sistem 2: sX=sY=sZ (cm)

**Definire sisteme de coordonate**

**Sistem 1**

2D ☒ 3D ☐ XYZ ☒ L B H ☐ Est Nord H

Datum S-42

Proiectie Gauss - Kruger

Denumire sistem local

Referinta verticala elipsoid (He)

**Unitati unghiulare**

☒ Grade.fractiuni  
☐ GradeMinuteSecunde impachetate

Ex.: 45 grade, 15 minute, 30.7 secunde = 45.2585277

**Sistem 2**

2D ☒ 3D ☐ XYZ ☒ L B H ☐ Est Nord H

Datum WGS 84

Proiectie UTM

Denumire sistem local

Referinta verticala geoid din EGM96 (Hor)

**Unitati unghiulare**

☒ Grade.fractiuni  
☐ GradeMinuteSecunde impachetate

Ex.: 45 grade, 15 minute, 30.7 secunde = 45.2585277

Acceptare

Figura A.5.2: Interfața modului pentru determinările de parametri

**Geodezic - [Determinare parametri transformare]**

Fisier Calcule Vizualizare Aranjare ferestre Ajutor

**Transformare ortogonală 3D cu ponderi globale (7 parametri)**

DIN SISTEMUL 1: Geodezic. Datum: S-42

IN SISTEMUL 2: Geodezic. Datum: WGS 84

Nr.Crt.	Denumire	Exclus	L [gg.]	B [gg.]	H [m]	sL[cm]	sB[cm]	sH[cm]	vX[cm]	vY[cm]	vZ[cm]	L [gg.]	B [gg.]	H [m]	sL[cm]	sB[cm]	sH[cm]	v
1	CULMEA ALBILOR		24.5274736	47.2263047	739.420	15	15	15				24.5258748	47.2260342	778.688	5	5	5	
2	CINCU		24.7749675	45.8963003	649.280	15	15	15				24.7734116	45.8960123	690.673	5	5	5	
3	CURTICI		21.3476408	46.3557061	111.880	15	15	15				21.3460425	46.3553798	154.503	5	5	5	
4	DEALUL GEMENILOR		27.0349931	47.9292281	240.400	15	15	15				27.0333997	47.9290121	274.064	5	5	5	
5	LUDESTI		25.2265064	44.8740197	373.350	15	15	15				25.2249858	44.8737212	409.829	5	5	5	
6	DEALUL MARCA		28.8241158	45.1185406	208.010	15	15	15				28.8226329	45.1183010	240.620	5	5	5	
7	OSTROV		27.3321342	44.1086886	131.240	15	15	15				27.3306655	44.1084071	167.756	5	5	5	
8	POIANA		27.2522144	46.0028264	306.700	15	15	15				27.2506851	46.0025763	338.503	5	5	5	
9	SLOBOZIA MINDREI		24.7038261	43.9177900	124.230	15	15	15				24.7023244	43.9174648	164.344	5	5	5	

Figura A.5.3: Foia de lucru cu datele folosite la determinarea parametrilor

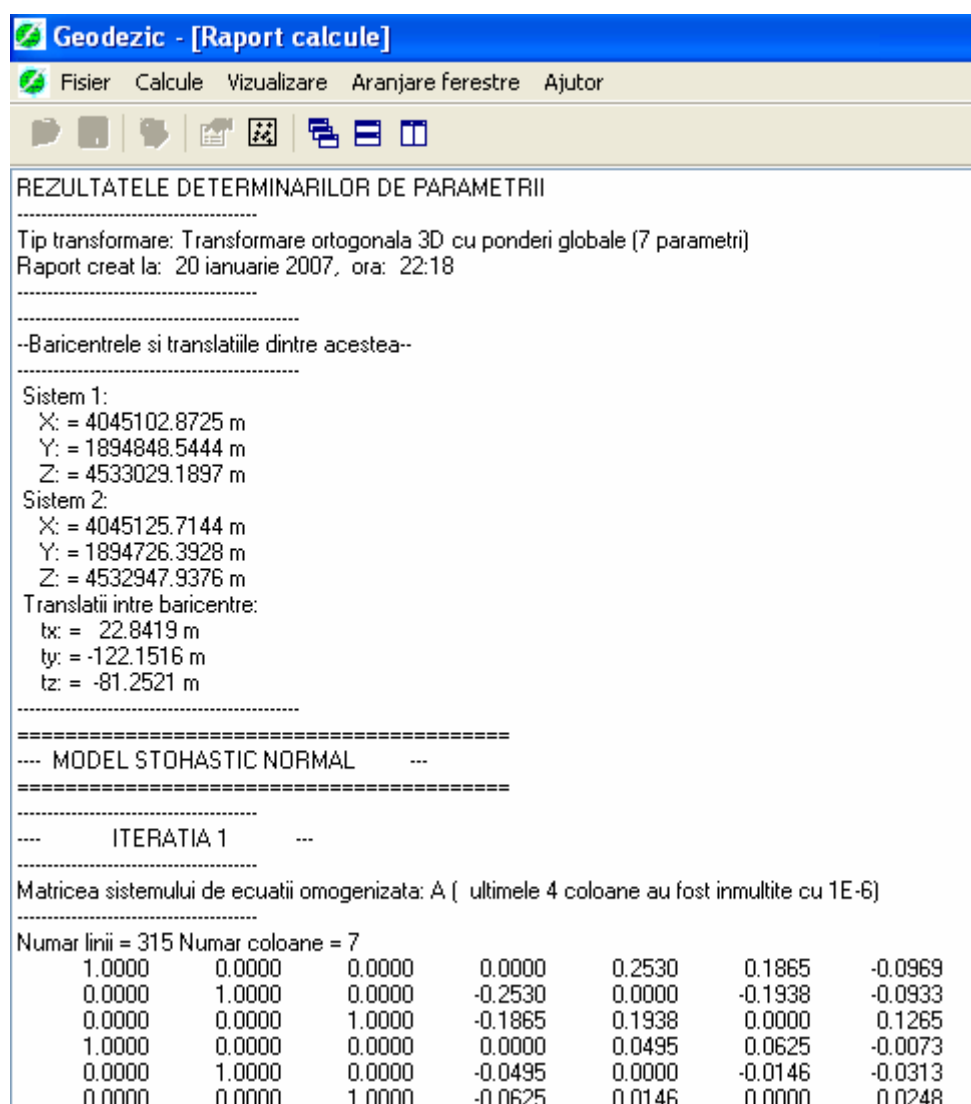


Figura A.5.4: Raportul generat de primul modul după efectuarea determinărilor

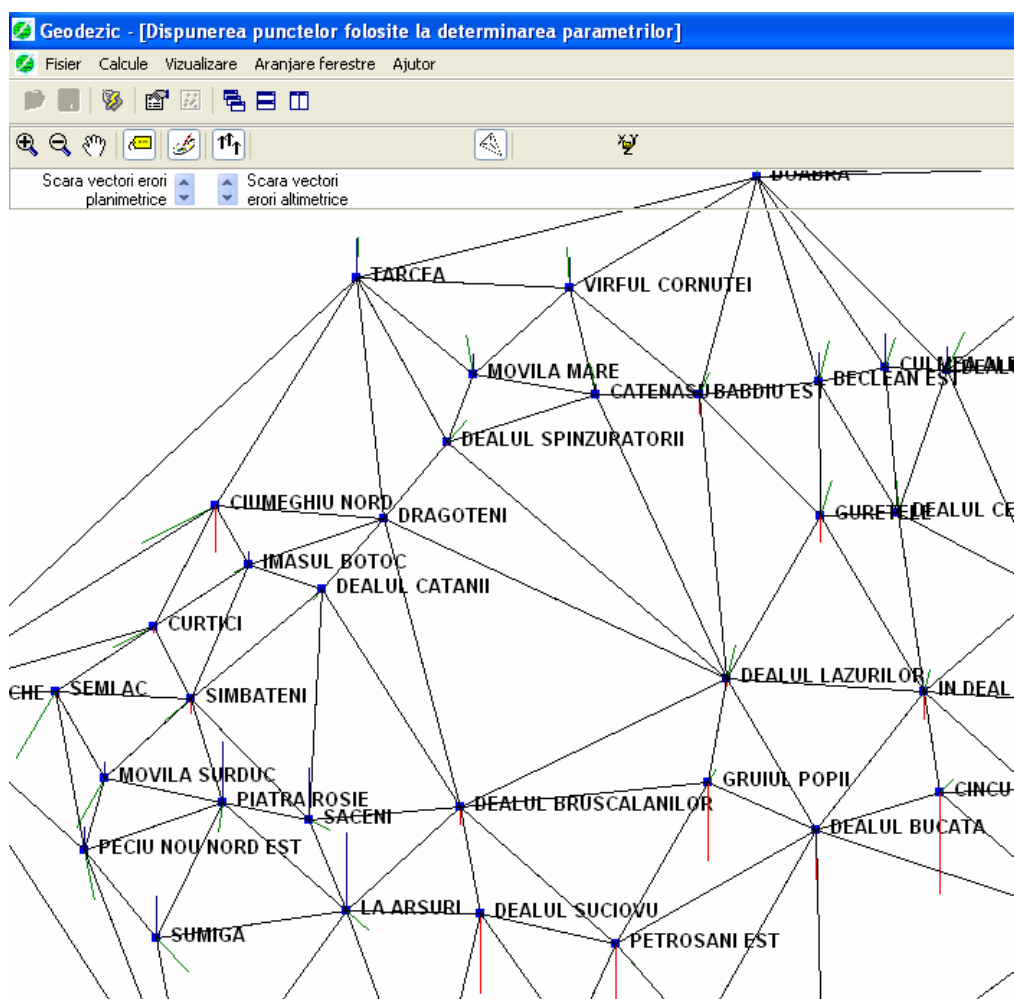


Figura A.5.5: Schița cu dispunerea punctelor, triunghiurile utilizate la îndesirea simulată, etichetele punctelor și vectorii erorilor plane și altimetrice

Al doilea modul (figurile A.5.6, A.5.7 și A.5.8) permite îndesirea unei rețele de puncte pe baza căreia au fost determinați o serie de parametri de transformare.

În urma acestui proces rețeaua inițială poate fi împărțită în mai multe zone, funcție de orientarea și mărimea vectorilor erorilor. Acest lucru care va conduce la o îmbunătățire a preciziei cu care se determină parametrii de transformare în zonele respective, comparativ cu precizia parametrilor inițiali.



**Incarcare parametrii initiali de transformare**

Incarcare parametri din fisier ...

**Coordonate baricentru**

Xb

Yb

Zb

**Parametri de transformare**

**Translatii [m]**

tx

ty

tz

**Rotatii [sec]**

rx

ry

rz

**Coeficient de scara**

m

☒ Acceptare

Figura A.5.6: Încărcarea parametrilor inițiali utilizați la îndesirea simulată

Geodezic - [Indesire simulata]

Fisier Calcule Vizualizare Aranjare ferestre Ajutor

Sistemele de coordonate ale punctelor folosite la determinarea parametrilor

DIN SISTEMUL 1: Sistem 1

IN SISTEMUL 2: Sistem2

Triunghi	Varf	L	B	H [m]	pX[cm]	pY[cm]	pZ[cm]	vX[cm]	vY[cm]	vZ[cm]	L	B	H [m]	pX[cm]	pY[cm]	pZ[cm]	vX[cm]
1	SACENI	22.053275	45.778490	151.01	1	1	1				22.051692	45.778164	194.14	1	1	1	
	PIATRA ROSIE	21.672731	45.820976	208.90	1	1	1				21.671147	45.820647	251.62	1	1	1	
	LA ARSURI	22.221472	45.492387	204.00	1	1	1				22.219898	45.492059	247.29	1	1	1	
	CG	21.982978	45.697523	500.00	1	1	1				21.981397	45.697195	550.00	1	1	1	
2	SIMBATENI	21.515013	46.138351	121.50	1	1	1				21.513421	46.138023	164.63	1	1	1	
	SACENI	22.053275	45.778490	151.01	1	1	1				22.051692	45.778164	194.14	1	1	1	
	DEALUL CATANII	22.071442	46.496573	232.20	1	1	1				22.069842	46.496259	274.53	1	1	1	
	CG	21.879884	46.138104	500.00	1	1	1				21.878292	46.137781	550.00	1	1	1	

Figura A.5.7: Foaia de lucru cu datele folosite la îndesirea simulată

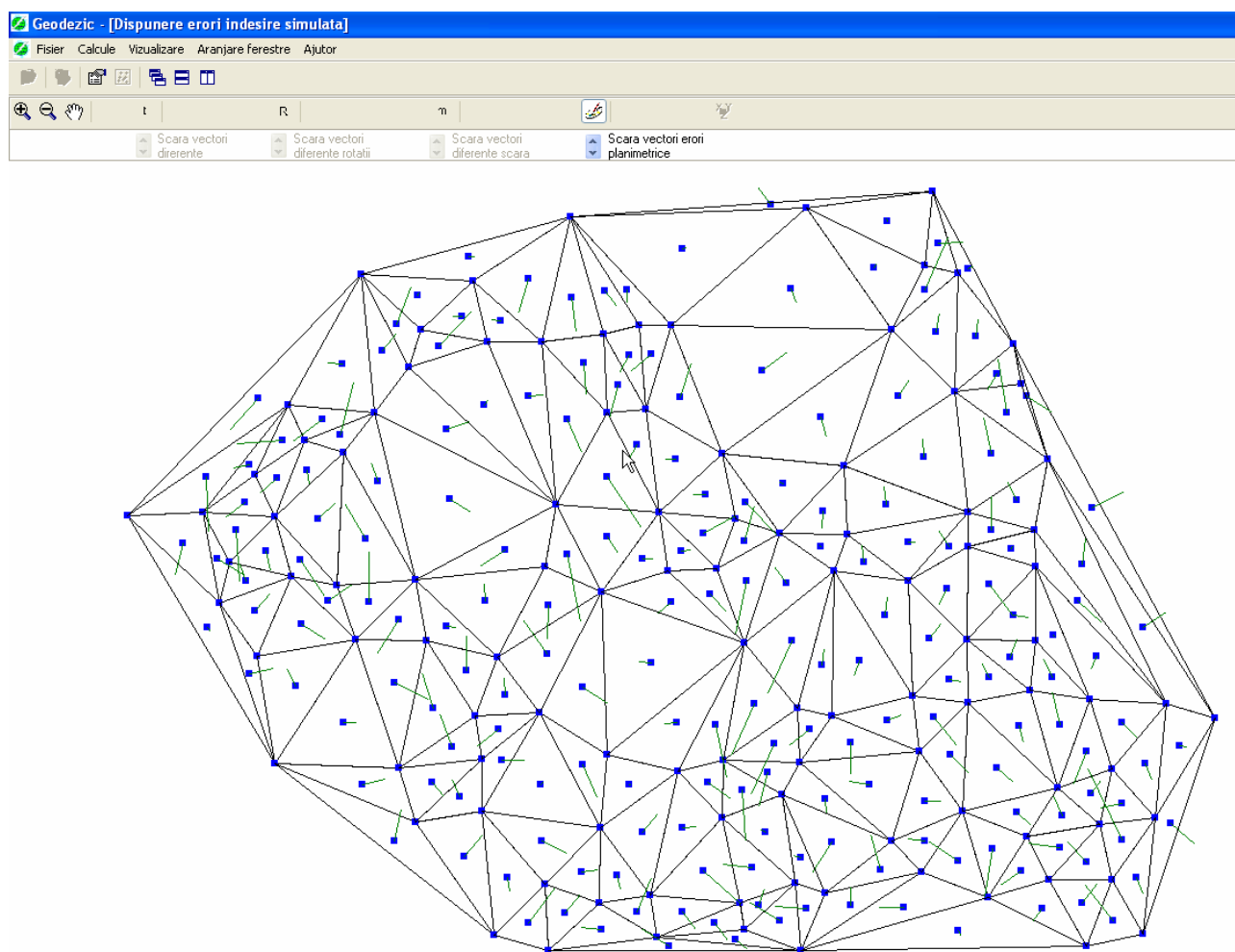


Figura A.5.8: Schița cu rezultatele îndesirii simulate

Al treilea modul este destinat conversiilor respective transformărilor de coordonate (figurile A.5.9 și A.5.10) și permite:

- conversia de coordonate între:
  - proiecțiile uzuale de la noi din țară: UTM, Gauss-Kruger și Stereo70;
  - coordonate geografice;
  - coordonate geocentrice;
- transformarea de coordonate între:
  - sistemele de referință orizontală S-42 și WGS84, folosind tipurile de coordonate menționate mai sus;
  - ETRSYY și ETRS89.

Ambele module utilizează ca suprafețe de referință verticală elipsoidul, Cvasigeoidul Gravimetric European EGG97, modelul geopotențial global EGM96 și cvasigeoidul determinat de Mihăilescu M. în 1974.



**Conversii/Transformari de coordonate**

**Definire sisteme de coordonate**

Sistem 1/2: ☐ 2D ☒ 3D

**Sistem 1**

3D: ☒ Est Nord H ☐ L B H ☐ XYZ

Datum: S-42

Proiectie: Stereo 70

Denumire sistem local:

Referinta verticala: elipsoid

Unitati unghiulare: ☐ Grade, fractiuni ☐ GradeMinuteSecunde impachetate

**Sistem 2**

3D: ☒ Est Nord H ☐ L B H ☐ XYZ

Datum: S-42

Proiectie: Stereo 70

Denumire sistem local:

Referinta verticala: elipsoid

Unitati unghiulare: ☐ Grade, fractiuni ☐ GradeMinuteSecunde impachetate

Acceptare

Figura A.5.9: Interfața modulului de conversie coordonate

**Conversii/Transformari de coordonate**

**Definire sisteme de coordonate**

Sistem 1/2: ☐ 2D ☒ 3D

Metoda: ☒ riguroasa ☐ aproximativa

**Sistem 1**

3D: ☒ Est Nord H ☐ L B H ☐ XYZ

Datum: S-42

Proiectie: Stereo 70

Denumire sistem local:

Referinta verticala: elipsoid

Unitati unghiulare: ☐ Grade, fractiuni ☐ GradeMinuteSecunde impachetate

**Sistem 2**

3D: ☒ Est Nord H ☐ L B H ☐ XYZ

Datum: WGS 84

Proiectie: Stereo 70

Denumire sistem local:

Referinta verticala: elipsoid

Unitati unghiulare: ☐ Grade, fractiuni ☐ GradeMinuteSecunde impachetate

**Incarcare/Definire parametri de transformare**

Incarcare parametri din fisier ...

Salvare parametri in fisier ...

Utilizare baricentru: ☒ nu ☐ da

Coordonate baricentru [m]:

Sistem 1: Xb, Yb, Zb

Parametri de transformare: ☐ 4 parametri ☒ 7 parametri ☐ 12 parametri

Modificari de pozitie:

Translatii [m]: tx, ty, tz

Rotatii [sec/rad/cc]: rx, ry, rz

☒ sec ☐ rad ☐ cc

☐ conversie unghi

Modificari de forma:

Deformatia afina:

Modificari unghiulare [sec/rad/cc]: exy, exz, eyz

Coeficienti de scala suplimentari: mxy, myz

☒ sec ☐ rad ☐ cc

☐ conversie unghi

Coeficient de scala general: m

Acceptare

Figura A.5.10: Interfața modulului de transformare coordonate

Acest program este încă în dezvoltare, urmând ca în continuare să se mai adauge două module: unul destinat compensărilor rețelelor geodezice de toate tipurile (triangulație, trilateratie, nivelment și gravimetrice) în cele două variante (libere și constrânse) și unul destinat interpolării datelor geodezice (altitudini, gravitate, declinație magnetică).



Contribuții privind determinarea undulațiilor  
geoidului folosind Modelele Geopotențiale  
Globale și date gravimetrice locale

➤ Anexe



## Bibliografie

1. \*\*\* - (1997)  
Volumul “Geodesy on the Move” cu lucrările Adunării Științifice a Asociației Internaționale de Geodezie, 3-9 Septembrie – Rio de Janeiro, Brazilia.
2. \*\*\* - (2000)  
MIL-PRF-89020B: Performance specification: Digital Terrain Elevation Data (DTED).
3. Arabelos, D., Tscherning, C.C.  
Globally covering a-priori regional gravity covariance models.
4. Alp, O., Ayhan E.M. (1996)  
Turkish National Gravity File (TNGF) and Detection of Gross Errors, BGI, Bulletin D’Information, No: 78, p. 23 – 30
5. Allman, J.S. (1982)  
A Geoid for South-East Asia and the Pacific, Australian Journal of Geodesy Photogrammetry and Surveying, No. 36, pp. 59-63.
6. Allman, J.S. and Veenstra, C. (1984)  
Geodetic Model of Australia 1982, Technical Report33, Division of National Mapping, Canberra, 60 pp.
7. Arabelos, D. and Tziavos, I.N. (1994)  
Gravity and Geoid in the Mediterranean from a Common Adjustment of ERS-1 and TOPEX Altimeter Data, Proceedings of International Association of Geodesy Symposium No. 113, Graz, Austria, September, pp. 376-385.





8. Abd-Elmotaal H (1998)  
Gravity reduction techniques and their comparisons applied to the gravity field in Egypt. Second continental workshop on the geoid in Europe. Budapest, Hungary, March 10-14, 1998.
9. Bajracharya S, Kotsakis C, Sideris MG (2002)  
Aliasing effects on terrain correction computation. International Geoid Service, Bulletin N. 12, April, 2002.
10. Bajracharya S, Sideris MG (2002)  
The Rudzki inversion gravimetric reduction scheme in geoid determination. Accepted by Journal of Geodesy.
11. Barringer, J.R.F., Lilburne, L. (1997)  
An Evaluation of Digital Elevation Models for Upgrading New Zealand Land Resource Inventory Slope Data, The second annual conference of GeoComputation '97 & SIRC '97, University of Otago, New Zealand.
12. Bayoud, F.A. (2001)  
Some Investigation on Local Geoid Determination from Airborne Gravity Data, Rep. No. 20154, Dep. of Geomatics Engineering, University of Calgary.
13. Beamson, G.A. (1995)  
Precise Height Determination of Tide Gauges Using GPS, Ph.D. Thesis, Institute of Engineering Surveying and Space Geodesy, The University of Nottingham, UK, 153 pp.
14. Bhattacharyya, B.K. (1969)  
Bicubic Spline Interpolation as a Method for Treatment of Potential Field Data, Geophysics, Vol. 34, No. 3, pp. 402-423.
15. Bian, S.F. and Zhang, K.F. (1991a)  
Remarks on the Determination of China's Accurate Geoid Undulation, Progress in Geophysics, Vol. 6, No. 4, pp. 64-74.
16. Bian, S.F. and Zhang, K.F. (1991b)  
Study on Terrain Correction Using B-spline, Journal of Surveying and Mapping, Vol. 42, No. 2, pp. 36-46.



17. Bian, S.F. and Zhang, K.F. (1993)  
The Planar Solution of Geodetic Boundary Value Problems,  
Manuscripta Geodaetica, Vol. 18, pp. 290-294.
18. Bracewell, R.N. (1984)  
The Fast Hartley Transform, Proceedings of the IEEE, Vol. 72, No. 8,  
pp. 1010-1018.
19. Bracewell, R.N. (1986a)  
The Hartley Transform, Oxford University Press, Oxford, 160 pp.
20. Bracewell, R.N. (1986b)  
The Fourier Transform and its Applications, Second Edition, McGraw-  
Hill, New York, 474pp.
21. Brovar, Magnițki (1961)  
Teoria figurii Pământului, Moscova.
22. Chen, J.Y. (1996)  
The Strategy for the Determination of a New Local Geoid in China,  
Journal of Geodesy, Vol. 70, No. 11, pp. 798-804.
23. Cruz, J.Y. (1986)  
Ellipsoidal Corrections to Potential Coefficients Obtained from Gravity  
Anomaly Data on the Ellipsoid, Report No. 371, Department of  
Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus,  
April, 33 pp.
24. de Min, E. (1995)  
A Comparison of Stokes's Numerical Integration and Collocation, and a  
New Combination Technique, Bulletin Geodesique, Vol. 69, pp. 223-  
232.
25. Defense Mapping Agency (1987)  
World Geodetic System 1984: Its Definition and  
Relationships with Local Geodetic Systems, Technical Report 8350.2,  
Defense Mapping Agency, Washington DC, 121 pp.
26. Denker, H., Behrend, D. and Torge, W. (1994)  
European Gravimetric Geoid: Status Report 1994, Proceedings of  
International Association of Geodesy Symposium No. 113, Graz,  
Austria, September, pp. 423-432.



27. Denker, H., Behrend, D. and Torge, W. (1995)  
The European Gravimetric Quasigeoid EGG95, International Geoid  
Service Bulletin, No. 4, pp. 3-12.
28. Denker, H. and Torge, W. (1993)  
Present State and Future Developments of the European  
Geoid, Surveys in Geophysics, Vol. 14, pp. 419-427.
29. Denker, H. and Wenzel, H.G. (1987)  
Local Geoid Determination and Comparison with GPS  
Results, Bulletin Geodesique, Vol. 61, pp. 349-366.
30. Dermanis, A., Rossikopoulos, D. (1991)  
Statistical Inference in Integrated Geodesy, Dep. of Geodesy and  
Surveying, University of Thessaloniki.
31. Dermanis, A. (1987)  
Geodetic Applications of Interpolation and Prediction, International  
School of Geodesy „A. Marussi”, 4th Course: „Applied and Basic  
Geodesy: Present and Future Trends”, Erice - Sicily.
32. Engelis, T, Rapp, R.H. and Bock, Y. (1985)  
Measuring Orthometric Height Differences with  
GPS and Gravity Data, Manuscripta Geodaetica, Vol. 10, pp. 187-194.
33. Engelis, T, Rapp, R.H. and Tscherning, C.C. (1984)  
The Precise Computation of Geoid Undulation Differences with  
Comparison to Results from the Global Positioning System,  
Geophysical Research Letters, Vol. 1, No. 9, pp. 821-824.
34. ESA (2006)  
ESA's Gravity Mission GOCE, BR-209, ESA Publications Division.
35. Featherstone, W.E. (1999)  
The use and abuse of vertical deflections. Sixth South East Asian  
Surveyors' Congress, Fremantle, Western Australia, November 1-6
36. Featherstone, W.E.  
Expected Contributions of Satellite Gravity Gradiometry to Global  
Gravity Field Determination.



37. Featherstone, W.E., Holmes, S.A., Tziavos, I.N., Andritsanos, V.D.  
Generalisation of Vertical Deflection Formulae for a Reference  
Spheroid: Application to Australia and Greece.
38. Featherstone, W.E.  
Position Papers.
39. Featherstone, W.E.  
Comparison of recent satellite altimeter-derived gravity anomalies with  
one another, EGM96 and ship-borne gravimetry around Australia.
40. Featherstone, W.E., Guo, W.  
Evaluations of the Precision of AUSGeoid98 versus AUSGeoid 93  
Using GPS and Australian Height Datum Data.
41. Featherstone, W.E., Hackney, R.I., Holmes, S.A.  
Geodetic versus Geophysical Perspectives of the Gravity Anomaly.
42. Featherstone, W.E.  
Expected Contributions of Satellite Gravity Gradiometry to Global  
Gravity Field Determination.
43. Featherstone, W.E. (1992)  
A GPS Controlled Gravimetric Determination of the Geoid of the British  
Isles. D.Phil. Thesis, University of Oxford, Oxford, 272pp.
44. Featherstone, W.E. (1993)  
GPS Coordinate Transformations and Their Use in Gravimetry,  
Exploration Geophysics, Vol. 24, No. 4, pp. 487-492,
45. Featherstone, W.E. (1995)  
On the Use of Australian Geodetic Datums in Gravity Field  
Determination, Geomatics Research Australasia, No. 62, pp. 17-36,
46. Featherstone, W.E., Alexander, K. and Sideris, M. (1996)  
Gravimetric Geoid Refinement Using High Resolution Gravity and  
Terrain Data, Geomatics Research Australasia, Vol. 64, pp. 75-99.
47. Featherstone, W.E., Kearsley, A.H.W. and Gilliland, J.R. (1997)  
Data Preparations for a New Australian Gravimetric Geoid, The  
Australian Surveyor, Vol. 41, No. 2, (in press).



48. Fotescu, N., Săvulescu, C. (1988)  
Îndrumător pentru lucrări practice la Teoria Erorilor, Institutul de  
Construcții, București.
49. Fotopoulos, G., Kotsakis, C., Sideris, M.G. (1999)  
Evaluation of Geoid Models and Their Use in Combined  
GPS/Levelling/Geoid Height Network Adjustments, Dep. of Geomatics  
Engineering, University of Calgary.
50. Fotopoulos, G., Kotsakis, C., Sideris, M.G.  
Determination of the Achievable Accuracy of Relative GPS/Geoid  
Levelling in Northern Canada.
51. Forsberg, R. and Tscherning, C.C. (1981)  
The Use of Height Data in Gravity Field Approximation by Collocation,  
Journal of Geophysical Research, Vol. 86, No. B9, pp. 7843-7854.
52. Forsberg R (1984)  
A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical  
inversion methods in gravity field modeling. Report No. 355, Dept. of  
Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus,  
Ohio, April, 1984a
53. Forsberg, R. (1985)  
Gravity Field Terrain Effect Computations by FFT, Bulletin Geodesique,  
Vol. 59, pp. 342-360.
54. Forsberg, R. and Kearsley, A.H.W. (1990)  
Precise Gravimetric Geoid Computations Over Large Regions, Lectures  
Notes in Earth Sciences; Developments in Four-dimensional Geodesy,  
Springer-Verlag, Berlin, pp. 65-83.
55. Forsberg, R. and Sideris, M.G. (1993)  
Geoid Computations by the Multi-band Spherical FFT Approach,  
Manuscripta Geodetica, Vol. 18, pp. 82-90,
56. Forsberg, R. (1994)  
Terrain Effects in Geoid Computations, Proceedings of the International  
School for the Determination and Use of the Geoid, Milano, Italy,  
October, 27 pp.



- 
57. Forsberg, R. (1996)  
Geoid Information and GPS - A Review and Nordic Status, Lecture Notes; Geodetic Applications of GPS", Bastad, Sweden, 21 pp.
58. Ghițău, D. (1983)  
Geodezie și gravimetrie geodezică, Editura Didactică și Pedagogică, București.
59. Grafarend, E.W. (1994)  
What is the Geoid, In: Geoid and its Geophysical Interpretations, Vanček, P. and Christou, T.N. (eds.), CRC Press, Florida, pp. 3-32.
60. Haagmans, R.R.N., de Min, E. and van Gelderen, M. (1993)  
Fast Evaluation of Convolution Integrals on the Sphere Using ID FFT, and a Comparison with Existing Methods for Stokes's Integral, Manuscripta Geodaetica, Vol. 18, pp. 227-241.
61. Haagmans R, De M, Gelderen VM (1993)  
Fast evaluation of convolution integrals on the sphere using ID FFT and a comparison with existing methods for Stokes' integral. Manuscripta Geodaetica, 18: 227-241
62. Heck, B. (1992)  
A Revision of Helmert's Second Method of Condensation in Geoid and Quasigeoid Determination, Proceedings of the 7th International Symposium of Geodesy and Physics of the Earth, International Association of Geodesy, No. 112, Potsdam, October, pp. 246-251.
63. Heiskanen WA, Moritz H (1967)  
Physical geodesy. W. H. Freeman and Company. San Fransisco.
64. Isaaks, E.H., Srivastava, R.M. (1989)  
Applied Geostatistics, Oxford University Press, Oxford, New York
65. Jiang, Z. and Duquenne, H. (1996)  
On the Combing "Adjustment of a Gravimetrically Determined Geoid and GPS Levelling Stations, "Journal of Geodesy, Vol. 70, pp. 505-514.
66. Kearsley, A.H.W. (1984)  
Precision Limitations and Data Requirements for the Determination of Relative Geoid Heights from Gravimetry, Report 26, Department of Geodesy, University of Uppsala, Uppsala, Sweden, 110pp.



- 
67. Kearsley, A.H.W. (1986b)  
Data Requirements for Determining Precise Relative Geoid Heights  
from Gravimetry, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 91, No. B9, pp.  
9193-9201.
68. Kearsley, A.H.W. (1988b)  
The Determination of the Geoid-ellipsoid Separation for GPS Levelling,  
*The Australian Surveyor*, Vol. 34, No. 1, pp. 11-18.
69. Kiamehr, R. (2006)  
Precise Geoid Model for Iran Base don GRACE and SRTM Data and the  
Least-Squares Modification of Stokes Formula with Some Geodynamic  
Interpretations, PhD Thesis, Division of Geodesy, Department of  
Transport and Economics, Royal Institute of Technology, Stockholm,  
Sweden.
70. Lambeck și Coleman (1983)  
The Earth's shape and gravity field: a report of progress from 1958 to  
1982, *Geophysical Journal of Royal Astronomical Society*, 74, pp. 25-  
54.
71. Li, Y.C. and Sideris, M.G. (1992)  
The Fast Hartley Transform and its Applications in Physical Geodesy,  
*Manuscripta Geodaetica*, Vol. 17, pp. 381-387.
72. Li, Y.C. (1993)  
Optimized Spectral Geoid Determination, Masters Thesis, Department  
of Geomatics Engineering, The University of Calgary, Calgary, Canada,  
157 pp.
73. Li, Y.C. and Sideris, M.G. (1994b)  
Improved Gravimetric Terrain Corrections, *Geophysical Journal  
International*, Vol. 119, pp. 740-752.
74. Li YC, Sideris MG, Schwarz KP (1995)  
A numerical investigation on height anomaly prediction in mountainous  
areas. *Bulletin Geodesique* 69 : 143-156.





75. Lemoine FG, Kenyon SC, Factor JK, Trimmer RG, Pavlis NK, Chinn DS, Cox CM, Klosko SM, Luthcke SB, Torrence MH, Wang YM, Williamson R, Pavlis EC, Rapp RH, Olson TR (1998)  
The development of the joint NASA GSFC and NIMA geopotential model EGM96. Tech rep NASA-TP-1998-206861, National Aeronautics and Space Administration, Maryland, USA, pp. 575.
76. Marinescu, M. (2000)  
Studii și cercetări privind utilizarea sistemelor de poziționare cu sateliți în determinările topo-geodezice. Metode moderne de determinare a geoidului, teză de doctorat, Universitatea Tehnică de Construcții, București.
77. Martinec, Z. (1991)  
On the Accuracy of the Method of Condensation of the Earth's Topography, Manuscripta Geodaetica, Vol. 16, pp. 288-294.
78. Martinec Z, Vanicek P (1993)  
The indirect effect of topography in the Stokes-Helmert technique for a spherical approximation of the geoids. Manuscripta Geodaetica, 19, 257-268.
79. Martinec Z, Matyska C, Grafarend EW, Vanicek P (1993)  
On Helmert's 2nd condensation method. Manuscripta Geodaetica, 18, 417-421
80. Martinec, Z. and Vanicek, P. (1994a)  
The Indirect Effect of Topography in the Stokes-Helmert Technique for a Spherical Approximation of the Geoid, Manuscripta Geodaetica, Vol. 19, pp. 213-219.
81. Martinec, Z. and Vanicek, P. (1994b)  
Direct Topographical Effect of Herlmert's Condensation for a Spherical Approximation of the Geoid, Manuscripta Geodaetica, Vol. 19, pp. 257-268.
82. Martinec, Z, Vanicek, P, Mainville, A. and Veronneau, M. (1995)  
The Effect of Lake Water on Geoidal Height, Manuscripta Geodaetica, Vol. 20, pp. 193-203.





83. Martinez Z, Vanicek P, Mainville A, Veronneau M (1996)  
Evaluation of topographical effects in precise geoids computation from densely sampled heights, *Journal of Geodesy*, 70, 746-754.
84. Medvedev, P., Nepoklonov, V.  
New Results of the Geoid and Gravity Field Model Determinations in Russia.
85. Meissl, P. (1981)  
The use of finite elements in physical geodesy, Rep. No. 313, Dep. of Geodetic Science, Ohio State University, Columbus.
86. Mihăilescu, M. (1974)  
Contribuții la elaborarea unui nou procedeu de calcul a deviației gravimetrice a verticalei, teză de doctorat, Academia Militară Generală, București.
87. Milbert, D.G. and Dewhurst, W.T. (1992)  
The Yellowstone-Hebgen Lake Geoid Obtained Through the Integrated Geodesy Approach, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 97, No. B1, pp. 545-558.
88. Milbert, D.G. (1993)  
A New Geoid Model for the United States, EOS; Transactions of the American Geophysical Union, Vol. 74, No. 16, pp. 96,
89. Milbert, D.G. (1995)  
Improvement of a High Resolution Geoid Height Model in the United States by GPS Height on NAVD 88 Benchmarks, *International Geoid Service Bulletin*, No. 4, pp. 13-36.
90. Milbert, G. D.  
An Accuracy Assessment of the GEOID96 Geoid Height Model for the State of Ohio
91. Milbert, G. D, Smith, D. A.  
Converting GPS Height into NAVD88 Elevation with the GEOID96 Geoid Height Model
92. Milbert, G. D., Smith, D. A.  
Evaluation of Preliminary Models of the Geopotential in the United States



- 
93. Milbert G. Dennis, Dru A. Smith  
Converting GPS Height into NAVD88 Elevation with the GEOID96  
Geoid Height Model
  94. Moldoveanu C. (2002)  
Geodezie. Noțiuni de geodezie fizică și elipsoidală, poziționare. Editura  
MatrixRom, București..
  95. Moritz H (1968)  
On the use of the terrain correction in solving Molodensky's problem.  
OSU Report No. 108, Department of Geodetic Science and Surveying,  
The Ohio State University, Columbus, Ohio.
  96. Moritz, H. (1980)  
Geodetic Reference System 1980, Bulletin Geodesique, No. 54, pp. 395-  
405.
  97. Moritz H (1980)  
Advanced Physical Geodesy. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe,  
Abacuss press, Tunbridge Wells Kent.
  98. NIMA - (2000)  
NIMA Technical Report TR8350.2 – World Geodetic System 1984: Its  
Definition and Relationships with Local Geodetic Systems.
  99. Olugbenga, E. (2000)  
Spectral Analysis of Gravity Field Data and Errors in view of Sub –  
Decimetre Geoid Determination in Canada, Rep. No. 20137, Dep. of  
Geomatics Engineering, University of Calgary.
  100. Prijatna, K. (1998)  
A Strategy for Geoid Determination in the Indonesian Archipelago, Fac.  
of Civil Engineering and Geoscience, Delft University of Technology.
  101. Pavlis, N.K, Rapp, R.H., Lemoine, F.G. and Kenyon, S.C. (1996)  
High-resolution Global Geopotential Models for the Project  
GSFC/DMA Project, Paper presented to International Association of  
Geodesy Conference, Tokyo, Japan, September.
  102. Reigber, M. (1989)  
Gravity field recovery from satellite tracking data, Lecture Notes in  
Earth Sciences, Vol. 25, Springer, Berlin, pp 197-234



103. Roland, M., Denker, H.  
Evaluation of Terrestrial Gravitz Data by New Global Gravity Field Models, Institut für Erdmessung, Universität Hannover.
104. Rus, T. (2000)  
Studii și cercetări privind utilizarea sistemelor de poziționare cu sateliți în determinările topo-geodezice. Metode moderne de determinare a geoidului, teză de doctorat, Universitatea Tehnică de Construcții, București.
105. Rapp, R.H, (1977)  
The Relationship Between Mean Anomaly Block Sizes and Spherical Harmonic Representations, Journal of Geophysical Research, Vol. 82, No. 33, pp. 5360-5364.
106. Rapp, R.H. (1981a)  
The Earth's Gravity Field to Degree and Order 180 Using Seasat Altimeter Data, Terrestrial Data and Other data, Report No. 322, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, December, 160pp.
107. Rapp, R.H. (1981b)  
Ellipsoidal Corrections for Geoid Undulation Computations Using Gravity Anomalies in a Cap, Journal of Geophysical Research, Vol. 86, No. B11, pp.10843-10848.
108. Rapp, R.H. (1982)  
A Fortran Program for the Computation of Gravimetric Quantities from High Degree Spherical Harmonic Expansions, Report No. 334, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, December, 25 pp.
109. Rapp, R.H. and Rummel, R. (1975)  
Methods for the Computation of Detailed Geoids and their Accuracy, Report 233, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, April, 130pp.
110. Rapp, R.H. and Cruz, J.Y. (1986)  
Spherical Harmonic Expansions of the Earth's Gravitational Potential to Degree 360 Using 30' Mean Anomalies, Report No. 370, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, December, 110pp.



111. Rapp, R.H. (1994a)  
Separation Between Reference Surfaces of Selected Vertical Datums,  
Bulletin Geodesique, Vol. 69, No. 1, pp. 26-31.
112. Rapp, R.H. and Pavlis, N.K. (1990).  
The Development and Analysis of Geopotential Coefficient Models to  
Spherical Harmonic Degree 360: OSU89A and OSU89B, Journal of  
Geophysical Research, Vol. 95, No. B13, pp. 21855-21911.
113. Săvulescu, C. (1995)  
Metode numerice în geodezie, Universitatea Tehnică de Construcții,  
București.
114. Seker, D.Z., Yildirim, A.  
Orthometric Height Derivation from GPS Observations.
115. Serediuc G.C. (1996)  
Contribuții privind aplicarea metodelor numerice la determinarea  
geoidului, teză de doctorat, Academia Tehnică Militară, București.
116. Sevilla, M.J.  
A New Gravimetric Geoid in the Iberian Peninsula.
117. Sneeuw, N.  
Height Systems.
118. Sideris MG (1984)  
Computation of gravimetric terrain corrections using fast Fourier  
transform techniques, UCSE Report #20007, Department of Surveying  
Engineering, The University of Calgary, Calgary, Alberta, Canada.
119. Sideris, M.G. (1985)  
A Fast Fourier Transform Method for Computing Terrain Correction,  
Manuscripta Geodaetica, Vol. 10, pp. 66-73.
120. Sideris, M.G. (1987)  
On the Application of Spectral Techniques to the Gravimetric Problem,  
Proceedings of the International Association of Geodesy Symposium,  
Vancouver, Canada, August, pp. 428-442.



121. Sideris, M.G. (1994b)  
Regional Geoid Determination, In: Geoid and its Geophysical Interpretations, Vanicek, P. and Christou, T. (eds.), CRC Press, Florida, pp. 77-94.
122. Sjoberg, L.E. (1984)  
Least Squares Modification of Stokes's and Vening-Meinesz's Formula by Accounting for Truncation and Potential Coefficient Errors, Manuscripta Geodaetica, Vol. 9, pp. 209-229.
123. Sjoberg, L.E. (1991)  
Refined Least Squares Modification of Stokes's Formula, Manuscripta Geodaetica, Vol. 16, No. 6, pp. 367-375.
124. Sjoberg, L.E. (1993)  
Terrain Effects in the Atmospheric Gravity and Geoid Corrections, Bulletin Geodesique, No. 67, pp. 178-184.
125. Strang van Hees, G. (1990)  
Stokes's Formula Using Fast Fourier Techniques, Manuscripta Geodaetica, Vol. 15, pp. 235-239.
126. Schwarz KP, Sideris MG, Forsberg R (1990)  
The use of FFT techniques in Physical Geodesy. Geophysics Journal International Vol. 100, pp. 485-514.
127. Tiron, M. (1976)  
Prelucrarea statistică și informațională a datelor de măsurare, Editura Tehnică, București.
128. Tocho, C., Sideris, M.G.  
Different methods of handling topography in practical geoid determination
129. Tomoiagă, T., Alexei, A. (2000)  
Sistemele Informaționale Geografice – Instrumente în luarea deciziilor, București, Revista Agenției de Cercetare pentru Tehnică și Tehnologii Militare nr. 2-3/2000;
130. Tomoiagă, T., Marinescu, M. (2001)  
Geoidul gravimetric pentru teritoriul României, București, Revista Agenției de Cercetare pentru Tehnică și Tehnologii Militare nr. 1/2001;



131. Tomoiagă, T. (2002)  
Referat 1: Metode de culegere a datelor necesare determinării geoidului,  
ATM, București
132. Tomoiagă, T., Marinescu, M. (2002)  
Determinarea preciziei DTED 1 pentru teritoriul României, București,  
Sesiunea de comunicări științifice cu participare internațională a  
Agenției de Cercetare pentru Tehnică și Tehnologii Militare;
133. Tomoiagă, T. (2003)  
Referat 2: Algoritmi de determinare a geoidului, criterii de apreciere a  
datelor și rezultatelor, ATM, București
134. Tomoiagă, T., Marinescu, M. (2003)  
Determinarea undulațiilor geoidului pentru România cu precizia de  $\pm 10$   
cm, București, Revista Agenției de Cercetare pentru Tehnică și  
Tehnologii Militare nr. 1/2003;
135. Tomoiagă, T. (2004)  
Referat 3: Determinarea undulațiilor geoidului și a derivatelor sale –  
prototipul tehnologiei, ATM, București
136. Tomoiagă, T., Marinescu, M. (2004)  
Geoidul gravimetric pentru teritoriul României - o necesitate?,  
București, Sesiunea de comunicări științifice cu participare  
internațională a Direcției Topografice Militare;
137. Tomoiagă, T. (2004)  
Validarea datelor gravimetrice, București, Sesiunea de comunicări  
științifice cu participare internațională a Agenției de Cercetare pentru  
Tehnică și Tehnologii Militare;
138. Tomoiagă, T., Marinescu, M., Alexei A. (2004)  
Analiza reliefului utilizând imagini Ikonos. Studiu de caz: confluența Jiu  
- Jilț, București, Sesiunea anuală de comunicări științifice, Facultatea de  
Geografie;
139. Tomoiagă, T., Marinescu, M., Alexei A. (2005)  
Sistemele Informaționale Geografice – suport pentru simularea,  
planificarea și conducerea acțiunilor de luptă, București, Sesiunea de  
comunicări științifice cu participare internațională a Universității  
Naționale de Apărare;



140. Tomoiagă, T., Marinescu, M., Alexei A. (2005)  
Evaluarea preciziei Modelului Digital Altimetric al Terenului obținut pe baza unui cuplu stereoscopic de imagini SPOT 5, București, Revista Agenției de Cercetare pentru Tehnică și Tehnologii Militare nr. 2-3/2005;
141. Tomoiagă, T., Marinescu, M. (2005)  
Conversii și transformări de coordonate, București, Sesiunea de comunicări științifice cu participare internațională a Academiei Tehnice Militare;
142. Tomoiagă, T., Marinescu, M. (2006)  
Activități privind implementarea unei baze de date geodezice la Observatorul Astronomic Militar, București, Sesiunea de comunicări științifice cu participare internațională a Agenției de Cercetare pentru Tehnică și Tehnologii Militare;
143. Tsoulis D (2001)  
Terrain correction computations for a densely sampled DTM in Bavarian Alps. *Journal of Geodesy* (2001), 75: 291-307
144. Tziavos IN, Sideris MG, Forsberg R, Schwarz KP (1988)  
The effect of the terrain on airborne gravity and gradiometry. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 93, No. B8, pp.9173-9186.
145. Tziavos, I.N. (1993b)  
Gravity Field Modelling Using the Fast Hartley Transform, *Proceedings of the European Geoid Determination*, Wiesbaden, Germany, May, pp. 46-53.
146. Tziavos, I.N. (1996)  
Comparisons of Spectral Techniques for Geoid Computations Over Large Regions, *Journal of Geodesy*, Vol. 70, pp. 357-373.
147. Van Gelderen, M.  
State-of-the-art geoid – The problems.
148. Vanicek, P., Krakiwsky, E. (1986)  
*Geodesy: The Concepts*, North-Holland, Amsterdam, New York, Oxford, Tokyo.





149. Vanicek, P. and Christou, N.P. (eds.) (1994)  
Geoid and its Geophysical Interpretations, CRC Press, Florida, 343 pp.
150. Wang YM, Rapp RH (1990)  
Terrain effects on geoid undulations. *Manuscripta Geodaetica* 15 :23-29.
151. Wechsler, S.P.  
Digital Elevation Model (DEM) Uncertainty: Evaluation and Effect on  
Topographic Parameters.
152. Wichiencharoen C (1982)  
The indirect effects on the computation of geoids undulations. OSU  
Rept. 336, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio  
State University, Ohio, USA.
153. Wong, L. and Gore, R. (1969)  
Accuracy of Geoid Heights from Modified Stokes's Kernels,  
*Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, Vol. 18, pp. 81-  
91.
154. Xiong Li, Götze, H.J.  
Ellipsoid, geoid, gravity, geodesy, and geophysics
155. Yang, H. (2005)  
Early results towards the Canadian geoid in the three - space scenario,  
Report No. 229, Department of Geodesy and Geomatics Engineering,  
University of New Brunswick.
156. Zhao, S.D. (1989)  
The Computation of Detailed Geoids Using the Fast Fourier Transform  
Method, Report No. 400, Department of Geodetic Science and  
Surveying, The Ohio State University, Columbus, August, 104 pp.
157. Zhang, K.F. (1990a)  
The Determination of Accurate Height Anomaly. *Journal of Wuhan  
Technical University of Surveying and Mapping*, Vol. 15, No. 3, pp. 29-  
35.